# ANALES

DE LA

# SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

# ANALES

DE LA

# SOCIEDAD CIENTÍFICA

# ARGENTINA

---

DIRECTOR : INGENIERO JULIO R. CASTIÑEIRAS

---

TOMO XCIV

Segundo semestre de 1922

---

BUENOS AIRES
IMPRENTA Y CASA EDITORA « CONI »
684, PERÚ. 684

1922

# MEMORIA ANUAL

DEL PRESIDENTE DE LA SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA
INGº SANTIAGO E. BARABINO

CORRESPONDIENTE
AL XLIXº PERÍODO ADMINISTRATIVO (1º DE ABRIL DE 1921 A 31 DE MARZO DE 1922)
LEÍDA EN LA ASAMBLEA DEL 17 DE ABRIL DE 1922

---

Señores consocios :

Cumpliendo con lo que dispone el artículo 19, inciso 9º del reglamento, voy a daros cuenta detallada del movimiento y estado de la sociedad desde el 1º de abril 1921 al 31 de marzo de 1922, o sea del XLIXº período administrativo.

## JUNTA DIRECTIVA

De acuerdo con lo que establece el artículo 13 y disposiciones transitorias de los estatutos, en la asamblea del 14 de abril de 1921, después de verificada la elección para la renovación de la junta directiva, ésta quedó constituída en la forma siguiente :

*Presidente :* Ingeniero Santiago E. Barabino, reelegido por un nuevo período de dos años.

*Vicepresidente 1º :* Ingeniero Antonio Paitoví, para completar el período de dos años.

*Vicepresidente 2º :* Doctor Raimundo Wilmart, elegido por dos años.

*Secretario de actas :* Ingeniero Pedro A. Rossell Soler, para completar el período de dos años.

*Secretario de correspondencia :* Ingeniero Raúl E. Dubecq, elegido por dos años.

*Tesorero :* Ingeniero Arturo Hoyo, para completar el período de dos años.

*Protesorero :* Ingeniero Juan Blaquier, elegido por dos años.

*Vocales :* Doctor Nicolás Lozano, profesor Juan Nielsen, doctor Atilio A. Bado, ingeniero Luis J. Dellepiane, elegidos por dos años ; y señor Carlos Ameghino, ingeniero Manuel J. Arce, ingeniero Ferruccio A. Soldano e ingeniero Julio R. Castiñeiras, para completar el período de dos años.

Los señores ingenieros Luis J. Dellepiane, Arturo Hoyo, Pedro A. Rossell Soler y Raúl E. Dubecq hicieron renuncia de los cargos de vocal, tesorero y secretarios de actas y de correspondencia, respectivamente. De estos cargos sólo fueron llenados los de vocal y tesorero, habiéndose elegido en la asamblea del 5 de agosto de 1921, para ocuparlos, a los señores ingenieros Evaristo V. Moreno y Edmundo Parodi respectivamente, no habiéndose hecho lo propio con los cargos de secretarios de actas y correspondencia por faltar sólo tres meses para la terminación del período y coincidir con la época en que la junta directiva se encuentra en receso.

Así constituída ha funcionado hasta la fecha, habiéndose celebrado durante el período 38 sesiones, en las que, entre otras, fueron tomadas las siguientes resoluciones :

— Instituir un premio consistente en una medalla de oro y diploma al mejor trabajo que se presentara al primer Congreso de agrónomos, que debía realizarse el 6 de agosto del año próximo pasado, patrocinado por la « Conferencia de agrónomos ». El tema fijado para optar a dicho premio fué el siguiente : « *Qué medidas deberá adoptar el Estado para que los egresados de las escuelas o institutos de enseñanza agrícola en el país tengan derecho a adquirir tierras fiscales con destino a colonización cooperativa.* »

— Mandar hacer un cuño especial para medallas que en adelante servirá para acuñar las que por concepto de premios, actos conmemorativos, etc., se resolviera acordar, el cual contendrá de un lado el emblema que figura en el sello mayor de la Sociedad, y del otro el motivo de la entrega de la medalla.

— Aproximándose la fecha del cincuentenario de la fundación de la Sociedad y en el deseo de que tan fausto acontecimiento fuera solemnizado en la mejor forma, la Junta directiva resolvió invitar a una reunión a todos los ex presidentes de la Sociedad para cambiar ideas al respecto.

Verificada la reunión, en la que cada uno de los asistentes puso de manifiesto los puntos que creían que debían formar parte del programa, se llegó a la conclusión de que debía designarse una Junta ejecutiva que corriera con todo lo relativo a los festejos por realizarse ; dicha comisión quedó constituída en la forma siguiente :

Presidentes honorarios : ingeniero Guillermo White, ingeniero Santiago Brian, doctor Estanislao S. Zeballos, doctor Carlos M. Morales, ingeniero Eduardo Aguirre, ingeniero Carlos Bunge, ingeniero Miguel Iturbe, ingeniero Domingo Noceti, doctor Ángel Gallardo, doctor Marcial R. Candioti, doctor Manuel B. Bahía, ingeniero Emilio Palacio, ingeniero Arturo M. Lugones, ingeniero Santiago E. Barabino, doctor Francisco P. Lavalle, ingeniero Nicolás Besio Moreno.

*Junta ejecutiva.* — Presidente : ingeniero Santiago E. Barabino ; vicepresidentes : doctor Gregorio Aráoz Alfaro, doctor Raimundo Wilmart, ingeniero Antonio Paitoví ; secretarios generales : ingeniero Manuel J. Arce, ingeniero Enrique Sabaría ; tesorero : ingeniero Edmundo Parodi ; vocales : general ingeniero Arturo M. Lugones, doctor Nicolás Lozano, ingeniero Ferruccio A. Soldano, doctor Luis M. Torres, señor Carlos Ameghino, doctor Salvador Debenedetti.

Además fueron nombrados los siguientes comités de publicaciones, conferencias y concursos, y fiestas.

*Comité de publicaciones.* — Presidente : ingeniero Ferruccio A. Soldano ; vicepresidente : ingeniero Julio R. Castiñeiras ; secretario : ingeniero Julio A. Noble ; prosecretario : ingeniero Ricardo García ; vocales : doctor Atilio A. Bado y doctor Luis M. Torres.

*Comité de conferencias y concursos.* — Presidente : doctor Nicolás Lozano ; vicepresidentes : profesor Félix F. Outes, doctor Cristóbal M. Hicken ; secretario : doctor Jorge Magnin ; vocales : doctor Emilio C. Díaz, profesor Juan Nielsen, ingeniero Eduardo Huergo.

*Comité de fiestas.* — Presidente : general ingeniero Arturo M. Lugones ; vicepresidente : ingeniero Nicolás Besio Moreno ; secretario : ingeniero Carlos de Urquiza ; vocales : doctor Juan B. González, doctor Enrique Herrero Ducloux, ingeniero Luis Curutchet.

Los mencionados comités son los encargados de presentar a la Junta ejecutiva el programa definitivo que se realizará oportunamente.

— Con motivo del viaje a Europa efectuado por el general Arturo M. Lugones, fué designado como delegado para representar a la Sociedad ante las instituciones científicas de los países que visitara.

— Habiendo terminado su mandato el doctor Eduardo Carette, de director de los *Anales,* fué designado para reemplazarlo el ingeniero Julio R. Castiñeiras, por el período reglamentario de dos años (1° de mayo de 1921 a 30 de abril de 1923).

— Contribuir pecuniariamente : con 50 pesos moneda nacional en favor del movimiento iniciado por la Comisión nacional de socorro a los universitarios de la Europa central y oriental, y con igual suma al homenaje por tributarse a la memoria del ingeniero Otto Krause, ex presidente de nuestra institución.

— Habiéndose recibido una nota del Comité ejecutivo del primer Congre-

so universitario, que con motivo del primer centenario de la Universidad nacional de Buenos Aires la Junta directiva había resuelto organizar, en la cual dicho Comité daba cuenta de los trabajos realizados hasta el 16 de junio último, y aconsejando al propio tiempo su postergación por las causas que se detallaba en la nota de referencia, se resolvió, de acuerdo con lo aconsejado, es decir, postergar su realización hasta que hubieran desaparecido las causas que motivaron esta resolución.

— Adherirse a los siguientes homenajes :

*Centenario de la fundación de la Universidad nacional de Buenos Aires :* Con tal motivo la Sociedad inició y organizó el Congreso universitario, que hubo de realizarlo en el mes de agosto próximo pasado, cuya realización se resolvió postergar por consejo de la Junta ejecutiva del mismo, basado en las razones imprevistas a que hice mención anteriormente. Además, fueron designados los señores ingeniero Santiago E. Barabino y doctores Raimundo Wilmart y Nicolás Lozano, para representar a nuestra institución en todos los actos conmemorativos que con tal fin se realizaran.

*Centenario de la independencia del Perú :* Se designó para representar a la Sociedad en todos los actos por realizarse con tal motivo en dicho país, al socio correspondiente, en Lima, ingeniero Federico Villarreal.

*Centenario del nacimiento del general Bartolomé Mitre :* Se designó a los señores ingeniero Santiago E. Barabino, doctor Raimundo Wilmart y dos socios más, para representar a la Sociedad en el acto de la colocación de la piedra fundamental del monumento por erigirse a su memoria y en los demás actos que se realizaran.

*Centenario del nacimiento del doctor Guillermo Rawson,* ex presidente de nuestra institución : Además de las adhesiones mencionadas, en la velada que celebró la Sociedad con motivo del 49° aniversario de su fundación, fueron conmemorados debidamente dichos actos.

— A propuesta del señor director de los *Anales*, ingeniero Julio R. Castiñeiras, se acordó nombrar al señor Manuel Ucha, en calidad de auxiliar de la dirección, con la asignación de 150 pesos mensuales, cuyo gasto se trataría de cubrir con cuotas de avisos que se publicarán en la revista.

— Existiendo en el local social una colección de 179 muestras de maderas argentinas, donadas por la Dirección general de puentes y caminos, las que ocupaban mucho lugar, pues cada trozo medía cerca de un metro de largo y 0,20 m. de espesor, la Junta directiva resolvió ofrecerla a la dirección de las Obras sanitarias de la Nación, para que ella realizara un estudio de las mismas, y cediera, después de hecho el estudio, un muestrario de pequeñas dimensiones para la Sociedad. Dicho ofrecimiento fué aceptado y en consecuencia fué remitida la colección a dicha repartición con el fin indicado.

— Con motivo de la llegada al país del profesor doctor Bruno Lobo, para representar al Brasil en los festejos del centenario de la Universidad nacio-

nal de Buenos Aires, la Junta directiva teniendo en vista los relevantes méritos del distinguido huésped, resolvió nombrarlo socio correspondiente de nuestra institución en Río de Janeiro.

— Habiendo designado el Gobierno de la Nación a nuestro distinguido consocio, doctor Ángel Gallardo, para desempeñar el alto como muy merecido cargo de Ministro argentino ante el gobierno de Italia, la Junta directiva, además de adherirse a los diferentes homenajes que con tal motivo se realizaron en su honor en esta Capital, antes de su partida, resolvió designarlo representante de nuestra Sociedad ante las instituciones científicas de Italia, con amplias facultades para delegar en otras personas dichas funciones, siempre que el desempeño de su alto cargo oficial así lo requirieran.

— Se designó delegado de la Sociedad ante las instituciones científicas de los países que visite con motivo de su viaje a Europa, al vocal de la Junta directiva, ingeniero Evaristo V. Moreno.

— Adherirse a los siguientes actos :

Tercera conferencia de profilaxis antituberculosa que se reunió en la ciudad de La Plata en el mes de octubre próximo pasado, designándose al doctor Nicolás Lozano para representar a la Sociedad.

A la XIII sección del Congreso geológico internacional por celebrarse en Bruselas en el mes de agosto del año en curso, designándose como delegado de la Sociedad al profesor Martín Doello-Jurado.

Congreso científico internacional por celebrarse en Lieja (Bélgica) en el mes de julio del corriente año.

Homenaje organizado por la Sociedad argentina de ciencias naturales al ilustre naturalistas don Félix de Azara, designándose para representar a la Sociedad en dicho acto al vocal de la Junta directiva profesor Juan Nielsen.

Homenaje proyectado por el Centro biblioteca « Agustín Álvarez » para que se dé el nombre del ilustre escritor y sociólogo a una de las calles de la ciudad.

— Contribuir con la suma de pesos 250 moneda nacional, por una sola vez, y como socio protector de la Biblioteca popular del municipio « Bernardino Rivadavia » con destino a la subscripción pro edificio social de dicha institución.

— Reducir el tiraje de los *Anales*.

— Publicar en los *Anales* de la Sociedad el informe de la comisión designada por la Facultad de ciencias exactas, físicas y naturales de Buenos Aires, para la exploración de la Tierra del Fuego, cuyo informe contiene interesantes y bien ilustrados estudios de esta región, los que serán sin duda de mucho interés para los naturalistas.

— Acuñar una medalla de plata para socios, la cual se les venderá al precio de 5 pesos moneda nacional, con derecho a que la casa fundidora grabe en ellas el nombre de los interesados.

— Designar al doctor Rogelio A. Trelles para desempeñar interinamente

los cargos de secretario de acta y de correspondencia hasta la fecha de la próxima renovación de la Junta directiva.

— Aceptar la distinción hecha por el Centro de estudiantes de química de la Universidad del litoral (Santa Fe), el cual designó por unanimidad a la Sociedad miembro honorario de aquella institución, como igualmente la del Comité ejecutivo del 2° Congreso nacional de ingeniería, consistente en la designación del presidente de la Sociedad como miembro honorario de dicho comité.

## ASAMBLEAS

Dos han sido las asambleas realizadas durante el período: la que tuvo lugar el 14 de abril del año próximo pasado, en la que se leyó y aprobó la memoria anual correspondiente al XLIX período administrativo y se renovó la Junta directiva para el actual período, y la que tuvo lugar el 5 de agosto último para el nombramiento de un vocal y tesorero a que antes hice mención.

## ANALES

La dirección de los *Anales* a cargo del señor ingeniero Julio R. Castiñeiras, desde el mes de mayo próximo pasado, ha dado a la publicidad los siguientes tomos:

Tomo 91, entregas I-VI, enero-junio de 1921.
Tomo 92, entregas I-III, julio-septiembre de 1921.
Tomo 92, entregas IV-VI, octubre-diciembre de 1921.
Tomo 93, entregas I-II, enero-febrero de 1922.
Tomo 93, entregas III-IV, marzo-abril de 1922 (en preparación).

Normalizada la aparición de los *Anales,* la actual dirección desea continuar su publicación de entregas bimensuales, para lo cual confía en el concurso de los señores colaboradores, que con tanto empeño contribuyen a la realización de tales propósitos.

De los interesantes temas tratados por nuestros distinguidos colaboradores, habrán podido observar los señores consocios la tendencia a satisfacer todos los intereses de carácter científico.

En la breve reseña de las colaboraciones, que a continuación se detalla, podrá observarse la índole diversa de los trabajos publicados:

J. Babini, *Construcción del cuarto anarmónico en el plano complejo.*
K. M. Heller, *Nuevos curculionidos de la Argentina.*

J. J. Kieffer, *Proctotrypides hotes des fourmis en Argentine.*

P. A. Rossell Soler, *Las transformaciones geométricas.*

Arthur Mac Donald, *Var's effect upon Education and Literature and certain social Conditions being a Statistical Study of the present War, the Boer War and the Franco-Germam War.*

Kati y Miguel Fernández, *Sobre la biología y reproducción de algunos batracios argentinos.*

Antonio Pauly, *El oro en Bolivia.*

M. I. Scott-Biraben y K. Fernández-Marcinowski, *Variaciones locales de caracteres específicos en larvas de anfibios.*

Pedro Serié, *Catálogo de los ofidios argentinos.*

Nicolás Lozano, *Estadística de la mortalidad por tuberculosis en la República Argentina, en el decenio de 1911 a 1920.*

Humberto Julio Paoli, *Nuevo sistema industrial de fabricación del sulfato de cobre.*

Abel Sánchez Díaz, *Las bombas explosivas en Buenos Aires. Necesidad de leyes de represión.*

Orsini F. F. Nicola, *Explotación científica de las sales potásicas. Industrias de emergencias.*

Carlos Spegazzini, *Una nueva especie argentina del género «Prosopanche».*

Vito Volterra, *Funzioni di linee. Equazioni integrali e integro-differenziali.*

Frank H. Bigelow, *La teoría de las dos órbitas para la explicación del origen de la radiación.*

Enrique Chaudet, *La obra del profesor Bigelow sobre la radiación solar.*

Carlos Spegazzini, *Plantas nuevas e interesantes.*

Felix Santschi, *Quelques nouveaux «Cryptocerus» de l'Argentine et pays voisins.*

Jorge Duclout, *Los axiomas de la geometría.*

La sección «Bibliografía» ha merecido especial atención, insertándose en ella interesantes notas bibliográficas de obras modernas ofrecidas por la agencia Calpe, Ch. Beranger y otras, editores que tienen la gentileza de remitirnos publicaciones de estimable valor.

## EDIFICIO SOCIAL

El local que posee la Sociedad actualmente, no satisface ya a la capacidad ni a la importancia adquirida en sus 49 años de existencia, y por tal razón la Junta directiva resolvió el año próximo pasado gestionar de la Intendencia municipal y del honorable Concejo deliberante la donación de un terreno de propiedad municipal que fuera

adecuado para la erección de un edificio social más amplio que, dotado de las comodidades necesarias, pudiera ofrecerse a los hombres de ciencia de nuestro país y a los que vienen de todas partes del mundo, para que pudieran desarrollar en él sus actividades y fomentar al mismo tiempo la alta cultura nacional.

Realizadas las gestiones del caso y hallando atendible el señor intendente municipal la solicitud de nuestra Sociedad, la resolvió en sentido favorable, pero ofreciendo la concesión, por 50 años, de un terreno más pequeño aún que el que poseemos.

Considerando la Junta directiva que las pequeñas dimensiones del terreno ofrecido y el plazo precario fijado para la concesión no satisfacía las exigencias que el caso requería, ella resolvió solicitar la permuta del pequeño solar por otro de mayores dimensiones y la ampliación del plazo fijado hasta 99 años, y con tal objeto dirigió al honorable Concejo deliberante la nota que se transcribe a continuación :

Buenos Aires, septiembre de 1921.

*Señor D. Roberto F. Giusti, presidente de la Comisión de previsión y asistencia social.*

Distinguido señor concejal :

En mi carácter de presidente de la Sociedad Científica Argentina me es grato manifestar a usted lo siguiente :

Que me he impuesto del estado en que se halla el expediente actualmente a resolución del honorable Concejo deliberante, y sobre el cual debo hacer las siguientes aclaraciones :

1ª Como consta en el mismo, la Sociedad Científica Argentina solicitó de la Intendencia municipal, por un plazo prudencial, un solar adecuado para la erección en él, con destino al fomento de la alta cultura nacional. de un edificio social que ofreciera a los hombres de ciencia de nuestro país una casa propia y apropiada a sus actividades. El local que poseemos actualmente no satisface ya a la capacidad ni a la importancia adquirida por la Sociedad Científica Argentina, por esto su Junta directiva requirió el solar indicado, aceptando sin conocerlos los términos de la concesión a la Asociación médica argentina. El señor intendente municipal, doctor Llambías, hallando atendible nuestra solicitud, la resolvió favorablemente, pero sin consultarnos como creímos ocurriría, pues nosotros no indicábamos el solar. Esto ha dado lugar a que el concedido sea más pequeño aún que el que poseemos, esto es, insuficiente, y que el plazo fijado sea precario para nuestra asociación, dado su carácter exclusivamente altruista, y no de interés gremial, como la que se tomó de norma;

2ª Cómo la concesión indicada se ha realizado precisamente fundándose en la utilidad pública de la Sociedad Científica Argentina, teniendo presente, por una parte, la *necesidad* moral y aun material de la misma, en sus efectos, y, por otra, la conveniencia de que la intelectualidad nacional posea un local social, no lujoso pero sí cómodo y decente, donde pueda celebrar sus sesiones públicas, y, más aún, en este sentido, de *que los hombres cultos que vienen de todas partes del mundo civilizado a nuestro país,* con el fin de promover un provechoso intercambio intelectual en sus diversas manifestaciones artísticas, científicas e industriales (lo que constituye el mandato de nuestro estatuto social), hallen un ambiente digno, tanto de su propia cultura cuanto de la de nuestra gran capital; teniendo presente, decía, todo esto, no puede modificar el alto criterio del honorable Concejo deliberante el que la concesión sea algo más amplia de la acordada, puesto que debe satisfacer a su objetivo, tanto más que no se trata de una *donación* sino de una generosa prestación, la que nos obligará a invertir para su debido aprovechamiento una suma de dinero, siempre muy ingente para asociaciones de hombres de estudio, que persiguen el bien colectivo y no intereses personales;

3ª Concretando estos fundamentos, señor presidente, me permito solicitar del honorable Concejo : *a)* Que se permute el pequeño solar designado por el señor intendente, doctor Llambías, por otro situado en las mismas condiciones, indicando al efecto la propiedad sita en la calle Santa Fe 1445-1447, compuesto de 13ᵐ86 × 47ᵐ61, el cual, aun sin tener las dimensiones que requeriría nuestra institución, nos permitirá desenvolvernos por ahora superponiendo pisos; *b)* Que se extienda el plazo de concesión a 99 años, dado que la Sociedad entiende invertir íntegramente el capital que posee actualmente el valor de su local actual, que puede estimarse en unos 50.000 pesos, pero que aumentará con los recursos que tratará de conseguir del apoyo privado.

Saludo muy atentamente al señor concejal.

S. E. Barabino.
*P. A. Rossell Soler.*

Dados los fundamentos que se exponen en la nota que antecede, es de presumir que el pedido será resuelto en sentido favorable.

## BIBLIOTECA

Durante el período terminado se han recibido en calidad de donación 53 volúmenes y 128 folletos, cuya nómina se transcribe más adelante.

Además de las obras recibidas por donación, contribuyen a en-

grosar la biblioteca 212 publicaciones que se reciben en canje de nuestros *Anales*, como también las 14 revistas que ingresan por concepto de subscripción, lo que en total forma un aumento anual de más de 609 volúmenes, considerando que cada una de las revistas que se reciben forman dos volúmenes anuales.

Para facilitar a los señores socios la consulta de los libros de la biblioteca, se les ha seguido permitiendo sacarlos fuera del local para ser llevados a domicilio temporariamente. En tal forma se han prestado 80 volúmenes y 72 números de revistas.

Durante el año se han encuadernado 124 volúmenes.

En cuanto al archivo de la Sociedad, se ha continuado coleccionando los documentos. Los documentos correspondientes a los años 1872 a 1890 están encuadernados, y preparados para su encuadernación los correspondientes a los años 1891 hasta 1902.

Durante el año transcurrido se ha establecido el canje con la revista : *New York College of Agriculture and Agriculture experimental Station*, de Ithaca.

La Sociedad ha seguido contribuyendo al fomento de 29 bibliotecas públicas del país y varias del extranjero, a las cuales se envía gratuitamente los *Anales*.

He aquí la nómina de los libros y folletos recibidos durante el período 1° de abril de 1921 a 31 de marzo de 1922 :

Estados Unidos de Venezuela, *Memoria del Ministerio de obras públicas*, año 1904, 2 tomos, 672 páginas, Tipografía El Cojo, Caracas, 1914.

Estados Unidos de Venezuela, *Memoria del Ministerio de obras públicas*, año 1917, 2 tomos, 1054 páginas, Tipografía El Comercio, Caracas, 1917.

Estados Unidos de Venezuela, *Memoria del Ministerio de obras públicas*, año 1918, 2 tomos, 1189 páginas, Tipografía El Comercio, Caracas, 1918.

Estados Unidos de Venezuela, *Memoria del Ministerio de obras públicas*, año 1919, 2 tomos, 1432 páginas, Tipografía el Comercio, Caracas, 1919.

Estados Unidos de Venezuela, *Memoria del Ministerio de obras públicas*, año 1920, 2 tomos, 1286 páginas, Tipografía el Comercio, Caracas, 1920.

Estados Unidos de Venezuela, *Memoria del Ministerio de obras públicas*, año 1921, 3 tomos, 1387 páginas, Tipografía el Comercio, Caracas, 1921.

Sociedad argentina de ciencias naturales, *Primera reunión nacional de Tucumán, 1916*, 833 páginas, Imprenta Coni, Buenos Aires, 1919.

Obras sanitarias de la Nación, *Memoria del directorio correspondiente a 1920*, 350 páginas, Buenos Aires, 1921.

Joaquín Frenguelli, *Los terrenos de la costa Atlántica en los alrededores de Miramar y sus correlaciones*, 163 páginas, Imprenta Coni, Buenos Aires, 1921.

Francisco José Duarte, *Détermination des positions géographiques par les méthodes des hauteurs égales*, 164 páginas, A. Hermann et frères, Paris, 1920.

Policía de la Capital federal, *Memoria, antecedentes, datos estadísticos y crónicas de actos públicos correspondientes al año 1921*, 328 páginas, Imprenta y encuadernación de la policía, Buenos Aires, 1921.

Enrique Butty, *Resolución estática de sistemas planos*, 345 páginas, R. Radaelli, Buenos Aires, 1921.

Gran Colecta Nacional, *Memoria documental*, 171 páginas, Colegio Pío IX, Buenos Aires, 1920.

Francisco Castañeda, *Nuevos estudios. Historia, literatura, política, crítica y sociología*, 377 páginas, Imprenta Nacional, San Salvador, 1919.

Asociación Química Argentina, *Actas y trabajos del Primer congreso nacional de química*, volumen IV, sección técnica, 555 páginas, T. Palumbo, Buenos Aires, 1921.

Raúl Novaro y Hugo J. D'Amato, *Consideraciones sobre un nuevo signo en las neoplasias pleuro-mediastino-pulmonares*, 114 páginas, A. Guidi Buffarini, Buenos Aires, 1920.

Observatorio Nacional de Córdoba, *Resultados*, volumen XXIII, 311 páginas, Imprenta Breikopf y Haertel, Leipzig, Córdoba, 1914.

Museo Nacional de Chile, *Boletín*, tomo XI (1918-1919), 293 páginas, Imprenta Universitaria, Santiago, 1920.

Ministerio de instrucción pública, *Revista de la enseñanza*, números 12 al 16, año V, 322 páginas, Imprenta Nacional, San Salvador, 1920.

Louis Rougier, *La Matérialisation de l'énergie*, 148 páginas, Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1919.

Ezequiel Ramos Mexía, *La colonización oficial y la distribución de las tierras públicas*, 181 páginas, Ferrari hermanos, Buenos Aires, 1921.

Universidad Nacional de Buenos Aires, *Catálogo de las obras existentes*, 223 páginas, R. Radaelli, Buenos Aires, 1921.

Ramón Araya, *El derecho profesional del ingeniero*, 173 páginas, Rosario (Santa Fe), 1921.

Ramón Araya, *El derecho profesional del ingeniero*, tercera memoria, 234 páginas, Rosario (Santa Fe), 1921.

Primer congreso de expansión económica y enseñanza comercial americano 1919, *Memoria*, 390 páginas, Imprenta Nacional, Montevideo, 1921.

Archivo general administrativo, *Revista o colección de documentos*, volumen X, 279 páginas, Imprenta Mercantil, Montevideo, 1920.

Andrés Belotsvetov, *Río Limay*.

T. H. Morgan, *Evolución y mendelismo. Crítica de la teoría de la evolución*, 177 páginas, Calpe, Madrid, 1921.

W. Guttmann, *Física*, 243 páginas, Madrid, 1921.

E. Fernández Galiano, *Morfología y biología de los Protozoos*, 266 páginas, Calpe, Madrid, 1921.

William B. Scott, *La teoría de la evolución y las pruebas en que se funda,* 210 páginas, Calpe, Madrid, 1921.

Henry Verdinne, *L'utilisation des combustibles solides sous forme pulvérisée,* 205 páginas, Ch. Beranger, Paris, 1921.

Centro nacional de ingenieros, *Primer Congreso nacional, sección agrimensura, 1916,* 264 páginas, Guía Expreso, Buenos Aires, 1921.

Cuerpo de ingenieros de minas del Perú, *Anales del Congreso de la industria minera,* tomo I, 691 páginas, Imprenta Torres Aguirre, Lima, 1921.

Cuerpo de ingenieros de minas del Perú, *Anales del Congreso de la industria minera,* tomo VII, 143 páginas, Imprenta Torres Aguirre, Lima, 1921.

Cuerpo de ingenieros de minas del Perú, *Anales del congreso de la industria minera,* tomo VIII, 163 páginas, Imprenta Torres Aguirre, Lima, 1921.

Collecçao Studart, *Documentos para a historia do Brasil e especialmente a do Ceará,* 238 páginas, Assis Bezerra, Fortaleza, 1921.

Comisión nacional de homenaje, *Centenario de Rawson,* 184 páginas, Tixi y Achaff, Buenos Aires, 1921.

Giorgio Mortara, *Prospettive economiche,* 384 páginas, Societá anonima « Leonardo da Vinci », Milano, 1922.

Paul Lemoine, *Traité de pratique de géologie,* 542 páginas, Hermann et frères, Paris, 1922.

T. H. Morgan, *Evolución y mendelismo,* 177 páginas, Calpe, Madrid, 1921.

E. Fernández Galiano, *Morfología y biología de los Protozoos,* 266 páginas, Calpe, Madrid, 1921.

William B. Scott, *La teoría de la evolución y las pruebas en que se funda,* 210 páginas, Madrid, 1920.

Compañía nacional de homenaje al Perú, *Memoria y relación de los festejos celebrados en la República Argentina en su primer centenario,* 316 páginas, Ferrari hermanos, Buenos Aires, 1922.

Carnegie Endowment for International Peace, *Year Book, 1920,* 244 páginas, Wáshington.

Carnegie Endowment for International Peace, *Year Book, 1919,* 209 páginas, Wáshington.

Institut de Ciencies, *Treballs de la Societat de Biologia, any sete, 1919.* 321 páginas, Tallers d'arts gráfiques Henrich, Barcelona, 1919.

Luigi Tonelli, *La Critica,* 110 páginas, Imprenta Polyglotte, Roma, 1920.

Luigi Piccioni, *Il Giornalismo,* 66 páginas, Imprenta Polyglotte, Roma, 1920.

Guglielmo Bilancioni, *La storia della medicina,* 100 páginas, Imprenta Polyglotte, Roma, 1920.

F. Artimini, *Descripción de un pequeño hidroextractor de precisión,* 10 páginas, Imprenta Medrano 613, Buenos Aires

José Imbelloni, *Introducción a nuevos estudios de cráneotrigonometría,* 68 páginas, Taller de impresiones oficiales, La Plata, 1921.

Jorge Duclout, *La reforma universitaria,* 12 páginas, R. Radaelli, Buenos Aires, 1921.

Atilio dell Oro Maini, *La acción patronal. Organización internacional de los patrones industriales,* A. de Martino, Buenos Aires, 1921.

Vicente Betancourt Aramburu, *Examen crítico de los bancos de emisión en El Salvador* (tesis), 37 páginas, Imprenta Nacional, San Salvador, 1921.

Clarence B. Moore, *Notes on shell implements from Florida,* 32 páginas.

Alfredo Zimmermann Resta, *Determinación del apex solar,* 16 páginas, R. Radaelli, Buenos Aires, 1921.

Juan Brèthes, *Un nuevo psillidæ de la República Argentina,* Olivieri y Domínguez, La Plata, 1921.

Ottomar Schmiedel, *Estudio sobre la edad de la Tierra a base de los procesos termológicos,* 93 páginas, Taller de impresiones oficiales, La Plata, 1921.

Galdino Negri, *Determinación de un método analítico racional para separar las subfases de un sismograma,* 99 páginas, R. Radaelli, Buenos Aires, 1921.

Raimundo Wilmart, *Irlanda,* 52 páginas, A. de Martino, Buenos Aires, 1921.

Manuel J. Lagos, *El poder naval como garantía de la soberanía y prosperidad de la Nación,* 95 páginas, L. J. Rosso, Buenos Aires, 1921.

Atilio dell Oro Maini, *Organización internacional del comercio,* 82 páginas, A. de Martino, Buenos Aires, 1921.

Bruno Lobo, *O Museu Nacional durante o anno de 1920,* 71 páginas, Imprenta Nacional, Rio de Janeiro, 1921.

Raúl Villarroel, *Nociones positivas de psicología social,* 106 páginas, Imprenta Exito, Santa Fe, 1920.

Asociación del Trabajo, *Consejos industriales mixtos,* 58 páginas, A. de Martino, Buenos Aires, 1921.

Departamento Estadual do Trabalho, *Mercado de Trabalho,* 98 páginas, Rothschild, São Paulo, 1920.

Pablo Alfonso Vascónez, *Historia profana de Israel,* 21 páginas, Imprenta Oficial, Quito, 1921.

Real Academia de ciencias exactas, físicas y naturales, *Fotogrametría terrestre y aérea* (discursos), 87 páginas, Tipografía Fortanet, Madrid, 1921.

Institución cultural española, *Memoria (marzo 1920-1921),* 12 páginas, *El Diario Español,* Buenos Aires, 1921.

Roberto Araujo, *Inversión y polaridad en un triángulo y tetraedro,* 69 páginas, Madrid, 1920.

Henao y Arrubla, *Primer centenario de la batalla de Boyacá (1819 a 1919),* 54 páginas, Escuela tipográfica Salesiana, Bogotá, 1919.

Santiago Barabino Amadeo, *Epitelioma primitivo de la uretra masculina,* 55 páginas, E. Spinelli, Buenos Aires, 1921.

Benito J. Carrasco, *Oficina técnica de parques y jardines,* 18 páginas, Buenos Aires, 1921.

A. Ferraz de Carvalho, *O magnetismo terrestre,* 43 páginas, Imprenta Académica, Coimbra, 1920.

P. Rivet, *Affinités du sáliba et du piaróa,* 10 páginas, Au Siége de la Societé, Paris, 1920.

P. Rivet, *Les katukina, étude linguistique,* 8 páginas, Au Siége de la Societé, Paris, 1920.

P. Rivet et C. Tastevin, *Affinités du makú et du puináve,* 14 páginas, Au Siége de la Societé, Paris, 1921.

P. Rivet, *Bibliagraphie Americaniste,* 46 páginas, Au Siége de la Societé, Paris, 1922.

Salvador Mazza, *Los servicios epidemiológicos de la Cruz roja austriaca durante la pasada guerra,* 30 páginas, Rodríguez Giles, Buenos Aires, 1921.

Joaquín Frenguelli, *Sobre un proterotérido del pampeano superior de Córdoba,* 19 páginas, T. Palumbo, Buenos Aires, 1921.

G. de Créqui-Montfort et P. Rivet, *Linguistique Bolivienne, La langue Kayuvava,* 22 páginas, Macon, Protat frères, Paris.

P. Rivet et C. Tastevin, *Les tribus indiennes des bassins du Jurus, du Juruá et des régions limitrophes,* 34 páginas, M. M. Masson, Paris, 1921.

Blas Cabrera, *El estado actual de la teoría del magnetismo,* 160 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1919.

E. Moles, *Los pesos atómicos en 1916,* 46 páginas, Bailly Baill, Madrid, 1917.

E. Moles, *Los pesos atómicos en 1917,* 31 páginas, Bailly Baill, Madrid, 1918.

J. Cabrera, *Velocidad de los iones gaseosos,* 30 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1920.

A. del Campo y M. Catalán, *La tabla de interpolación de Rydberg y el cálculo de las series espectrales,* 13 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1920.

C. A. Crommelin y J. Palacios Martínez, *Estado superconductor de los metales,* 24 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1920.

E. Moles, *Las revisiones de los pesos atómicos en 1918-1919,* 37 páginas, Eduardo Arias, 1920.

B. Cabrera y E. Moles, *La magneto-química del sulfato férrico y la teoría de los magnetones,* 38 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1918.

B. Cabrera, E. Moles y J. Guzmán, *La magneto-química de los compuestos de niquel y la teoría del magnetón,* 38 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1918.

B. Cabrera, *Instalación para la medida de susceptibilidad magnética por el metodo de Quincke,* 38 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1918.

B. Cabrera, *Estudios sobre la dilatación de disoluciones. Cloruro, nitrato y sulfato de níquel,* 14 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1914.

J. de Guzmán Carrancio, *El cátodo de cobre en electroanálisis,* 11 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1914.

E. Moles, *Estudios acerca de disolventes inorgánicos,* 35 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1914.

B. Cabrera y E. Moles, *La magnetoquímica de las sales de cobre y la teoría del magnetón. Cloruro, nitrato y sulfato en disoluciones concentradas,* 9 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1914.

E. Moles y M. Marquina, *Acción de algunos cuerpos hidroxilados sobre la solubilidad del* $Cl_2Hg$ *en el agua,* 13 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1914.

Santiago Piña de Rubies, *Isoterma de solubilidad 25° del cloruro lítico en mezclas de agua y alcohol,* 12 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1914.

J. Guzmán Carrancio, *Coeficiente de temperatura de la fluidez y su relación con el calor de la fusión,* 21 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1914.

B. Cabrera, *Instalación para la medida de susceptibilidad de los cuerpos fuertemente paramagnéticos,* 15 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1914.

J. Guzmán Carrancio, *El calor de fusión y el sistema periódico,* 11 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1914.

J. Guzmán Carrancio, *Variación de la constante crioscópica con el peso molecular del disolvente,* 12 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1915.

Ángel del Campo, *El espectro de bandas de silicio,* 62 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1915.

E. Moles, *Acerca de las soluciones de selenio y de teluro en ácido sulfúrico absoluto,* 13 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1915.

B. Cabrera, E. Moles y M. Marquina, *Magnetoquímica de las sales manganosas y ferrosas,* 17 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1915.

J. Guzmán y Sanz Ulzurrum, *Electroanálisis del cobre sin eléctrodos de platino,* 7 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1915.

B. Cabrera y J. Torroja, *Influencia del campo magnético sobre la resistencia del níquel,* 57 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1918.

J. Torroja, *Acción del campo magnético sobre la resistencia eléctrica en las proximidades del punto de Curie,* 16 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1915.

J. Guzmán y J. M. Fernández Ladreda, *Cátodo de cobre y ánodo de hierro en el electroanálisis de los latones,* 11 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1915.

J. Guzmán y J. Alemany, *Electroanálisis de la plata sin electrómenos de platino,* 9 páginas, Eduardo Arías, Madrid, 1915.

S. Piña de Rubies, *La presencia del platino en España,* 15 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1916.

E. Irueste, *Estudios sobre la dilatación de las soluciones de cloruro, nitrato y sulfato de cobre y sulfato de cadmio,* 10 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1916.

J. Guzmán y T. Batuecas, *Electroanálisis del cobre sin eléctrodos de platino,* 12 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1916.

J. Laub, *Sobre una especie de radiación difractada producida iluminando los bordes de los cuerpos con rayos Rontgen,* 12 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1916.

J. Guzmán y E. Jimeno, *Electroanálisis del cobalto sin eléctrodos de platino,* 9 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1916.

Mario de Legórburu, *Estudio sobre la variación de la resistividad con la temperatura en algunas amalgamas de cinc y cadmio,* 24 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1916.

S. Piña de Rubies, *Estudio espectroquímico del platino nativo,* 46 páginas, Eduardo Arias, 1916.

B. Cabrera, E. Jimeno y M. Marquina, *La magnetoquímica de las sales de cobalto y la teoría de los magnetones,* 21 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1916.

T. Batúecas, *Electroanálisis del estaño sin eléctrodos de platino,* 18 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1916.

Miguel Catalán Sañudo, *Estudio del espectro del magnesio. Nuevas líneas halladas en el mismo,* 15 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1916.

J. Laub y B. Cabrera, *Acerca de la acción de los bordes de los orificios en los rayos,* Bailly-Bailliere, Madrid, 1917.

S. Piña de Rubies, *Acerca de la presencia del níquel y del cobalto en las cromitas,* 7 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1917.

S. Piña de Rubies, *Nuevas rayas de cromo en el espectro de arco en el aire entre 2300 y 1980 UA,* 16 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1917.

B. Cabrera y M. Marquina, *Magnetoquímica de los compuestos del cromo I, sulfato y nitrato crómicos,* 14 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1917.

S. Piña de Rubies, *Nuevas rayas del cobre y de la plata entre 2300 y 1980 UA en el espectro de arco en el aire,* 12 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1917.

Miguel Catalán Sañudo, *Nuevos dobletes adicionales a las series espectrales de la plata,* 13 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1917.

J. Guzmán y P. Poch, *Electroanálisis del cinc y del cadmio sin eléctrodos de platino,* 18 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1919.

S. Piña de Rubies, *Nuevas rayas del hierro entre 2300 y 1900 UA en el espectro del arco en el aire,* 15 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1917.

M. A. Catalán, *Algunas regularidades en los espectros del cobre y del boro. Nuevas líneas en el espectro de arco de la plata entre 4500 y 2300 UA,* 12 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1917.

M. A. Catalán, *Investigaciones sobre las rayas últimas en los espectros de arco de los elementos,* 16 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1917.

B. Cabrera, *Mecanismo de la disociación electrolítica,* 44 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1918.

M. B. Wagner, *Influencia de la constante dieléctrica del disolvente y de la energía eléctrica de los iones sobre la disociación electrolítica,* 31 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1918.

S. Piña de Rubies, *Nuevas rayas del níquel y del cobalto entre 2300 y 2000 UA en el espectro de arco en el aire,* 16 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1918.

B. Cabrera, *El paramagnetismo de las sales sólidas y las teorías del magnetón*, 16 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1918.

José Baltá Elías, *Magnetoquímica de los cloruros crómicos*, 17 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1918.

Luis Vegas, *Estudios acerca del efecto polar en el arco eléctrico*, 18 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1918.

M. A. Catalán, *Investigaciones sobre las rayas últimas en los espectros de arco de los elementos*, 10 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1918.

Pelayo Poch, *Electroanálisis del bismuto sin eléctrodos de platino*, 17 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1918.

S. Piña de Rubies, *Método muy exacto y rápido para valorar el mercurio en la mayoría de sus compuestos*, 31 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1918.

J. Guzmán y P. Poch, *Electroanálisis del mercurio sin eléctrodos de platino*, 16 páginas, Bailly-Bailliere, Madrid, 1918.

L. Gómez, *Métodos principales para determinar la constitución iónica de las soluciones electrolíticas y su aplicación a la del nitrato de uranilo*, 26 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1919.

F. González y E. Moles, *Ensayo de síntesis del oxisulfuro de carbono por la chispa eléctrica*, 5 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1919.

E. Moles y M. Marquina, *Acerca de los aristoles y de la determinación cuantitativa del timol*, 25 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1919.

E. Lasala, *Electroanálisis indirecto de aniones sin eléctrodos de platino*, 10 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1919.

J. Guzmán, *Electroanálisis del oro sin eléctrodos de platino*, 8 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1919.

B. Cabrera y S. Piña, *La magnetoquímica de las sales cromosas y oxicrómicas*, 21 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1919.

J. Alemany, *El cátodo de cobre amalgamado en electroanálisis*, 16 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1919.

E. Fernández Espina, *Electroanálisis del níquel sin eléctrodos de platino*, 9 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1919.

J. Guiteras, *Electroanálisis del cobre sin eléctrodo de platino*, 10 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1919.

E. Lasala, *Electroanálisis indirecto de aniones sin eléctrodos de platino*, 15 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1919.

Ángel del Campo, *Los espectros de emisión y las reacciones químicas en el foco emisor*, 15 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1919.

J. Palacios, *Medida de los volúmenes de los meniscos de mercurio*, 22 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1919.

Manuel Martínez Risco, *Sobre el invariante de refracción de abre*, 8 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1919.

J. Palacios, *Sobre la forma de la sección meridiana de los meniscos de mercurio*, 7 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1920.

E. Moles y T. Batuecas, *Peso atómico del fluor. (Revisión física-química)*, 63 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1920.

Julio Palacios, *Tensión superficial del mercurio en el vacío*, 16 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1920.

E. Moles y R. Aguirre, *Acerca de los compuestos cupricianogenados*, 61 páginas, Eduardo Arias, Madrid, 1921.

James Brown Scott, *Project of an international court of justice*, 15 páginas, Baltimore, 1917.

George A. Finch, *El tratado de paz con Alemania ante el senado de los Estados Unidos*, 56 páginas, Dotación Carnegie, Wáshington, 1921.

Informe presentado a la conferencia preliminar de la paz, *Comisión encargada del estudio de la responsabilidad de los autores de la guerra e imposición de penas*, 58 páginas, Dotación Carnegie, Wáshington, 1921.

Elihu Root, *La declaración de los derechos y deberes de las naciones adoptada por el Instituto argentino de derecho internacional*, 13 páginas, Wáshington, 1916.

Charlemagne Tower, *El origen significado y valor internacional de la doctrina de Monroe*, 24 páginas, Dotación Carnegie, Wáshington, 1920.

Elihu Root, *Discurso. Sociedad americana de derecho internacional*, 17 páginas, Dotación Carnegie, Wáshington, 1921.

Emilio C. Díaz, *El título profesional y su defensa*, 24 páginas, Buenos Aires, 1921.

La Conférence de la Societé des Nations a Barcelona, *Texte complet des conventions et recomendations adoptées précédé d'une introduction*, 72 páginas, Payot & Cie., Lausanne, 1921.

Enrique Chaudet, *La obra del profesor Bigelow sobre la radiación solar*, 18 páginas, Imprenta Coni, Buenos Aires, 1921.

Confederación argentina del comercio, industria y de la producción, *Situación económica actual y sus perspectivas*, 21 páginas, Buenos Aires, 1921.

Juan Brèthes, *El bicho de cesto*, 30 páginas, Imprenta Preusche, Buenos Aires, 1921.

Salvador Debenedetti, *La influencia hispánica en los yacimientos arqueológicos de Caspinchango*, 46 páginas, Imprenta Coni, Buenos Aires, 1921.

Antonio Serrano, *Contribución al conocimiento de la arqueología de los alrededores del Paraná*, 23 páginas, Talleres gráficos *El Diario*, Paraná, 1921.

José María Torroja y Miret y Amós Salvador, *Discursos. Fotogrametría terrestre y áerea*, 87 páginas, Fortanet, Madrid, 1920.

Eduardo Volpatti, *Tecnología mecánica. Máquinas útiles para trabajar metales*, 72 páginas, R. Radaelli, Buenos Aires, 1922.

## CONFERENCIAS

Durante el período terminado se han realizado ocho conferencias en el local social, patrocinadas por la Sociedad Científica Argentina, Asociación Química Argentina y Centro Cultural Latium, cuya nómina es la siguiente:

Agosto 16. Doctor Bruno Lobo, *La vida en la isla de Trinidad.*

Octubre 1°. Doctor Abel Sánchez Díaz, *Las bombas explosivas en Buenos Aires. Necesidad de leyes de represión.*

Octubre 14. Doctor Horacio Damianovich, *Vitaminas.*

Octubre 21. Doctor Narciso C. Laclau, *Los métodos de enseñanza en las ciencias físico-químicas y naturales en las escuelas medias de Estados Unidos.*

Octubre 25. Doctor Pablo Croveri, *Historia y estado actual de la lucha contra la fiebre aftosa.*

Octubre 28. Doctor Abel Sánchez Díaz, *Aprovechamiento industrial del nitrógeno del aire.*

Noviembre 4. Doctor Tomás J. Rumi, *El alcohol como combustible.*

Noviembre 9. Doctor Orsini F. F. Nicola, *Explotación científica de las sales potásicas.*

Además, con motivo de la celebración del 49° aniversario de la fundación de la Sociedad y en homenaje al primer centenario de los generales Bartolomé Mitre y Martín Güemes, del doctor Guillermo Rawson, de la independencia del Perú y de la fundación de la Universidad nacional de Buenos Aires, tuvo lugar un acto público realizado el 7 de septiembre próximo pasado en el Salón Augusteo, y en el que se desarrolló el siguiente programa:

1. Himno nacional.
2. Discurso del presidente de la Sociedad Científica Argentina, ingeniero Santiago E. Barabino.
3. *Scenes de bal,* Massenet.
4. Conmemoración del doctor Guillermo Rawson, por el doctor Nicolás Lozano.
5. *Minuetto*, Bolzoni.
6. *Genealogía de las ciencias,* conferencia por el profesor Clemente Onelli.
7. *Marcha de los enanos,* Grieg.

En nuestro salón social, cedido por la Junta Directiva, se celebraron también las sesiones de la sección « vías de comunicación » y de la subsección « aeronavegación » del Segundo congreso nacional de ingeniería, verificado en el mes de agosto próximo pasado.

### MOVIMIENTO DE SECRETARÍA

Todos los asuntos entrados y resueltos por la Junta directiva y asambleas fueron despachados, para lo cual han sido redactadas 320 notas, además de toda la correspondencia de trámite que alcanzó a 121 comunicaciones y se han redactado 40 actas de la Junta directiva y asambleas. Se ha atendido las relaciones de la Sociedad con las del país y del extranjero, cuyas copias se encuentran en los libros respectivos.

### SOCIOS ACTIVOS Y ADHERENTES

El movimiento de socios ha sido el siguiente:

| | Activos | Adherentes |
|---|---|---|
| En 31 de marzo de 1921 los socios eran....... | 291 | 32 |
| Han ingresado durante el período........... | 18 | 10 |
| Se reincorporaron........................ | 6 | » |
| Pasó a ser socio activo..................... | 1 | » |
| Totales........... | 316 | 42 |
| Se han eliminado por diferentes causas y uno que pasó a ser socio activo................ | 26 | 6 |
| Quedan en 31 de marzo de 1922 ............. | 290 | 36 |

Entre los socios salidos figuran 10 activos y 2 adherentes que han renunciado, 7 activos y 1 adherente que fueron declarados cesantes por falta de pago, 6 por haberse ausentado del país y 4 activos y 2 adherentes, por fallecimiento.

Los socios ingresados durante el período son los siguientes:

*Activos.* — Cornelio Sánchez Oviedo (ingeniero agrónomo), Francisco José Duarte (ingeniero civil), Emilio Pereira (ingeniero mecánico), Rufino Arroyo (ingeniero civil), Juan A. Valle (ingeniero civil), Angel Figini (ingeniero civil), Agustín Pestalardo (abogado), Esteban Carbone (ingeniero), Agustín Bancalari, Juan C. Bunge (ingeniero civil), Antonio Barbieri (médico), Pablo Croveri (veterinario), Rafael Ayerza (ingeniero civil), Manuel F. Castello (ingeniero civil y abogado), Antonio Escudero (ingeniero civil), Héctor J. Saporiti, Williams Hoxmark (meteorólogo) y Reinaldo Vanossi (doctor en química).

*Adherentes.* — Señores Ángel Broucas, Francisco A. Saez, Juan F. Andisco, Manuel Ucha, Ernesto Bachman, Carlos F. Hickethier,

Atilio Massone, Carlos de Nicola, Rogelio G. Canaveris y Alberto J. Zanetta.

*Reincorporados.* — Alfredo Bonino (ingeniero civil), Santiago Maradona (ingeniero civil), Alfredo Colmo (abogado), Ludovico Ivanissevich (ingeniero civil), Martiniano Leguizamón Pondal (doctor en química), Salvador Debenedetti (doctor en filosofía y letras).

Desde su fundación hasta la fecha la Sociedad ha contado con 21 socios honorarios, habiendo fallecido de ellos los 14 primeros de la nómina total, que es la siguiente: Doctores Pedro Visca, Germán Burmeister, Mario Isola, Benjamín A. Gould, R. A. Philippi, Guillermo Rawson, Carlos Berg, Valentín Balbín, Florentino Ameghino, Carlos Darwin, César Lombroso, ingenieros Luis A. Huergo, Vicente Castro, doctores Juan J. J. Kyle, Estanislao S. Zeballos, Walter Nernst, Eduardo L. Holmberg, Enrique Ferri, Carlos Spegazzini e ingenieros J. Mendizabal Tamborrel y Guillermo Marconi.

Los socios correspondientes son 57.

La Junta directiva en su sesión del 17 de agosto designó en tal carácter, en Río de Janeiro, al doctor Bruno Lobo, habiéndose tenido que lamentar el fallecimiento del doctor E. Larraburre y Unánue, socio correspondiente en Lima.

En resumen, el total de socios es actualmente el siguiente:

| | |
|---|---|
| Honorarios | 7 |
| Correspondientes | 57 |
| Activos | 290 |
| Adherentes | 36 |
| Protectores de la Organización didáctica de Buenos Aires | 3 |
| Total | 393 |

Los socios cuyo fallecimiento ha tenido que lamentar la Sociedad, y a quienes oportunamente les fué tributado el debido homenaje, son los siguientes: ingeniero José M. Salva, señor Pelegrino Baistrochi, doctor Enrique del Valle Iberlucea, señor Angel Broucas, doctor Adolfo Mujica, ingeniero Juan Pelleschi, ingeniero Alberto D. Otamendi, el socio honorario doctor Juan J. J. Kyle y el socio correspondiente en Lima doctor E. Larraburre y Unánue.

## MOVIMIENTO DE TESORERÍA

La tesorería ha continuado rigiéndose por el presupuesto sancionado para el período anterior, que es el siguiente:

RECURSOS

| | | Por mes | Por año |
|---|---|---|---|
| 1. Cuotas de socios | | 1050 » | 12.600 » |
| 2. Subsidio del gobierno de la Nación | | 245 » | 2.940 » |
| 3. Subscripciones y venta números sueltos de *Anales*. | | 20 » | 240 » |
| 4. Rentas : | | | |
| 4000 Cédulas argentinas (6 °/₀) | 20 » | | |
| 4800 Certificados municipales (7 °/₀) | 28 » | 48 » | 576 » |
| | | 1363 » | 16.356 » |

GASTOS

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. *Anales :* | | | |
| Impresiones, ilustraciones y franqueo | | 500 » | 6.000 » |
| 2. *Biblioteca :* | | | |
| Subscripciones, compras y encuadernación | | 80 » | 960 » |
| 3. *Edificio social :* | | | |
| Impuestos municipales | 8 25 | | |
| Obras sanitarias (imp.) | 15 » | | |
| Contribución territorial | 7 » | | |
| Conservación | 9 75 | 40 » | 480 » |
| 4. *Sueldos y comisiones :* | | | |
| Gerente | 250 » | | |
| Escribiente | 100 » | | |
| Auxiliar de biblioteca | 60 » | | |
| Ordenanza | 80 » | | |
| Cobrador (10 °/₀ cuotas) | 107 » | 597 » | 7.164 » |
| 5. *Gastos generales :* | | | |
| Teléfono | 12 50 | | |
| Cuotas a sociedades | 2 » | | |
| Luz eléctrica | 20 » | | |
| Muebles y útiles | 5 50 | | |
| Impresiones, franqueo, etc | 70 » | 110 » | 1.320 » |
| 6. *Eventuales :* | | | |
| Para refuerzos | | 36 » | 432 » |
| | | 1363 » | 16.356 » |

Del ejercicio anterior se recibió, como :

| | |
|---|---|
| Efectivo en caja | 245 89 |
| Depósito en cuenta corriente en el Banco de la Nación Argentina. | 4.571 71 |
| 4000 pesos nominales Cédulas hipotecarias argentinas, 2ª serie, a pesos 91,20 por ciento | 3.648 » |
| 4800 pesos nominales Certificados municipales, ordenanza 20 de octubre de 1920 a pesos 92,10 por ciento | 4.420 80 |

A éstos hay que agregar el importe de :

| | |
|---|---|
| 200 pesos nominales de Certificados de la ordenanza de 21 de diciembre de 1921, entregados por la Municipalidad de la Capital como bonificación por el canje de los anteriores, por los actuales a pesos 92,10 por ciento | 184 20 |
| 20 libras nominales en un título de la deuda externa de la provincia de Buenos Aires | 227 27 |
| Cuotas atrasadas de socios (recibos por cobrar) | 2.026 » |
| Junta nacional para las aplicaciones científicas, cuenta por reintegrar | 186 23 |
| Congreso universitario, cuenta por reintegrar | 818 13 |
| Saldo deudor de la Junta ejecutiva del homenaje a Ameghino | 1.833 54 |
| Subsidio del gobierno de la Nación, cuarto trimestre de 1920 y primer trimestre de 1921, por cobrar | 1.470 » |
| Cupones del primer trimestre de 1921 (Certificados municipales). | 84 » |

Al empezar el período había las siguientes cuentas por pagar :

| | |
|---|---|
| A Fernando A. Coni, sus cuentas por impresiones de *Anales* | 6.143 » |

De las cifras globales que se extraen de los libros respectivos en 31 de marzo de 1922, llevados por el gerente, señor Juan Botto, resulta, que :

| | |
|---|---|
| Por concepto de cuotas mensuales se han cobrado | 13.494 » |
| Habiendo, por lo tanto, una diferencia en más de | 894 » |
| Con lo calculado en el presupuesto que era de | 12.600 » |
| Existiendo un saldo de recibos por cobrar | 1.778 » |
| Por subsidio del gobierno de la Nación se alcanzó a cobrar el total de lo presupuestado | 3.940 » |
| Por concepto del subsidio acordado por la Municipalidad de la Capital se cobraron | 10.000 » |
| Por concepto de *Anales* se ha cobrado | 2.061 65 |
| Habiendo, por lo tanto, una diferencia en más de lo presupuestado. | 1.821 65 |
| Por concepto de rentas (cupones, títulos) se han cobrado | 593 89 |
| Con una diferencia de lo presupuestado en más de | 17 89 |

Actualmente la sociedad es acreedora del subsidio correspondiente al cuarto trimestre de 1921 y primer trimestre de 1922 :

| | |
|---|---|
| O sean | 1.470 » |

En cuanto a los egresos, se distribuyen en la forma siguiente :

| | |
|---|---|
| *Anales* : Se han pagado por impresiones a la casa Coni, por sueldos, gastos de franqueo, impresión de láminas, grabado de cliché y gastos menores varios | 12.035 » |

| | | |
|---|---|---|
| *Biblioteca :* Lo gastado por encuadernación, subscripción, etc.; alcanzó a | | 359 24 |
| *Edificio social :* Por impuestos varios, reparaciones y conservación. | | 411 » |
| *Sueldos y comisiones :* Por este concepto, estando incluído en la suma el importe de un mes de sueldo con que se gratificó a los empleados con motivo del año nuevo, se han invertido | | 7.736 80 |
| *Gastos generales y eventuales :* Por este concepto que comprende impresiones varias, teléfono, alumbrado, franqueo, útiles de escritorio y otros gastos menores, el monto invertido ha sido de | | 1.741 48 |
| *Primer Congreso universitario :* Por impresiones | | 190 80 |
| El total de las entradas durante el período terminado ha sido de | 29.128 34 | |
| Y el total de las salidas | 22.664 75 | |
| Quedando un saldo a favor de | | 6.463 89 |
| Al que agregado el importe de la existencia anterior (31 de marzo de 1921) que fué de | | 245 89 |
| Y el saldo en depósito cuentas corrientes del Banco de la Nación Argentina en igual fecha que fué de | | 4.571 71 |
| Resulta el saldo existente, en 31 de marzo de 1922 (efectivo en caja y depósito en el Banco), de | | 11.281 19 |
| Como puede verse, las entradas han superado a las calculadas en el presupuesto de | | 12.772 34 |
| Y las salidas de | | 6.308 75 |
| De lo que resulta un *superavit* de | | 5.463 69 |
| En estos resultados hay que tener en cuenta la entrada de pesos. | | 10.000 » |
| Recibida de la Municipalidad en concepto de subsidio, cantidad no prevista en el presupuesto, como igualmente la salida en más invertida en el pago al señor Coni de cuentas atrasadas por impresiones de *Anales* que es de | | 3.279 » |
| Y por último la cuenta del Primer Congreso universitario abonada al señor Coni por impresiones del *Primer Boletín*, con cargo de reintegración y que tampoco estaba presupuestada | | 190 80 |

El movimiento de la cuenta corriente con el Banco de la Nación Argentina fué el siguiente :

| | | |
|---|---|---|
| En 31 de marzo de 1921 el saldo en depósito era de. | 4.571 71 | |
| Se han depositado durante el XLIX período | 22.271 44 | 26.843 15 |
| Se han girado cheques durante el período terminado, por valor de. | | 15.667 55 |
| Quedando actualmente un saldo a favor de la Sociedad de | | 11.175 60 |

Se encuentran en custodia, en el Banco de la Nación Argentina, los títulos y comprobantes siguientes :

1° El título de propiedad del edificio social, Cevallos, 269;

2° Dos comprobantes de pago de paredes medianeras;

3° Dos comprobantes de aprobación de cuentas rendidas a la Contaduría general de la Nación por pesos trece mil ochocientos ochenta

y tres con tres centavos moneda nacional ($ 13.883,03 m/n), y pesos seis mil ciento diez y seis con noventa y siete centavos moneda nacional ($ 6116,97 m/n) correspondientes a los fondos recibidos del gobierno de la Nación para gastos de representación y publicación de los trabajos presentados al IV° Congreso científico (primero panamericano) de Chile;

4° Dos comprobantes de cuentas presentadas a examen de la Contaduría general de la Nación por pesos cuarenta un mil novecientos sesenta y dos con veinte y tres centavos moneda nacional ($ 41.962,23 m/n) y pesos ocho mil treinta y siete con setenta y siete centavos moneda nacional ($ 8.037,77 m/n) correspondientes a los fondos recibidos del gobierno de la Nación para exploración y estudio de la laguna Iberá;

5° Un título de la deuda pública externa de la provincia de Buenos Aires, número 163527, por valor de cien pesos oro sellado nominales:

6° 5000 pesos nominales de obligaciones municipales (certificados al portador) y 4000 pesos nominales de Cédulas hipotecarias argentinas, segunda serie (ley n° 9145.)

Los señores socios que deseen más detalles, los encontrarán en los cuadros demostrativos y balance general que se agregan a esta memoria.

## GERENCIA

Ha continuado a cargo del señor Juan Botto, cuya larga práctica de 36 años y notable condiciones de labor y actividad le permiten prestar inapreciables servicios a la sociedad. Además del correcto desempeño de la gerencia, ha auxiliado eficazmente a los señores secretarios y tesorero en sus diferentes funciones. Recomiendo a la asamblea a este celoso empleado, como igualmente a sus muy eficaces colaboradores, señores Adolfo E. Porral, Benito López y Claudio López, quienes en sus diferentes funciones han cumplido correctamente con su deber.

De acuerdo con lo que establecen los estatutos, la asamblea debe proceder a la elección de los siguientes cargos, por dos años : vicepresidente 1°, secretario de actas, tesorero, bibliotecario y cuatro vocales; y por un año : secretario de correspondencia.

# COLEOPTERA E COLLECTIONE BRUCHIANA

Descripsit J. WEISE

## CHRYSOMELIDAE

### Microtheca vittata n. sp.

Oblongo-ovalis, convexiuscula, nigra vix aeneo induta, sat nitida, antennis articulis duobus primis unguiculisque rufescentibus, elytris sublaevibus pone humerum seriebus quatuor brevibus e punctis parvis impressis, limbo laterali, vitta curvata dorsali maculaque basali juxta scutellum flavo-rufis. Long. : 4,5 mm. Argentina : Provincia Santiago del Estero.

Species distinctissima, pictura propria elytrorum a conspiciebus facile distincta. Caput nigrum, laeviusculum. Antennae graciles, articulis duobus primis rufo-flavis, sequentibus quatuor piceis, quinque ultimis nigris sat incrassatis, parum longioribus quam latis. Prothorax elytris nonnihil angustior, latitudine postica fere duplo brevior, niger, vix aeneo indutus, lateribus leniter rotundatis ante medium modice convergentibus, disco parum convexus laeviusculus, latera versus subtiliter punctatus. Scutellum laeve, nigrum. Elytra lateribus subparallelis pone medium angustata, apice anguste rotundata, supra laeviuscula, utrinque seriebus brevibus quatuor vel quinque punctorum subtiliorum pone humerum impressa, nigra, limbo laterali, vitta curvata antice oblique introrsum ducta, postice suturam fere parallela, basi et apice cum limbum cohaerente maculaque basali juxta scutellum postice rotundata flavo-rufis.

### **Decatelia pallipes** n. sp.

Nigra, nitida, clypeo, linea media frontis pedibusque flavis, tarsis subinfuscatis, elytris obscure coeruleis, sat nitidis. Antennis decem-articulatis, prothorace parce latera versus crebrius punctato, elytris striato-punctatis, seriebus 6° et 7° ante medium deficientibus. Long.: 3 mm. Paraguay : Santa Trinidad, X, 1913 (Zürcher legit).

*Decat. lemae* proxima, aliter colorata et punctata. Clypeus alte longitudinaliter carinatus, flavus, frons parce punctulata, punctis elongatis, linea media rufescente-flava. Prothorax subquadratus, latitudine paullo longior, medio parce-, latera versus crebrius punctatus, lateribus impressione transversa basali uniseriatim punctata leviter constrictis. Scutellum laeve. Elytra prothorace modice latiora et illo triplo longiora, subparallela, apice communiter rotundata et parce subtilissimeque denticulata, dorso parum convexa, regulariter et sat fortiter decem-seriato-punctata, seriebus sexto et septimo ante medium deficientibus.

### **Xenochalepus bicostatus** Chap.

Argentina : Provincia Jujuy.

Aberratio a. Pedibus omnino nigris, clypeo apice rufo-testaceo.

Ab. ? *b*, **fasciatus** : Prothorace medio parcius punctato, fovea antescutellari vix-, lateribus evidenter brunneo-rufo, elytris nigris, macula parva elongata humerali fasciaque communi submedia, extrorsum dilatata flavo-ferrugineis, femoribus anticis macula basali flava signatis. Paraguay : Santa Trinidad, VIII, 1913 (Zürcher legit).

### **Octhispa tucumana** n. sp.

Elongata, pallide ferruginea, subopaca, antennis obscurioribus, fronte canaliculata, prothorace conico crebre punctato, lineis tribus brunneis signato, elytris fortiter et regulariter octoseriatim punctatis, lateribus anguste brunneo-marginatis, disco fasciis tribus tenuibus brunneis, duabus anterioribus obliquis, tertia rectilineata ante apicem subrotundatam sita, humeris valde cristatis, angulo postico laterali explanato-rotundato. Long.: 4,5 mm.

Argentina : Provincia Tucumán, 1100 m., 28, I, 1905.

*Octh. fossulatae* Chap. simillima, elytris apice non emarginatis sed leviter rotundatis, costa prima in basi haud cristata et fascia tertia ante apicem sita ab illa bene distincta.

### **Octhispa atra** n. sp.

Valde elongata, atra, subopaca, antennis crassiusculis, brevibus, septem-articulatis, prothorace crebre punctato, elytris parallelis, regulariter striato-punctatis. Long. : 3,5 mm. Argentina : Provincia Buenos Aires.

Species singularis, praeter habitum, colorem et antennas breviores a reliquis distincta, *Charistenae ruficolli* statura subsimilis. Corpus valde elongatum, subparallelum, convexiusculum, totum atrum, subopacum. Antennae breves apicem versus sensim incrassatae, articulo primo brevi, transversim subrotundato, secundo antecedenti dimidio fere longiore, subquadrato, tertio basi angusto, apicem versus dilatato, subtriangulari, secundo parum breviore, 4°-6° transversis, 7° clavato, apice acuminato, articulis tribus praecedentibus simul sumtis aequilongo. Clypeus magnus, deplanatus, minus dense punctatus, subquadratus, lateribus antrorsum leviter divergentibus. Oculi mediocres, margine interno carina elevata terminati. Frons lata, deplanata, parce punctata et brevissime pilosula. Prothorax subcylindricus, latitudine evidenter longior, ante medium latissimus, antrorsum parum-, retrorsum paullo magis sensim angustatus, angulis obtusis, dorso crebre punctatus, linea media laevi. Elytra prothorace parum latiora, parallela, apice fere communiter rotundata et vix crenulata, angulo suturali subtus dentatim producta, in dorso tricarinata et regulariter octoseriatim punctata.

### **Hispa testacea** L.

Argentina : Provincia Córdoba. Species ex Europa importata.

## COCCINELLIDAE

### **Solanophila punctatissima** ab. **tetraspila**

Elytris maculis duabus sat magnis flavescentibus fusco-cinctis, prima subbasali, subrotundata inter callum humeralem et scutellum, secunda obsoletiore, rotundata, parum pone medium juxta suturam sita. Argentina : Provincia Tucumán, 21, XI, 1908.

### **Psyllobora consobrina** n. sp.

Subrotunda, convexa, flavo-albida, nitida, prothorace punctis vel maculis quinque (2, 3) elytrisque maculis undecim (3, 4, 3, 1) brunneis aut nigris. Long. : 2,5 mm. Paraguay.

*Psyllob. nanae* proxima, magis rotundata, aliter signata, maculis exterioribus elytrorum margine laterali magis remotis a conspeciebus facile distincta. Elytra maculis mediocribus brunneis aut nigris : tribus pone basin subelongatis, secunda et tertia antice conjunctis ; quatuor submediis elongatis, quarta communi, sexta cum secunda, septima cum tertia subconfluentibus; tribus pone medium cum undecima ante apicem plus minusve cohaerentibus.

### **Cycloneda callispilota** var.? **biocellata**

Subtus omnino testacea vel flava, testaceo-variegata, supra flava, normaliter nigro-signata, sed punctum octavum singulo elytro in lineam semicircularem prolongatum, maculam apicalem dilutius flavam cingente. Argentina : Gobernación Misiones, Bonpland (Jörgensen).

### **Hinda guttipennis** n. sp.

Brunneo-rufa, nitida, antennis, palpis pedibusque testaceo-flavis, capite, macula laterali prothoracis, macula humerali guttisque quatuor elytrorum flavo-albidis. Long. : 3-3,5 mm. Argentina : Gobernación Misiones (Bruch); Brasil : São Paulo (Staudinger).

Mas : Prothorace limbo antico medio triangulariter dilatato flavo-albido, segmento quarto abdominali apice late subrotundatim emarginato.

Statura et summa similitudine *Hind. jucundae,* prothoracis macula laterali basin haud attingente, maculis elytrorum (secunda excepta) subaequalibus guttaeformibus ab illa mox distincta.

Caput flavo-albidum dense punctulatum. Prothorax brunneo-rufus, macula laterali rotunda vel subquadrata ante basin (♀) et limbo apicali medio dentatim prolongato (♂) flavo-albidis. Elytra brunneo-rufa, crebre subtiliter punctata, singulo macula subquadrata, retrorsum paullo angustata humerali guttisque quatuor subaequalibus parum sibiliter punctulatis flavo-albidis : prima in basi suturae proxima, antice truncata, duabus in medio in lineam transversam sitae, quarta ante apicem. Subtus brunnea, pedibus testaceo-flavis, tibiis anticis extus altissime marginatis et obtuse biangulatis.

### **Hyperaspis (Cleothera) mundula** n. sp.

Subtus nigra, pedibus flavis, limbo abdominali testaceo, supra nitida, capite flavo-albido dense vix sibiliter punctulato, prothorace crebre subtilissimeque punctato, nigro, limbo apicali angusto et laterali lato coleopterisque flavo-albidis, his vittis tribus latis utrinque abbreviatis nigris. Long. : 2,5 mm. Argentina : Gobernación Misiones.

Mas : Prothoracis limbo antico medio angulatim dilatato.

*Hyper. trimaculatae* L. similis, capite (♂♀) omnino albido, vittis elytrorum subaequilatis et aequilongis utrinque abbreviatis, prothorace basi haud marginato ab illa distincta.

Coleopteris dense subtilissime punctatis, flavo-albidis, nigro trivittatis, vittis antice mox pone basin rectilineatim truncatis. Vitta communi medio utrinque longe et leniter sinuata, longe ante apicem rotundatim truncata. Vitta media elytro singulo ante medium subquadrata, dein parum angustiore longe ante apicem oblique truncata, angulo externo obtuso, interno acuto.

### **Hyperaspis argentinica** n. sp.

♀. Oblongo-ovalis, convexa, subtus nigra, ore, antennis, femorum apice extremo, tibiis tarsisque flavo-ferrugineis, capite prothoraceque

nigris, hoc limbo laterali antice subdilatato elytrisque flavo-rufis, his sutura (ante et pone medium dilatata) maculisque duabus disci, una humerali subobliqua, altera pone medium transversa margineque exteriore nigris. Long. : 3,7-4,5 mm. Argentina : Gobernación Misiones (Bruch) y Provincia Corrientes : San Roque, XI, 1910 (Bosq).

Affinis certe *Hyper. Silvanii* Crotch, major, macula prima nigra elytrorum obliqua, maculam humeralem elongatam subtrigonam rufam limitata ab illa facile distincta; signatura elytrorum *Coccinellae Lucasii* Muls. subsimilis.

Caput nigrum, creberrime punctulatum, alutaceum, subopacum. Prothorax longitudine parum latior, antrorsum subcompresso-angustatus, pone medium modice, ante medium fortius convexus, dense sed in medio disci magis subtiliter quam in capite punctulatus, nitidus, niger, limbo laterali pone medium sat angusto, parallelo, ante medium subdilatato flavo-rufo signatus. Scutellum nigrum. Elytra prothorace parum latiora, convexa, subparallela, dense obsoleteque punctulata, flavo-rufa, nitida, margine laterali, apicali et suturali (hoc ante et pone medium dilatato) maculisque duabus disci (postice cum margine laterali connexis) nigris. Macula prima a basi orta obliqua, humerum amplectente, extus rectilineatim, intus rotundatim terminata; secunda pone medium, transversa utrinque angustata, interdum cum dilatatione secunda suturae connexa.

### **Hyperaspis longula** n. sp.

♀. Elongata, subparallela, parum convexa, nigra, antennis, femorum apice, tibiis tarsisque flavo-testaceis, capite et prothorace dense vix sibiliter punctulatis, subopacis, hoc limbo laterali basi introrsum flexo albido, elytris sat nitidis maculis tribus albidis, 2, 1 collocatis. Long. : 3 mm. Argentina : Provincia Buenos Aires, 10, X, 1906.

*Cleoth. Donceli* et *6-verrucatae* similiter signata, elongata, subparallela, minus convexa, prothorace basi subtiliter sed evidenter marginato ab illis distincta.

Macula prima elytrorum ante medium prope suturam sita, rotundata, modice magna; secunda submedia ad marginem lateralem, semielliptica, latitudine duplo longiora; tertia non procul ab apice et sutura, marginem lateralem vix attingente, transversa, extrorsum angustata, rotundatim-triangulari.

### **Hyperaspis festiva** Muls.

Argentina : Provincia Buenos Aires.

Var. a. Macula prima flava elytrorum antrorsum prolongata et scutellum fere attingente, limbo laterali pone medium deleto. Provincia Salta.

Var. b. Ut in a, sed macula prima haud prolongata, cum limbo late rectilineatim confluente; signaturis elytrorum laete rufis. Provincia Jujuy : Cueva Iturbe, 3700 m., 10, XI, 1919 (legit Weiser).

### **PRODILOIDES** n. gen.

Corpus ovale, convexum, sat dense subtilissimeque griseo-pubescens, nitidulum. Prosternum sat latum, medio rotundatim productum, mesosternum latum a metasterno haud separatum. Lineae abdominales sat parvae, integrae, semicirculares. Tarsi elongati, unguiculi simplices.

Genere *Prodilis* proxima, structura prosterni, tarsorum et unguiculorum praecipue diversa. Caput sat magnum, fronte lata, deplanata, perpendiculari, lateribus subparallelis. Oculi magni, parum convexi, oblongi, subtiliter reticulati. Antennae breves apice in lateribus prosterni receptae. Prothorax transversus, antrorsum parum rotundatim-angustatus. Elytra prothorace latiora crebre punctata, epipleuris sat latis. Pedibus mediocres, femoribus subincrassatis, tibiis tarsisque angustis. Sterna lata, prosternum utrinque profunde emarginatum, medio rotundatim-productum et orem fere recipiens; mesosternum punctatum, metasternum sublaeve. Lineae abdominales dimidium segmenti primi parum superantes.

### **Prodiloides bipunctata** n. sp.

Nigra, capite (vertice excepto) pedibusque testaceis, tarsorum articulo ultimo subinfuscato, elytris subaeneo vel subcaeruleo-nigris, gutta parva testacea prope suturam ante medium signatis. Fronte et prothorace crebre subtilissime elytrisque creberrime fortius punctatis. Long. : 2,3 mm. Paraguay : Santa Trinidad, X, 1913.

### **Azya pusilla** n. sp.

Hemisphaerica, nigra, supra leviter viridi-coeruleo induta, dense brevissimeque cinereo-pubescens, ore, antennis, pro- et mesosterno, abdomine pedibusque fulvis; fronte, prothorace scutelloque dense punctulatis, elytris crebre subtiliter punctatis, singulo area rotunda subsuturali ante medium nigro-pubescente, tibiis anticis antrorsum valde dilatatis, antice subito excavato-truncatis. Long.: 2,5 mm. Argentina: Provincia Buenos Aires.

*Az. orbigerae* similis sed minor, elytris fortius punctatis, tibiis anticis latioribus, apice subito oblique excavato-truncatis ab illa differt.

### **Ladoria rudepunctata** Crotch

Espirito Santo (Staudinger). Paraguay: Santa Trinidad (Zürcher).

Corpus subtus nigrum, abdomine pedibusque rufo-flavis, femoribus 4 anterioribus (apice excepto) nigris. Corpus supra cyaneo vel cupreo-violaceo-nigrum, dense cinereo pubescens, ore antennisque (♀) vel capite omnino (♂) rufo-flavis. Elytris creberrime punctulatis et minus crebre sat fortiter punctatis, singulo area rotunda subsuturali ante medium nigro-pubescente instructis.

### **Exoplectra Bruchi** n. sp.

Oblongo-hemisphaerica, ferrugineo-rufa, supra creberrime punctulata et brevissime cinereo-pubescens, nitidula, fronte, disco prothoracis (macula magna didyma basali excepta) maculisque compluribus elytrorum (maxima ex parte confluentibus) nigris. Long.: 7 mm. Argentina: Provincia Santiago del Estero.

Species singularis, reliquis major, subtiliter pubescens et aliter colorata. Subtus omnino ferrugineo-rufa, sed epipleuris elytrorum nigris; supra brevissime subtilissimeque griseo-pubescens, ferrugineo nigroque variegata. Frons nigra, crebre subtiliter punctata. Antennae brevissimae, basi et apice dilatatae. Prothorax creberrime punctulatus niger, limbo laterali maculaque magna didyma a scutello utrinque ad medium extensa ferrugineo-rufis; latitudine postica duplo brevior, apice late emarginatus, angulis anticis modice promi-

nulis et cum lateribus rotundatis, basi parum rotundatus. Scutellum nigrum. Elytra oblongo-rotundata, valde convexa, creberrime punctulata, prothorace fere quadruplo longiora et basi ejus vix latiora, apice conjunctim sat late rotundata; ferrugineo-rufa, limbo laterali maculisque plurimis in series quatuor transversis sat irregulariter dispositis, nigris. Serie prima et secunda e maculis 3 $^1/_2$ partim connexis compositis; maculis seriei tertiae signum /\, quartae litteram \/ simulantibus et fasciis duabus angulato-undulatis formantibus.

### **Eupalea peregrina** n, sp.

Oblongo-ovalis, convexiuscula, subtiliter brevissimeque albido pubescens, nitida, brunneo-nigra, palpis, antennarum basi pedibusque flavo-testaceis, prothoracis limbo antico (medio interrupto) et laterali lineisque duabus longitudinalibus angustis, hinc inde subinterruptis, postice parallelis ante medium extrorsum curvatis, albido-flavis. Elytris albido-flavis punctis nonnullis minutissimis dilute brunneis perturbatis, macula magna, subquadrata, communi ante medium, in marginibus omnibus rotundatim emarginata maculaque minore oblonga communi pone medium, ante apicem utrinque emarginata, dein abbreviata, dilutius albido-cingente, brunneo-nigris. Long. : 2,5 mm. Argentina : Provincia Jujuy : Cueva Iturbe, 2700 m. y Hornadita, 3400 m. (Weiser legit).

A congeneribus capite magis exserto, antennis gracilioribus, prothorace antice latiore et in lateribus minus rotundato abunde distincta.

Caput inter oculos deplanatum, parce punctulatum, brunneo-nigrum, ore palpisque (his apice extremo infuscatis) flavo-testaceis. Antennae graciles, capite cum prothorace vix longiores, fuscae, articulis tribus primis flavo-testaceis, articulis sexto et octavo minimis septimo angustiores, articulis tribus ultimis sat dilatatis, ultimo apice anguste rotundatim-truncato. Prothorax latitudine fere duplo brevior, modice convexus, sat dense punctulatus, lateribus sat late marginatis, ante medium magis quam pone medium convergentibus, angulis anticis vix prominulis, rotundatis, posticis rectis, acutis. Elytra prothorace fere quadruplo longiora et ejus basi vix latiora, medium versus nonnihil ampliata, dein rotundatim angustata, apice conjunctim sat anguste rotundata, supra sat convexa, sat dense subtilissime punctata. Lineae abdominales integrae, breves, medium segmenti primi vix attingentes. Unguiculi pone medium subincisi.

**Rhizobius unguicularis** n. sp.

Testaceo-rufus, sat dense subtilissimeque cinereo-pubescens, scutello elytrisque aeneo-nigris, nitidis, his sat crebre punctulatis et pilis erectis parce vestitis, unguiculis simplices. Long.: 2,6-3,3 mm. Argentina : Provincia Buenos Aires (C. Bruch legit).

*Rhiz. lophanthae* proximus, major, elytris evidenter aeneo-micantibus, minus dense punctulatis, nitidioribus. Unguiculi haud appendiculati vel bifidi ab omnibus cognatis distinctus.

**Diomus apparitorius** n. sp.

Oblongo-ovalis, convexiusculus, testaceus vel flavo-testaceus, pectore interdum fusco, disco prothoracis (saepe), macula magna communi triangulari baseos limboque suturali (paullo pone medium utrinque in maculam trigonam dilatato) et fascia communi subapicali elytrorum piceis vel nigris, maculis duabus testaceo-flavis in singulo elytro cingentibus. Long.: 1,5 mm. Habitat in Provincia Buenos Aires, La Plata (C. Bruch legit).

Ab. *cliens :* elytris nigris paullo evidenter punctulatis, singulo maculis duabus flavo-albidis, prima obliqua ante, secunda minore subtriangulari pone medium.

*Diom. myrmidoni* proximus, capite, lateribus prothoracis et elytrorum dilutioribus, horum maculis aliter formatis. Corpus parvum, oblongo-ovale, modice convexum, sat dense brevissimeque griseo-pubescens, nitidulum, testaceum vel flavo-testaceum. Prothorax (limbo angusto apicali limboque lato laterali exceptis) et elytra piceis, rarius nigris, in singulo elytro limbo sat lato laterali, postice abbreviato, testaceo et maculis duabus testaceo-flavis vel albicantibus, limbum connexis, prima obliqua, transversa, a humero prope medium suturae ducta, secunda minore, rotundato-triangulari pone medium. Capite prothoraceque minus dense obsoletissime et elytris parum fortius, sed subtilissime punctulatis.

Variat limbo laterali elytrorum deficiente: elytris nigris, evidenter punctulatis, flavo-albido bimaculatis, macula prima introrsum angustata : ab. *cliens.*

## ENDOMYCHIDAE

### **Rhymbus saltensis** n. sp.

Ovalis, convexiusculus, ferrugineo-rufus, supra sat dense cinereo-pilosulus, nitidus, ore, antennis pedibusque flavescentibus, antennarum articulis 3-6 minutissimis, prothorace sublaevi sulcis sublateralibus integris, elytris sat dense punctulatis. Long. : 1,8 mm. Argentina : Provincia Salta.

Statura et color fere *Rhymb. Bruchii,* paullo minus convexus, elytris subtiliter et obsoletius punctatis, antennis aliter constructis. Fronte obsolete punctulato, antennae prothoracis basin attingentes, articulis duobus primis elongatis, sequentibus quatuor minutissimis, tribus ultimis valde incrassatis, 7° et 8° sat transversis, subtriangularibus, articulo ultimo longiore, rotundato-subquadrato. Prothorax basi coleopteris angustus, latitudine sua plus quam duplo brevior, apice utrinque subemarginatus, medio leniter arcuatus, quam basi valde angustior, angulis rotundatis, basi utrinque sinuatus, anguste marginatus, disco transversim sat convexus, sulcis sublateralibus curvatis margine externo fere parallelis margine apicali connexis. Elytra prothorace plus quam triplo longiora, callo humerali parvo, lateribus sat rotundata, disco convexiuscula, subtiliter minus dense punctulata, nitida. Prosternum antrorsum assurgens et angustatum, bicarinatum antrorsum convergentibus et in processum acutum labialem excurrentibus.

IDEAS GENERALES

SOBRE LAS

# BASES Y CONSECUENCIAS DE LAS TEORÍAS DE LA RELATIVIDAD

Por OTTO ROKOTNITZ

---

El siguiente ensayo se ocupa solamente de ciertos puntos de contacto que tiene la teoría de la relatividad con la filosofía. No se pretende hacer ni una crítica ni un inútil ensayo de recapitulación respecto a una teoría que requiere el completo dominio de la física y matemática moderna. Se trata únicamente de acercarse a ella por su lado más accesible, de verla desde un punto de vista filosófico y por eso habrá que limitarse a las nociones donde tal punto de vista sea aplicable, sin necesidad de usar las últimas armas de la física teórica. No quisiera terminar estas palabras de introducción sin haber expresado mi agradecimiento por la ayuda que me prestara la dirección de los *Anales,* especialmente en lo que se refiere a la redacción castellana.

*Causa del interés general por la teoría.* — Más de una vez ha ocurrido que los resultados de la ciencia despertaran interés hasta en círculos muy alejados de ella, ya sea porque esos resultados llevaran la esperanza de aplicaciones útiles, ya por tratarse de ideas completamente nuevas cuyo alcance no se podía prever y que por eso daban lugar a las más absurdas imaginaciones, llenando de terror y de indignación a muchos inocentes y a los que no querían o no podían desprenderse de sus ideas adquiridas.

Sin embargo, sería injusto atribuir un interés muy general a cau-

sas de esa índole únicamente. Las grandes ideas, siempre concebidas y desarrolladas por hombres excepcionales, requieren su ambiente de conceptos auxiliares, de experiencias preliminares y una cierta predisposición general que llena el aire de un flúido misterioso hasta que estalla al fin la chispa redentora que produce la luz.

Tales verdades siempre tienen un valor filosófico y es de suponer que en el fondo éste será la verdadera causa de su interés general.

*Posición de la filosofía.* — Antes la filosofía era considerada como la reina de las ciencias, pero hoy los ataques más fuertes contra ella salen de los representantes de estas mismas ciencias, sobre las cuales ella debía reinar, tanto que algunos hasta le niegan el derecho a la existencia. Por otra parte, se puede notar que muchos de los más grandes investigadores y próceres de la ciencia, especialmente en la rama de ciencias exactas, cuando llegan a un cierto punto culminante suelen ocuparse de los problemas que limitan en uno u otro sentido su ciencia, problemas que casi siempre son de índole filosófica. Pero no es de extrañar si hay grandes divergencias respecto a la posición y a los problemas que corresponden a la filosofía, pues hoy no es posible, como antes, que un solo hombre abarque todas las ciencias y cada uno de los que dedican su vida a una de ellas, tiene idea distinta de lo que es y lo que debe ser la filosofía. Interpretando la filosofía como la ciencia que se ocupa de los problemas más generales, sea de la experiencia exterior o sea de la experiencia interior, llegaremos, quizá, a un punto de vista aceptable, pues este criterio nos conduce por una evolución continua dependiente del estado de las ciencias en general, desde la filosofía de las nociones abstractas, y de la mecánica de las palabras, hasta los problemas modernos de la fisiología, psicología y de la teoría del conocimiento (epistomología). En verdad la situación de la filosofía es actualmente algo obscura y parece que ella tiene la tendencia de séguir el ejemplo de las otras ciencias, es decir, de descomponerse en varios ramos especiales (la filosofía de la naturaleza, la de la historia, la estética, etc.). Esas escisiones tienen su significado profundo porque en el fondo todas esas filosofías especiales tienden hacia el mismo fin y se distinguen sólo por el punto de vista. Y esto, conjuntamente con la relatividad de nuestra experiencia, que desde hace mucho tiempo fué establecida por Locke, Hume y Kant, preparó el ambiente para la teoría de la relatividad con la cual se logró incluir a todos los fenómenos accesibles a una descripción matemática, en una sola teoría.

*La relatividad de las descripciones y su expresión matemática en la teoría de la relatividad.* — Basándose en los trabajos de Lorentz y Minkowski, Einstein llegó a esa teoría analizando la influencia que tienen sobre las leyes de la física los sistemas de referencia sobre los que se basan las descripciones, como el juez trata de averiguar la índole de la relación entre la descripción que da un testigo y su punto de vista. Nosotros no nos ocuparemos detalladamente de esta teoría, ya que existen bastantes libros que la tratan (1); solamente nos hemos de limitar a considerar algunos de sus principios y hacer notar algunas consecuencias que permiten una interpretación filosófica en el sentido antes mencionado.

*Convenciones como base de las ciencias exactas.* — Cuando algún acontecimiento se describe, desde el punto de vista de la física, es necesario conocer lo que es esencial para el acontecimiento y lo que se relaciona con las convenciones que hacen posible una descripción exacta, matemática. El más importante conjunto de convenciones, aunque muchas veces muy poco exactas, está formado por los idiomas, y todas las ciencias, sin excepción, tuvieron que basar su armazón y sus cimientos sobre conceptos sacados de la vida común. Para fijarlos sin ambigüedad hubo necesidad de nuevas convenciones y se crearon las convenciones científicas: las definiciones. Los sistemas de Euclides y de Newton contienen los ejemplos más importantes en este sentido, pues ellos forman la base de las ciencias exactas naturales, especialmente de la física.

*Análisis del movimiento.* — Al final del siglo pasado surgieron dificultades, tanto respecto a la interpretación de ciertos experimentos ópticos como también a raíz de ciertos descubrimientos relacionados

(1) Pueden mencionarse entre las obras fundamentales:

EINSTEIN, *Ueber die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie.* Gemeinverständlich. Vieweg u. Sohn, Braunschweig (1920).

EINSTEIN, *Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie,* in *Ann. d. Phys.* (1916).

LORENTZ, EINSTEIN, MINKOWSKI, *Das Relativitätsprinzip.* Eine Sammlung von Abhandlungen. B. G. Teubner, Berlin (1920).

WEYL, *Raum, Zeit, Materie.* J. Springer, Berlin (1921).

EDDINGTON, *Space, Time and Gravitation,* in *Cambridge University Press* (1920).

FREUNDLICH, *Die Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie.* J. Springer, Berlin (1920).

ROUGIER, *La Matière et l'Energie,* Gauthier Villars, Paris (1921).

con la electrodinámica y las radiaciones, y ellas obligaron a una revisión de los fundamentos de la física; el resultado de esta revisión es la actual teoría restringida y general de la relatividad.

En las ciencias exactas naturales se trata siempre de describir movimientos, y los elementos necesarios para tales descripciones los dió Newton en sus *Principios*. Estos elementos son: la masa, la fuerza, y la velocidád, esta última como relación entre el camino recorrido y el tiempo correspondiente. Todos los conceptos así introducidos son bien definidos con excepción del tiempo y esto lo aprovechó Einstein cuando creó la teoría restringida de la relatividad.

*Primer análisis del tiempo.* — Analizando el concepto común del tiempo, éste se puede considerar como una serie de simultaneidades unidas por la constancia del Yo en el conocimento. Se ve, pues, la importancia que tiene el concepto de la simultaneidad para todo lo que se refiere al tiempo.

*Definición de la simultaneidad y del tiempo.* — La definición, o mejor dicho la convención introducida por Einstein establece que con ciertos aparatos es siempre posible constatar la simultaneidad de dos acontecimientos. Con esto tenemos un medio para constatar si dos movimientos tienen la misma duración, y como la única manera de medir el tiempo consiste en la comparación de dos movimientos, se puede considerar la suposición introducida por Einstein como una definición indirecta del tiempo. Cuando se trata de constatar la coincidencia de dos acontecimientos que ocurren en lugares distantes, habrá que emplear señales que podrían ser, por ejemplo, acústicas u ópticas; pero para acontecimientos que se desarrollan en el vacío las señales tienen que ser ópticas y esto debemos suponerlo si aspiramos a que las consideraciones de la teoría de la relatividad sean válidas para todos los fenómenos. Suponemos entonces, por lo menos para la teoría restringida de la relatavilidad, que el camino de los rayos luminosos es una recta e independiente de toda influencia exterior. Esto es la segunda suposición o hipótesis fundamental para la teoría restringida de la relatividad.

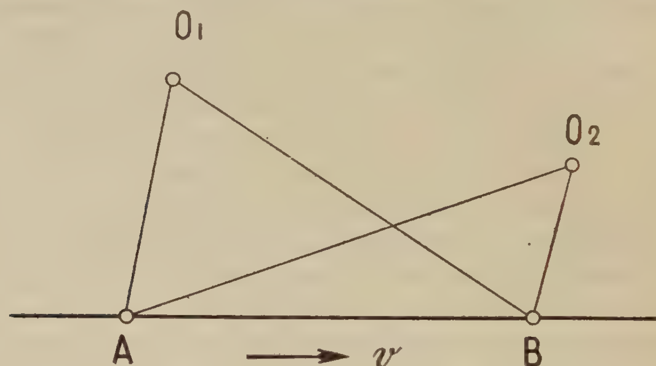
*La importancia de la velocidad de la luz.* — Esta situación extraordinaría de la velocidad de la luz merece especial atención. No es cosa nueva la relación entre esa constante y la causalidad de las experiencias visuales. Nosotros suponemos siempre un lazo continuo entre la

causa y el efecto. En verdad parece que esta continuidad existe únicamente en nosotros y quizá no sea otra cosa que el reflejo de la constancia del sujeto, aunque esta misma constancia es cosa bastante frágil, como lo hace notar Ernesto Mach en su libro *Contribuciones para el análisis de las sensaciones (1885)*. La continuidad entre dos percepciones es una cosa muy relativa que depende de la capacidad de nuestros sentidos, de modo que no se puede decir que para una serie de percepciones que están en un conexo causal rigen otras leyes respecto a su observación que para una serie de percepciones sin relación causal.

*La causalidad como orden de una serie de percepciones.* — Los puntos que tienen una distancia menor de un écimo de milímetro, se confunden a simple vista en un solo punto o en un pequeño trazo continuo, y cuando dos percepciones visuales cualesquiera se suceden con cierta velocidad nos dan la impresión de una sola o de una serie de percepciones continuas. El gran filósofo inglés Hume decía que llamamos causalidad el hecho que ciertos fenómenos ocurren siempre en el mismo orden y que es únicamente la costumbre la que nos hace creer en relaciones necesarias. Tenemos, pues, el derecho de considerar un movimiento cualquiera como una serie de percepciones y estas percepciones dependen primero de los sentidos del observador, pero las impresiones que reciben estos sentidos dependen, a su vez, de la posición y del movimiento que efectúa el observador respecto al foco exterior de las percepciones.

*La causalidad y la velocidad de la luz.* — Flammarion, el conocido astrónomo francés, imaginó un ser que se alejase de la tierra con una velocidad mayor que la de la luz. Este ser podría, entonces, alcanzar a los rayos de luz que hace siglos salieron de la tierra y ver, de este modo, lo que ocurrió en los tiempos pasados en orden cronológico inverso. Esta especulación fantástica tiene un valor muy instructivo, porque pone de relieve la importancia de la velocidad de la luz para todas nuestras observaciones y nos hace comprender que puede existir una relación entre esa velocidad y el concepto del tiempo; pero al mismo tiempo se comprende que la velocidad de la luz podría ser un concepto de límite por las consecuencias completamente absurdas a que lleva la suposición de que un cuerpo se mueva con aquella velocidad. Sean A y B dos móviles en el espacio; $0_1$ y $0_2$, dos observadores. Desde A y B se emiten señales de luz. Estas señales

se mueven con la velocidad de la luz. Desde A se mueve un cuerpo hacia B con la velocidad $v$. Como $BO_1 > AO_1$ el observador $O_1$ verá primero la luz en A y después en B si las señales se emiten en el instante de la salida de A y en el de llegada a B, respectivamente. Como $AB + BO_2 > AO_2$ es evidente que el observador $O_2$ verá el movimiento en el mismo sentido que el observador $O_1$ mientras sea $v < c$. Cuando $v > c$ la luz que sale de B puede llegar a $O_2$ antes que la de A. En este caso el orden del movimiento se invierte para $O_2$. Vemos, pues, que la relación causal (porque ésta nos es dada por el orden en que nos llegan las señales) depende de la situación de los observadores en el espacio cuando la velocidad de la sucesión supera a la de la luz. Un resultado análogo se obtendría suponiendo que uno de los obser-




vadores se moviera con velocidad mayor que la de la luz. Si en lugar de señales luminosas se pudiera emplear señales acústicas, la velocidad del sonido haría un papel semejante, pero esto únicamente en el reino muy limitado de las percepciones acústicas. Existe la opinión de que la importancia de la línea recta para los conceptos geométricos está en relación con la propagación recta de la luz. De todos modos hay que reconocer que todos los conceptos basados en la intuición visual dependen forzosamente de las leyes a las cuales está sometida la luz, y como el espacio matemático se basa, indudablemente, en tales conceptos, llegamos a comprender que la velocidad de la luz en su relación con el movimiento del observador pueda influir hasta en nuestros conceptos métricos que, en el fondo, no expresan más que movimientos en el espacio.

*Noción del sistema de referencia.* — Para la descripción exacta de las leyes de la naturaleza, la física necesita sistemas de referencia.

Como todas las descripciones se entienden, únicamente, respecto a un observador humano pero dentro de ciertos límites las percecpiones son variables de observador a observador, hay pues que recurrir a un observador ficticio representante de todos los posibles observadores. En el fondo, no sólo las ciencias exactas proceden de esta manera; para citar un solo ejemplo, la historia trata de sacar de las crónicas de las muchas fuentes impregnadas de opiniones y prejuicios personales el núcleo histórico, es decir, que se trata de describir un acontecimiento como un observador sin prejuicios y dotado de sentidos superhumanos (pues tiene que saber también todo lo importante relacionado con aquel acontecimiento ocurrido al mismo tiempo en distintos lugares) lo hubiera descrito.

*La constancia (invariantes) de la naturaleza.* — Antes de seguir ocupándonos de los sistemas de referencia de la física, tenemos que detenernos en el concepto: *Ley de la naturaleza.* Llamamos ley de la naturaleza a una relación que abarca todos los fenómenos de la experiencia o una parte muy vasta de ella. (Por ejemplo, la ley de la constancia de la energía, la de la gravitación, etc.) Cada una de estas leyes expresa una constancia, algo que no varía con la multitud de los acontecimientos. Por eso se podrá suponer que de todas maneras posibles, que sirven para describir los fenómenos, habrá algunas por las cuales esas constancias resalten más que en otras y es lógico que tal manera de descripción sea al mismo tiempo la más sencilla.

***El sistema de Minkowski.*** — Un caso especial de un sistema de referencia muy usado en las ciencias es el sistema cartesiano y de éste una ampliación muy importante para la teoría restringida de la relatividad es el sistema de referencia de Minkowski, el cual añade al sistema cartesiano, de tres coordenadas, una cuarta, introducida en representación del tiempo. El interés que despierta una concepción tan nueva y tan abstracta hace sospechar la existencia de un fundamento filosófico en ella y nos obliga a analizar los conceptos que intervienen y sus relaciones. También el hecho de que la cuarta coordenada así introducida, previa multiplicación por $ci = c\sqrt{-1}$ se comporta matemáticamente como las otras tres y que este sistema de referencia permita una representación exacta de un conjunto muy grande de experiencias físicas, hace suponer que haya en todo esto un sentido más profundo. Habíamos dicho antes que los sistemas de referencia se pueden considerar como representantes de un observa-

dor ficticio. Para el sistema cartesiano habría que figurarse este observador situado en el origen y las tres coordenadas de un punto cualquiera como resultados de mediciones que el observador tiene que efectuar para fijar la posición de este punto respecto a la suya. Pero de esta manera podemos representar únicamente puntos o conjuntos de puntos en un momento dado. Si se necesita representar un movimiento podemos hacerlo únicamente fijándonos en el total del camino recorrido. Hay que suponer que el móvil deje una huella que el observador pueda abarcar en un solo instante. Todo lo que representamos por el sistema cartesiano se supone medido o percibido en un solo instante. El observador ficticio hace sus observaciones, todas a la vez, y después puede morir porque no se le precisa más. Si queremos tomar en cuenta que todo observador necesita tiempo para sus observaciones, entonces será necesario hacer corresponder a cada uno de los puntos representados una magnitud que indique el momento en que este punto fué observado. De este modo representamos no sólo las impresiones visuales, sino también los diferentes estados del conocimiento del observador. Conocimiento tomado en el sentido de lo que hace aparecer la representación de una línea como conjunto de representaciones de puntos vistos en distintos momentos por la misma persona. Esta manera de introducir el tiempo tiene una doble importancia filosófica. En primer lugar, tenemos un medio de fijarnos en el desarrollo de los acontecimientos. Si el sistema cartesiano permite representar conjuntos por sí, es decir, la causa por sí y el efecto por sí, el sistema de Minkowski permite representar o analizar matemáticamente toda la serie continua que lleva desde la causa al efecto, es decir, la causalidad. En este sentido se podría quizá decir que este sistema es un cinematógrafo abstracto. En segundo lugar, tenemos una representación completa de lo más esencial en nuestro modo de percibir. Pero ¿cómo es posible que el tiempo, una cosa tan distinta de todo lo que se puede percibir directamente, se pueda representar de igual manera que una longitud o una altura? ¿No demuestra la introdución del factor $ci$ con que hay que multiplicar los valores de $t$ que se trata de algo imaginario de un valor puramente formal? Sin embargo parece que hay relaciones más profundas que unen esta cuarta coordenada con las otras tres.

Varios filósofos, de entre los cuales recuerdo a Schopenhauer, señalan el parentesco que existe entre los números y el tiempo. Cada número por sí es un ente sin dimensión, pero la serie de los números naturales se puede representar por una línea (recta), es decir que forman

(usando las expresiones de Riemann) una variedad de una dimensión. Ellos se pueden ordenar fijando a cada número su sitio en una recta. El tiempo considerado como un conjunto de momentos forma también una variedad de una dimensión con las mismas cualidades que acabamos de constatar. Es posible ordenar los instantes de manera que a cada uno de ellos le corresponde un sitio en una línea (recta). Volvemos ahora al sistema cartesiano. Este es simplemente la representación del espacio tal como es accesible a nuestros sentidos, y como aquel espacio suministró las abstracciones para la geometría de Euclides y por la necesidad de distinguirlo de ciertos conceptos análogos, se le llamó el espacio euclidiano. Este espacio forma una variedad de tres dimensiones y como tal se puede descomponer en tres variedades de una dimensión (1). De este modo se explica el parentesco matemático entre el tiempo y el espacio. El derecho de unir esta variedad de tres dimensiones con la variedad de una dimensión nos da la experiencia, pues nuestros sentidos están inseparablemente ligados con el conocimiento. Muy conocidas son las palabras de Minkowski a este respecto : « Nadie ha estado en un tiempo sin estar en un espacio y nadie ha estado en un espacio sino en un cierto tiempo (2). »

*El principio de la relatividad restringida.* — Todos los sistemas de referencia son medios para subsanar la relatividad de nuestra experiencia. En este sentido se puede decir que la teoría de la relatividad se cristaliza al rededor de la noción empírica de la relatividad de nuestros sentidos, pues en gran parte ella se ocupa de las relaciones entre los sistemas de referencia. Pero otro de sus fundamentos y de igual importancia para ella es el principio de la relatividad. Hay dos formas para enunciarlo. Una forma restringida que se refiere a los fenómenos para cuya descripción exacta bastan los principios de Galileo y de Newton, aunque las conclusiones se alejan mucho, teóricamente, de las que se deducen con la mecánica clásica. Esta teoría no puede explicar la gravitación. Pero hay otra forma general que abarca todos

(1) Riemann, *Sobre las hipótesis básicas de la geometría.*

(2) Otra frase, hoy clásica, de Minkowsky es la siguiente *Von Stund' an sollen Raum und Zeit für sich zu Schatten herabsinken, und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren.* Esta frase puede traducirse así : En la hora actual las nociones de espacio y tiempo, consideradas aislada e independientemente, carecen de significado y deben ser abandonadas ; sólo la unión de ambas en un todo inseparable puede poseer una individualidad. *(Nota de la Dirección.)*

los fenómenos a base de sistemas de referencias muy generales inaccesibles a cualquier intuición directa.

El principio restringido o especial de la relatividad conduce a que para la mayoría de los fenómenos existen sistemas de referencia con relación a los cuales las leyes de la naturaleza se expresan con un máximo de sencillez, y una vez elegido tal sistema todos los sistemas que efectúan una translación uniforme respecto a ese primero, tienen el mismo valor para la descripción que aquél, es decir, que las leyes generales aparecen con la misma sencillez. Pero este principio no basta para la construcción de la teoría restringida especial de la relatividad. Hay que añadir la hipótesis (hasta ahora comprobada para todos los fenómenos en que se puede dejar de lado la influencia de la gravitación) de la constancia de la velocidad de la luz en el vacío y la definición de la simultaneidad. Con todo esto surge un problema nuevo.

*La causa de las consecuencias extrañas en la teoría especial de la relatividad.* — Suponemos como conocidos los resultados aparentemente absurdos que resulta en la teoría especial de la relatividad respecto a la medición de longitudes y de tiempo. Es extraño que la introducción de una hipótesis exigida por la experiencia y de una definición lógicamente muy justificada traigan consigo consecuencias que están en contradicción con la experiencia común y por eso, aparentemente, con el sentido común.

De las fórmulas de transformación de Lorentz resulta que tanto el tiempo como los resultados de las mediciones ejecutadas en un sistema de referencia dependen de la dirección y magnitud de la velocidad que posee el sistema, considerado respecto a otros sistemas. Para explicar esto Einstein procede siguiendo el lema: « la defensa es mejor que el ataque » y dice que la mecánica clásica contiene, sin mencionarlas, las dos hipótesis siguientes que no se pueden justificar de ninguna manera :

1ª El tiempo transcurrido entre dos acontecimientos no depende del estado de movimiento del sistema de referencia;

2ª La distancia entre dos puntos del espacio no depende del estado de movimiento del sistema de referencia.

Efectivamente, es necesario pensar en el poder de la educación y de la costumbre para rechazar la idea que estas dos hipótesis no son hipótesis, sino resultados de la experiencia o formas de nuestra intuición.

Por otro lado hay un atenuante muy grande para la teoría de la relatividad. Estas consecuencias incomprensibles se harían sentir para un observador humano, únicamente en el caso que la velocidad del sistema de referencia fuera enorme, y para tal caso no sabemos si tenemos el derecho de hablar de un observador humano, si no fuese como suponer un ave volando en el agua. Pero este mismo atenuante se puede convertir en reproche en contra de la teoría de la relatividad, que parece incluir todos los fenómenos de la experiencia únicamente por la razón que está fuera de todos los sentidos.

Trataremos ahora de averiguar dónde está la causa para esta relación entre los datos que describen un acontecimiento en el espacio y en el tiempo y entre el estado de movimiento del sistema de referencia usado. Siempre suponemos hallarnos dentro del límite de aplicación de la teoría restringida o especial.

Hemos visto ya que el sentido en que una serie de acontecimientos se desarrolla, depende de la relación entre las velocidades que intervienen con la velocidad de la luz. También hemos visto que el tiempo es un conjunto de simultaneidades y para medirlo basta establecer la manera de cómo cada una de estas simultaneidades se puede fijar. Volveremos ahora a analizar el concepto del tiempo desde otro punto de vista.

Los conceptos tiempo, espacio, velocidad y movimiento pertenecen a la misma clase de experiencia. El movimiento es el concepto superior que llega más cerca a la intuición. Todos los otros conceptos mencionados, como también el concepto geométrico del movimiento, fueron creados por medio del idioma y después fijados por la ciencia para retener en alguna forma la experiencia que indica la palabra movimiento. En verdad, como lo hemos mencionado ya, la ciencia se limitaba a fijar por convenciones, por definiciones, los conceptos velocidad y camino, mientras que el tiempo se aceptaba como idéntico con el concepto de la vida común.

El tiempo es una relación entre dos movimientos. Si queremos medir algo, entonces la medida con que efectuamos la medición tiene que ser de la misma índole que lo que se quiere medir. En este sentido, *tiempo* significa siempre el resultado de la medición exacta o aproximada de algún movimiento.

Estamos acostumbrados a considerar como medida del movimiento la velocidad, la cual, a su vez, se podría considerar como un tiempo, puesto que es el valor recíproco de aquel tiempo que necesita el móvil para recorrer el camino elegido como unidad. De este modo

se puede ver que también, del punto de vista físico-matemático, los tres conceptos tiempo, camino y velocidad son equivalentes. Cada vez que se mide un tiempo se compara un cierto movimiento con otro fijado de antemano como movimiento normal (patrón). Es decir que se buscan los puntos simultáneos en el movimiento normal; con estos puntos se limita el movimiento cuya duración se quiere determinar. El trecho del movimiento normal que así se obtiene se considera como medida que corresponde al movimiento en cuestión y se llama tiempo o duración del movimiento entre las dos simultaneidades. Algunos autores franceses insisten en la diferencia entre el tiempo como duración y el tiempo considerado como cierto instante distinguido de otros instantes. Esta distinción, equivalente a la de los números ordinales y cardinales, no tiene influencia en los problemas que nos ocupan.

Cualquier medición del tiempo depende, pues, de la determinación de la simultaneidad, lo que ya habíamos visto al principio considerando el tiempo como una serie de simultaneidades. Todo concepto representa una verdad a costa de otras verdades que encubre y el concepto de la simultaneidad no hace excepción a esta regla. En la experiencia no existe simultaneidad en el sentido de que sea posible observar dos cosas a la vez o tener dos ideas a la vez. El fisiólogo y psicólogo Max Verworn (profesor en Göttingen, muerto hace poco), en un ciclo de conferencias tituladas *La mecánica de la vida intelectual,* dice: « Una verdadera simultaneidad en las representaciones (intuiciones) del pensamiento no existe en toda nuestra vida intelectual ». Como todos nuestros conceptos la simultaneidad es un ideal, pues de las palabras antes citadas tenemos que deducir que no somos capaces de figurárnosla siquiera. Es probable que en la mayoría de los casos los errores cometidos en la determinación de la simultaneidad sean más grandes que los que se cometen no tomando en cuenta el movimiento del sistema de referencia. Pero la ciencia exacta tiene que ir hasta las últimas consecuencias que exigen sus nociones pasando a veces en la imaginación los límites de las experiencias posibles, pues la razón se siente encerrada en el universo y semejante a un gas trata de expandirse para llenarlo.

Para que las determinaciones de la simultaneidad sean aplicables a movimientos que suceden en el vacío, la única clase de señales posibles son las de la luz. Por consideraciones análogas que las que hicimos al principio, se puede deducir que la coincidencia de dos señales aunque aquéllas salgan en el mismo instante (siempre relativo al

observador) depende de la situación y de la velocidad relativa del observador respecto a los lugares de donde habían salido las señales. Si el observador, es decir el origen y con él todo el sistema de referencia varía en dirección o magnitud su velocidad, las señales que antes llegaron al mismo tiempo ya no coincidirán más. Para determinar la distancia de dos puntos hay que distinguir dos casos: los puntos tienen la misma velocidad que el sistema de referencia o, en otras palabras, se encuentran fijamente unidos a él, o uno de los puntos o los dos puntos tienen velocidad diferente. En el primer caso los puntos no varían en su posición relativamente al observador y por eso la velocidad de éste no puede influir en la medición. En el segundo caso los puntos varían en cada momento en su posición respecto al sistema de referencia y una medición de la distancia tiene sentido, únicamente, considerando posiciones simultáneas.

Pero como hemos visto que el resultado de la determinación de la simultaneidad depende del estado de movimiento del observador, también dependerá de este estado el resultado de la medición de la distancia entre los dos puntos. Llegamos, pues, a la siguiente conclusión: cuando dos puntos se mueven respecto al sistema de referencia tanto las mediciones que corresponden a la determinación de su posición como las que se refieren a la determinación del tiempo que interviene en el movimiento observado, depende del estado de movimiento del sistema total. Por consiguiente las mediciones en el espacio y las mediciones del tiempo relacionadas con una misma cosa, es decir con el movimiento del sistema total, tienen que estar relacionadas entre sí.

Esta relación, matemáticamente expresada por las ecuaciones de transformación de Lorentz, nos da la causa de la vinculación misteriosa entre la cuarta coordenada y las otras tres en el sistema de Minkowski.

*El problema de la sencillez y de la equivalencia en los sistemas de Galileo.* — El principio restringido o especial de la relatividad admite ciertos sistemas de referencia para los cuales las leyes de la naturaleza adquieren un máximo de sencillez. Son todos los sistemas cartesianos, que efectúan translaciones uniformes. Un sistema de coordenadas para el cual vale la ley de inercia (establecida por Galileo y Newton) se llama un sistema de Galileo. Todos estos sistemas son equivalentes. Trataremos ahora de comprender la raíz de esta equivalencia y de la sencillez de la cual hicimos mención arriba. Fijémo-

nos en los principios de la mecánica clásica tal como fueron establecidos por Newton:

1° La causa del cambio de un movimiento se llama fuerza;

2° Cuando un cuerpo se mueve, o está en reposo, no varía su estado de movimiento mientras no actúa una fuerza sobre él;

3° La acción es igual a la reacción.

Los primeros dos principios expresan el mismo hecho y con igual razón se hubiera podido establecer que lo que origina la fuerza tiene que ser un movimiento, porque en la experiencia exterior no conocemos otros datos que movimientos, la fuerza es una noción sacada más bien de la experiencia interior. Si un sistema de coordenadas se mueve uniformemente y nosotros queremos que siga moviéndose uniformemente pero con otra velocidad, tenemos que aplicar en un instante determinado una fuerza, haciendo variar la velocidad hasta que haya adquirido el valor exigido. Dos sistemas de coordenadas que se mueven uniformemente, aunque con diferentes velocidades, se pueden transformar uno en el otro aplicando una fuerza que actúe sólo en el momento de la transformación. De este modo podemos decir que entre dos sistemas de referencia que se mueven con velocidad uniforme no existen fuerzas causadas por su movimiento relativo. Una ley expresada con relación a uno de estos sistemas mantiene su forma cuando se la refiere al otro sistema, puesto que no aparecen fuerzas nuevas.

Nos queda ahora por interpretar la razón de la sencillez que adquieren las leyes de la física referidas a sistemas cartesianos. Hablando en sentido general se podría, quizá, decir que su característica principal consiste en descomponer cualquier movimiento en tres movimientos rectilíneos. De este modo todo puede reducirse a relaciones numéricas sencillas, dado el parentesco que existe entre la recta y los números naturales. Las vinculaciones entre los elementos geométricos, el punto y la recta de un lado, y entre el tiempo y los números del otro lado y el hecho de que todas las descripciones exactas de la realidad se basan en estos elementos, hacen suponer una raíz común relacionada con el sentido visual ¿ Será casualidad la realización más exacta de la idea geométrica de la recta por el rayo de luz ?

*Insuficiencia de la teoría especial. La teoría general de la relatividad.* — La teoría restringida o especial de la relatividad resultó insuficiente cuando se trató de investigar el campo de la gravitación. Este problema y las dificultades que encierra, obligaron a volver al prin-

cipio de la inercia y surgió al mismo tiempo una cuestión física muy vieja; se trataba saber si la ciencia podía admitir una acción a la distancia, o no. La antes mencionada insuficiencia de la teoría restringida de la relatividad resulta de que no se conoce la velocidad de la propagación de la gravitación, la cual, si se tomase en cuenta una acción a la distancia, podría llegar a ser más grande que la de la luz contrariamente a una de las consecuencias de la teoría según la cual la velocidad de la luz es una velocidad límite. Otra dificultad surge cuando se quiere emplear sistemas de referencias de un movimiento cualquiera porque en este caso aparecen fuerzas nuevas y las leyes se complican transformándolas de un sistema al otro. Se imponía, en consecuencia, un principio general que incluyera todos los movimientos. También aquí Einstein encontró un camino para salvar las dificultades, pero esta vez no bastaba un análisis del tiempo sino que hubo que profundizar todos los conceptos fundamentales de la física. Hubo que generalizar el concepto de sistema de referencia de manera que fuera posible aplicar el principio general de la relatividad que pide la invariación de las leyes de la naturaleza respecto a cualquier sistema de referencia, es decir, independiente del estado de movimiento de aquél.

Hubo que desarmar todo el andamio de los conceptos viejos que durante tantos siglos habían servido para la descripción de los fenómenos y que parecían insubstituibles y reducir todos los fenómenos a coincidencias de puntos en el mundo, que aparece como una variedad de cuatro dimensiones, de modo que las coincidencias se expresan por la igualdad respectiva de las cuatro coordenadas que a cada punto corresponden. Tendremos que suponer conocida, por lo menos en sus consecuencias, esta parte de la teoría tan poco accesible para el que no haya llegado a las cumbres de la matemática y de la física moderna. Nos detendremos únicamente en algunos de sus puntos más interesantes desde el punto de vista filosófico. Estos puntos son:

1° La generalización de la ley de inercia;

2° El espacio físico y sus cualidades;

3° La transformación de la materia.

Este último punto es ya una consecuencia de la teoría restringida pero que mejor se puede tratar desde un punto de vista general con las consecuencias de la teoria general. La idea nueva introducida respecto a la ley de inercia fué expresada por primera vez por Ernesto Mach, quien mencionó la posibilidad de que la inercia no sea otra cosa que la influencia de todos los demás cuerpos sobre un móvil.

De este modó las fuerzas nuevas que aparecen entre dos cuerpos que efectúan movimientos generales uno respecto al otro, por ejemplo, una rotación y traslación a la vez, se explican en la teoría general como efecto de la influencia de todos los demás cuerpos. La gravitación, según el principio de equivalencia de Einstein, se explica como efecto del movimiento del sistema (o cuerpo) de referencia. De este modo logra concretarse la diferencia entre la masa pesada y la masa inerte, diferencia que, según Einstein, la mecánica clásica sólo se limita a señalar. La idea de substituir el campo de gravitación por un movimiento equivalente del sistema de referencia, pertenece al conjunto de nociones que tienen por fin una substitución del principio de la inercia por leyes o principios que se pueden basar directamente en la experiencia. En la teoría restringida se establece que la masa depende del estado de movimiento del cuerpo; en la teoría general se explica, como acabamos de ver, la existencia de esta masa inerte como el resultado de la influencia de todas las energías del universo sobre la energía que representa el cuerpo considerado. De este modo la física moderna reduce la experiencia a dos elementos fundamentales: *la energía* y *el movimiento*. Llegamos a la última y más ardua conclusión de la teoría general que es la referente al espacio. Según esta teoría el espacio es casi esférico, es decir, finito pero sin límites.

Hay quienes consideran este espacio cerrado como la tumba de la teoría de la relatividad, porque esto parece la cumbre de lo inimaginable y por consecuencia absurdo e inadmisible. La causa principal de la dificultad que ofrece este espacio está en una confusión entre nociones viejas a las cuales estamos acostumbrados desde la juventud y que por su frecuente aplicación habían adquirido casi la cualidad de « natural » de la mayoría de los conceptos de la vida común, y conceptos nuevos de un contenido muy grande y completamente distinto de lo que abarcaba el concepto viejo. Esta confusión es posible y ocurrirá siempre que dos conceptos diferentes se designan con la misma palabra. La palabra espacio, en el sentido ordinario, corresponde al espacio en que se basa la geometría de Euclides, el cual se podría considerar como algo homogéneo y sin resistencia para los movimientos. Los resultados de estudios muy abstractos y aparentemente sin vinculación con la realidad por un lado, y los adelantos de la física experimental por otro lado, hicieron coincidir en la necesidad de un concepto nuevo del espacio físico.

La noción del espacio de Euclides se desarrolló también en el sentido de alejarse de la experiencia y aquí fué Kant quien alcanzó el

máximo de generalidad creando la noción de un espacio que es forma de nuestra intuición, es decir que precede a nuestra experiencia. El espacio de Riemann-Einstein, en cambio, encierra todo el mundo físico, o mejor dicho, no es otra cosa que el conjunto de todas las energías y materias y sus movimientos posibles accesibles a nuestros sentidos o a la complementación de éstos que forman los aparatos o por los menos a los conceptos físicos exactos que en su perfección y alcance exceden a los aparatos. Hay dos caminos para llegar a conceptos muy generales. Uno consiste en restar de la experiencia todo lo que sea posible hasta llegar a un punto donde el concepto llega a ser simple, en el sentido más riguroso de la palabra, es decir, que llega a ser indivisible. Otro camino consiste en agrandar la experiencia inmediata por medio de conceptos que engloban más que ella. Es el camino de la generalización que tiene su límite en la suma de todas las experiencias posibles y que por eso depende del estado de las ciencias que se ocupan de estas experiencias. Hoy día la cumbre del primer camino lo presenta el espacio lógico de Kant, la del segundo camino el espacio físico de Riemann-Einstein. Pero ¿qué significa un espacio físico finito? Para nuestra intuición esto quiere decir que existe algo en que este espacio se halla comprendido. Sin embargo no puede ser algo más grande en el sentido ordinario como se diría, por ejemplo, de un cuerpo que encierra a otro, pues entonces no el primero sino el segundo cuerpo, más grande, sería nuestro espacio físico. Lo que podría admitirse, aunque nadie puede representárselo, es que nuestro espacio de tres dimensiones sea encerrado en una variedad de cuatro dimensiones, como cualquier línea física está comprendida en una superficie física y ésta en un espacio físico. Otra dificultad resulta de las diferentes relaciones métricas que debe tener nuestro espacio físico, lo que no podemos concebir por estar acostumbrados al espacio homogéneo de Euclides.

Para medir necesitamos cuerpos que sirvan de medida y sistemas de referencia y para reducir las medidas de los cuerpos en movimiento a un solo sistema de referencia hay que determinar simultaneidades por medio de señales de luz. Según la teoría general, los rayos de la luz sufren una curvatura, una desviación, en ciertos puntos del espacio. Es de suponer que estas desviaciones tengan influencia en la determinación de la simultaneidad, no para el mismo observador sino para dos sistemas distintos de referencia, que se encuentran en partes distintas del espacio con muy diferentes densidades respecto a la distribución de la materia. También ha de influir en las dimensiones

de los cuerpos una variación en la gravitación y como las mediciones se efectuan a base de las dimensiones del patrón con que se mide, vemos así directamente otra causa para la variación de las relaciones mètricas en el espacio físico. Claro está que el espacio homogéneo de Euclides, que implícitamente se supone sin materia, y que no contiene ninguna energía o fuerza, debe tener en todas partes las mismas relaciones métricas y este caso que corresponde a una primera aproximación a la experiencia está tan arraigado en nuestra mente que nos es imposible figurar si quiera otra posibilidad.

Muchas veces la filosofía ha precedido a las ciencias exactas. Recordemos, por ejemplo, las teorías atomísticas de Empédocles y de Descartes que encontraron en parte su reconocimiento general en las teorías de la física y de la química. Pero esta vez la física se adelantó a la filosofía. La teoría de la relatividad ha creado nuevas nociones, nuevos puntos de vista ante los cuales la filosofía tendrá que detenerse. Habrá quienes dirán que esto no será simplemente un alto, un descanso, sino que la filosofía como tal, dejará de existir y que reaparecerá en las teorías grandes y generales de las ciencias exactas. En parte ya es muy difícil trazar el límite; pero ¿quién se atrevería a decir algo definitivo al respecto? Por otra parte, no hay que olvidar que a pesar de sus éxitos también desde el punto de vista filosófico, los grandes mojones de nuestra experiencia no fueron movidos. Si se logró reducir la masa a la energía, esto en verdad no significa la desaparición de una incógnita, pues como lo hace notar L. Rougier *(La matière et l'énergie)* quedan como últimas incógnitas el espacio físico de Einstein (idéntico al campo de gravitación) y la energía (idéntico al campo electromagnético). Finalmente es de notar que el dominio principal de la filosofía no fué tocado y en este sentido la teoría general de la relatividad resulta bastante restringida todavía : nos referimos a los fenómenos de la vida en general, y a los de la vida intelectual del hombre especialmente.

Buenos Aires, abril de 1922.

RESULTADOS

DE LA

# PRIMERA EXPEDICIÓN A TIERRA DEL FUEGO (1921)

ENVIADA POR LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE BUENOS AIRES (1)

---

## CRYPTOGAMAE NONNULLAE FUEGIANAE

POR CARLOS SPEGAZZINI

---

Habiendo el distinguido profesor don Martín Doello-Jurado tenido la deferencia de entregarme para su determinación todas las *Bryophytae* y las *Thallophytae,* recolectadas en el verano de 1921, durante la expedición a la Tierra del Fuego enviada bajo su dirección por la Facultad de ciencias exactas, físicas y naturales de Buenos Aires, vengo con este modesto opúsculo a cumplir con el honroso encargo.

El lector hallará muy pocas novedades, pues desde 50 años a esta parte ese territorio fué visitado e ilustrado por toda una falange de valientes naturalistas que bien poco, en lo que se refiere a botánica, han dejado para sus sucesores; la única clase que brindó aún materiales de cierto interés fué la de los hongos, a causa de que estos

(1) Por resolución de esta Facultad y a solicitud del profesor de zoología doctor Ángel Gallardo y del suplente de la misma materia, consejero don Juan Nielsen, se realizó en los meses de enero a abril del año pasado una excursión de estudio e investigación a Magallanes y Tierra del Fuego, bajo la dirección del subscrito y con la cooperación del doctor Franco Pastore en la parte geológica, participando los alumnos señores Milcíades A. Vignati y Arnoldo Ruspini y el ayudante del Museo nacional de Buenos Aires, señor Alberto Carcelles. Después de haberse arreglado y en parte clasificado las colecciones traídas, el subscrito expuso en una conferencia pública, en la misma Facultad, los princi-

organismos, meteóricos, efímeros y de trabajosa conservación han presentado siempre dificultades, a veces invencibles, de un modo especial en los tiempos pasados.

Me es, pues, grato externar públicamente al activo y meritorio explorador argentino mis felicitaciones y mi profundo agradecimiento.

## BRYOPHYTAE

### MUSCI

1. **Sphagnum cymbifolium** Sull.

   *Hab.* En las praderas cenagosas en los alrededores de Punta Arenas, marzo.

2. **Bryum** *(orthocarpus)* **magellanicum** Sull.

   *Hab.* Entre el césped del bosque de las riberas del Río Grande, marzo.

pales resultados del viaje, con presentación de una parte del material y exhibición de dispositivos, mapas, etc., el 8 de octubre pasado. Con fecha 24 del mismo mes pasó un informe al decano, ingeniero Agustín Mercau, exponiendo algunas iniciativas derivadas de aquella expedición, referentes a diversas obras de progreso para el territorio fueguino, que, a su juicio, la Facultad podía propiciar ante el gobierno nacional.

A raíz de esto, la Facultad resolvió hacer la publicación de los resultados de la excursión y acordó que se prosiguieran sistemáticamente esta clase de expediciones. Se convino también que dichos resultados se irían publicando a medida que estuvieran listas las partes correspondientes a los diferentes autores, en estos *Anales*, gentilmente cedidos por la Sociedad Científica Argentina. Así aparece ahora este primer artículo referente a un pequeño conjunto de plantas criptógamas. Debe advertirse que siendo necesariamente limitado el programa de la expedición, por escasez de tiempo, de recursos y de personal, no se prestó especial atención a las materias que, como la botánica, no constituían uno de los fines esenciales del viaje, aunque siempre se aprovechó de los momentos y ocasiones disponibles para coleccionar plantas.

Mientras tanto, el que subscribe recibió de la Facultad una comisión que le obligará a ausentarse a Europa por algunos meses. Por esta razón no le ha sido posible terminar las partes que le correspondían, referentes a paleontología y a moluscos actuales, ni el informe general sobre la excursión. Esta circunstancia justifica también la forma de la presente advertencia. — *M. Doello-Jurado.*

3. **Dicranum australe** Besch.

*Hab.* En el césped turboso del bosque en la isla Dawson, febrero.

4. **Dicranum leucopterum** C. Muell.

*Hab.* En las turberas de la llanura en las cercanías del Río Grande, marzo.

5. **Hypnum** *(illecebraria)* **auriculatum** Mntgn.

*Hab.* Sobre los pedrones de las orillas del río en los alrededores de Punta Arenas, enero.

6. **Leptostomum Menziesi** R. Br.

*Hab.* Sobre la corteza de los viejos troncos en los bosques cerca del límite austral chileno-argentino, febrero.

7. **Mnium subbasilare** C. Muell.

*Hab.* Sobre la tierra cenagosa en los bosques de las orillas del Río Grande, marzo.

8. **Polytrichum juniperinum** Hdw. var. *stricta* Mnz.

*Hab.* En las praderas turbosas a lo largo del Río Grande, marzo.

9. **Polytrichum piliferum** Mitt.

*Hab.* En el césped de las turberas de los prados en la isla Dawson, enero.

## HEPATICAE

1. **Marchantia cephaloscypha** Steph.

*Hab.* Esporádica en las barranquitas a lo largo del Río Grande, marzo.

2. **Marchantia polymorpha** L.

*Hab.* Común y abundante en los alrededores de Punta Arenas y en la isla Dawson.

3. **Marchantia** sp. *(M. tabularis* Nees ?)

*Hab.* En las turberas a lo largo del Río Grande, marzo.
*Obs.* Ejemplares estériles bien diferentes de los de las especies anteriores.

4. **Tricholea tomentosa** (Swrtz) Gtts.

*Hab.* Sobre cáscara de árboles en la isla Dawson, febrero.

## THALLOPHYTAE

### LICHENES

1. **Amphiloma diplomorphum** Muell. Arg.

*Hab.* Sobre bloques erráticos, en las praderas cerca de la costa sur de la bahía San Sebastián, abril.

2. **Callopisma citrinum** Mass.

*Hab.* Sobre piedras, en la costa septentrional del estrecho de Magallanes, febrero.

3. **Callopisma Harioti** Muell. Arg.

*Hab.* Mezclado con el anterior, en piedras de la isla Dawson, febrero.

4. **Cladonia furcata** (Hds.) Schrd. var. *subpungens* Muell. Arg.

*Hab.* Mezclada con musgos y otros líquenes sobre tierra, en turberas cerca del Río Grande, marzo.

5. **Cladonia pyxidata** (L.) E. Fries var. *chlorophaea* Flk.

*Hab.* Sobre turba mezclada con restos, aún frescos, de varios vegetales, a lo largo del Río Grande, marzo.

6. **Lecanora antarctica** Muell. Arg.

*Hab.* Sobre bloques erráticos, en la costa sur de la bahía San Sebastián, marzo.

7. **Lecanora Spegazzinii** Muell. Arg.

*Hab.* Sobre bloques erráticos, en las praderas de la orilla austral del estrecho de Magallanes, febrero.

8. **Lecidea impolita** Muell. Arg.

*Hab.* Sobre rocas, en la isla Dawson, febrero.

9. **Nephroma antarcticum** Nyl.

*Hab.* Sobre gruesas ramas caídas y podridas dė *Nothofagus* sp., en los bosques, a lo largo del Río Grande, marzo.

10. **Parmelia cincinnata** Ach.

*Hab.* Sobre la corteza y ramas de árboles indeterminados, en la isla Dawson, febrero.

11. **Parmelia perforata** Schrd.

*Hab.* Sobre bloques erráticos, en varios puntos de la Tierra del Fuego, febrero-marzo.

12. **Parmelia saxatilis** Ach.

*Hab.* Mezclada con las anteriores, en varias localidades de la Tierra del Fuego, febrero-marzo.

13. **Peltigera polydactyla** Hoffm. var. *scutata* Fr.

*Hab.* Sobre restos vegetales, mezclados con arena, al pie de los árboles, en los bosques de la isla de Dawson, febrero.

14. **Psoroma hypnorum** Nyl.

*Hab.* Sobre la turba, mezclado con musgos y hepáticas, en las cercanías de Río Grande, marzo.

15. **Ramalina laevigata** Fr.

*Hab.* Sobre ramas de árboles y arbustos, en varias localidades de la Tierra del Fuego, febrero-marzo.

16. **Sticta Freycineti** Del. var. *fulvo-cinerea* Nyl.

*Hab.* Sobre cortezas podridas, mezclada con otros líquenes y musgos, en los bosques de Río Grande, marzo.

17. **Sticta endochrysea** Del.

*Hab.* Común sobre troncos y ramas de arbustos y árboles en los bosques de varias localidades, febrero-marzo.

18. **Stictina Gaudichaudi** Nyl.

*Hab.* Sobre ramas de un arbusto, acompañada por otros líquenes y musgos, en la isla Dawson, febrero.

19. **Teloschistes controversa** Mass. var. *lychnea* Nyl.

*Hab.* Sobre rocas de la isla Dawson, febrero.

20. **Usnea dasypogoides** Nyl.

*Hab.* Sobre ramas de varias especies de *Nothofagus,* en varias localidades de la Tierra del Fuego, febrero-marzo.

**Usnea melaxantha** Ach.

*Hab.* Sobre bloques erráticos, en los alrededores de la bahía San Sebastián, abril.

## FUNGI

1. **Armillaria mellea** Vahl — Speg., *Fung. fueg.,* nº 1.

*Hab.* Ad basin truncorum subputrescentium in silvis secus Río Grande, marzo.

*Obs.* Los ejemplares actuales son cespitosos y concuerdan exactamente con los europeos.

2. **Tricholoma imbricatum** Fr. — Sacc., *Syll. fung.,* vol. V, pág. 101.

*Hab.* Ad terram humosam pinguem in pratis secus Río Grande, marzo 1921.

*Obs.* Los ejemplares fueguinos no se apartan de los europeos más que por tener las esporas algo más grandes, siendo anchamente elípticas (7-8 μ × 4-5 μ) con grueso núcleo interno; los basidios son normales y no he podido ver macro-cistidios.

3. **Tricholoma magellanicum** Speg. — Speg., *Fung. pat.,* nº 2.

*Hab.* Ad terram sabulosam in pratis secus Río Grande, marzo, 1921.

*Obs.* Sospecho que la especie coleccionada por Dusen y publi-blicada por el Rv. J. Bresadola bajo el nombre de *Tricholoma malaleucum* Prs. *(Hym. fueg.,* nº 1), debería más bien llevar el nombre que encabeza estas líneas; la equivocación no sería difícil, pues las dos especies, por sus caracteres macroscópicos, coinciden admirablemente y las diferencias son tan solo microscópicas, porque el hongo fueguino se aparta del tipo europeo por sus macro-cistidios, larga y agudamente cuspidados, y

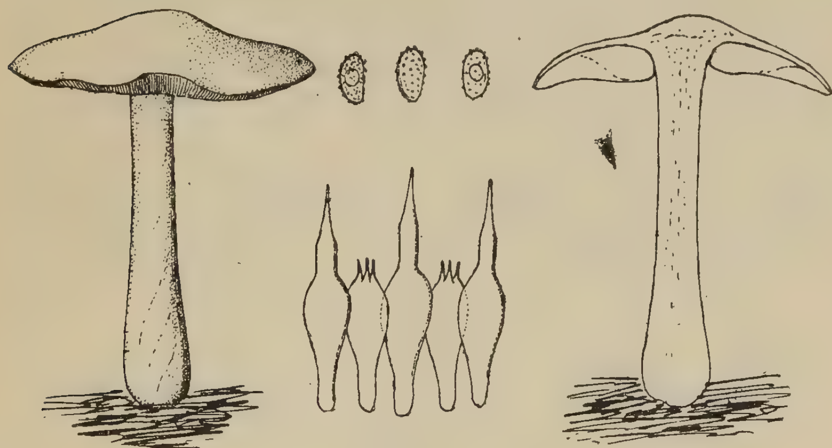


Fig. 1. — *Tricholoma magellanicum*

por sus esporas papilosas. Los basidios de cuerpo clavuliforme (30 μ × 10-12 μ) llevan generalmente tres esterigmas bastante desarrollados y agudos; los macro-cistidios tienen también cuerpo clavuliforme pero algo más espeso y largo (30-35 μ × 12-14 μ) y se prolongan bruscamente en una cúspide larga y muy aguda (20-50 μ × 5-6 μ); las esporas elípticas (8-10 μ × 6-7 μ) incoloras, tienen episporio bastante delgado sembrado de numerosas y pequeñas papilas.

4. **Tricholoma pusillisporum** Speg. (n. sp.)

*Diag.* Secc. B, hygrophanum; solitarium; pileo e convexo applanato, plane exumbonato, nudo glabro laevi, umbrino, centro obscuriore; stipite brevi crassiusculo, basi leniter incras-

satulo, rigido, farcto, sordide albo, toto glabro laevi; lamellis latiusculis, membranaceis, confertis, postice e rotundato sinuato-adnatis, acie integris concoloribus, sordide albis; carne alba subflocculosa, parum compacta et crassa; basidiis capitato-clavulatis, 2-4-sterigmatophoris; macro-cystidiis non repertis; sporis pusillis subellipticis laevibus hyalinis.

Species *Tr. jaganico* Speg. nec non *Tr. brevipedi* Bull. valde similis, basidiis capituliformibus et sporis pusillis tamen satis ab utroque distincta.

*Hab.* Ad humum inter muscos in silvis secus Río Grande, marzo 1921.

*Obs.* Sombrero plano convexo o a veces levemente cóncavo al centro (40-60 mm diám.), liso, lampiño, de color pardo (en el lí-

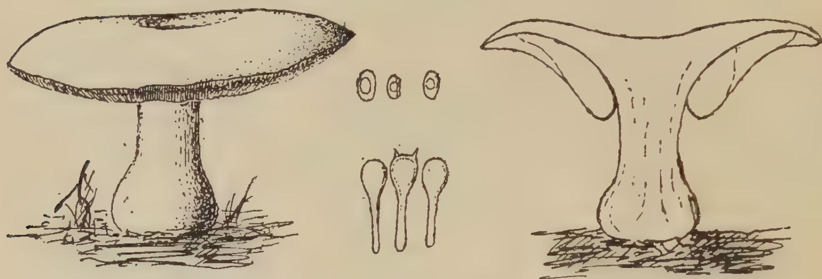


Fig. 2. — *Tricholoma pusillisporum*

quido conservador), más obscuro al centro; estípite cilíndrico corto (15-20 mm long. × 7-8 mm diám.) ligeramente engrosado a la base (10-12 mm diám.), de color blanco bastante sucio en la mitad inferior, liso y lampiño, a veces con algunas escamillas arriba de su medio, siempre relleno y rígido; laminillas membranosas numerosas, tupidas, de filo entero, posteriormente sinuado-redondeadas, de color blanco grisáceo; carne en todas partes blanca y fofa; basidios capituliformes (20-25 μ long. tot.), en sus dos terceras partes inferiores delgados casi cilíndricos (2-3 μ crs.), ensanchándose en el tercio superior casi en forma de cabezuela ovalada (4-6 μ crs.), llevando de 2 a 4 esterigmas cónicos muy cortos; no he podido ver macrocistidios; las esporas elíptico ovaladas (4-4, 5 μ × 2, 5-3 μ) son 1-nucleadas. lisas e incoloras.

Especies, por sus caracteres macroscópicos, muy parecida

al *Tr. brevipes* Bull. y más aún al *Tr. jaganicum* Speg., apartándose de ambos por la forma extraña de sus basidios y por el reducido tamaño de sus esporas.

5. **Tricholoma umbrinellum** Speg. (n. sp.)

*Diag.* Secc. B, spongiosum; solitarium; pileo plano-convexulo exumbonato glabro subtenui, nudo umbrino v. avellaneo, marginem versus obsolete violascente; stipite cylindrico pileo pallidiore, subbrevi, ima basi bulbosule incrassato, farcto, laevi; lamellis latiusculis membranaceis confertis, postice eximie rotundato-sinuatis, vix adnatis, primo albis serius pallide isabellinis; sporis ellipticis v. ovoideis, obsoletissime subverru-

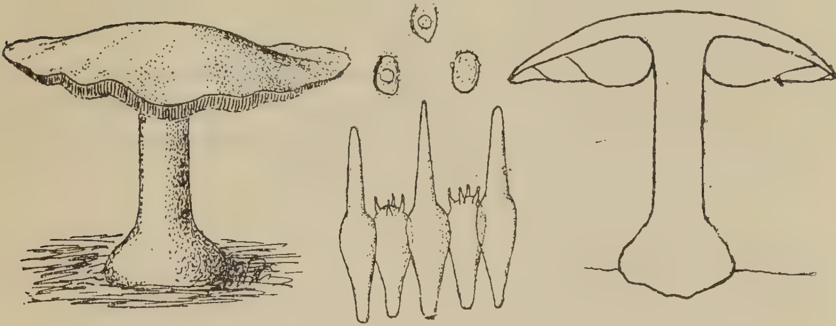


Fig. 3. — *Tricholoma umbrinellum*

culosis, hyalinis; basidiis normalibus clavulatis 4-sporis; macro-cystidiis etiam clavulatis, longe tereti-conice cuspidatis sparsis.

Species habitu et notis externis cum *Tr. paneolo* Fr. (cnft *Icon. fng.* tb. 36) summopere conveniens, a quo tamen cystidiis cuspidatis sporisque verruculosis eximie distincta.

*Hab.* Ad terram humosam foliis frustulisque ligneis commistam in silvis secus Río Grande, marzo 1921.

*Obs.* El sombrero es plano-convexo (30-55 mm diám.) liso, lampiño, de color ceniciento pardo, con ligero matiz morado hacia los bordes, muy poco carnoso (1-3 mm crss.); el estípite es cilíndrico (25-45 mm long. tot. $\times$ 7 mm diám. apic. y 9 mm diám. bas.) bruscamente engrosado a la base (15 mm diám.), relleno, liso, lampiño, del mismo color del sombrero pero más pálido especialmente en la parte superior; las laminillas membra-

branosas, numerosas y tupidas, son anchas (12-24 mm long. × 5-8 mm lt.), de filo entero, posteriormente bien redondeado-sinuadas, brevemente adheridas al ápice del estípite, al principio blancas, más tarde de color isabelino más o menos pronunciado; la carne en todas partes es blanca, fibrosa, poco compacta, y en el sombrero se extiende hasta el mismo borde; los basidios son clavuliformes (30 μ × 8-10 μ), cada uno con 4 esterigmas cortos y agudos; los macro-cistidios con cuerpo igual al de los basidios o levemente más largo y grueso (30-35 μ × 9-12 μ) se enangostan bruscamente en una cúspide (30 μ × 5-7 μ) más o menos aguda; las esporas elípticas u ovaladas (8-10 μ × 5-6 μ) levemente inequilaterales, incoloras, ostentan un cierto número de papilas poco numerosas y poco prominentes aunque relativamente grandes. Especie muy parecida al *Tr. paneolus* Fr., según la figura que da este autor en la lámina 36 de su *Icones fungorum,* apartándose por la base bulbosa del pie, por los cistidios cuspidados y por las esporas papilosas. Tal vez deberán referirse a esta especie los ejemplares fueguinos que ciertos autores determinaron como *Tr. sordidum* Fr.

6. **Omphalia schizoxyla** Fr. — Sacc., *Syll. fung.,* vol. V, pág. 324.

*Hab.* Ad truncos dejectos putrescentes in Dawson Island, febrero 1921.

*Obs.* Basidios acachiporrados (40 μ × 7-8 μ) normales; macro-cistidios no existen; esporas elípticas u ovoideas (10 μ × 6 μ), lisas, incoloras. Los ejemplares fueguinos, por su aspecto exterior, coinciden exactamente con la figura de la lámina 76 de *Icones fungorum* de Fries.

7. **Omphalia tehuelches** Speg. — Speg., *Fung. pat.,* n° 3.

*Hab.* Ad terram sabulosam ad ostia Río Grande, marzo 1921.

*Obs.* Esta especie erróneamente incluída en *loc. cit.,* entre los *Clitocybe,* tiene un parecido muy grande con la *Omph. griseopallida* Dsm.; sus basidios acachiporrados son relativamente muy grandes (50-60 μ × 9-10 μ); no existen macro-cistidios; las esporas elíptico-ovaladas (10 μ × 6 μ) son lisas e incoloras.

8. **Flammula statuum** Speg. — Speg., *Fung. fueg.*, nº 27.

*Hab.* Creo que esta especie es la que el Rev. J. Bresadola considera como *Paxillus involutus* Batsch; es verdad que el aspecto exterior, por sus bordes enroscados, por su color y hasta por sus caracteres esporológicos responde singularmente con el *Paxillus* citado, pero los ejemplares, tanto los antiguos coleccionados por mí, como los actuales, carecen del carácter fundamental de dicho género, es decir, sus laminillas no se desprenden del himenióforo, todo el contrario siempre las he hallado fuertemente adheridas a la parte inferior del sombrero y sólo se pueden separar por la fuerza y por fragmentos; además, en *Paxillus involutus,* el estípite es relleno *(farctus solidusque),* mientras en todos los individuos fueguinos que poseo dicho estípite es, por el contrario, siempre anchamente hueco *(fistulosus).* ¿ Serán realmente dos organismos totalmente diferentes y autónomos o se tratará solamente de modificaciones endémicas locales ? Los basidios son acachiporrados (35-40 μ × 7-8 μ) con 4 largos esterigmas (5 μ long.) delgados y agudos; no he podido hallar macro-cistidios; las esporas son más bien cilíndrico-elípticas que no *ovato-ellipticae (ut loc. cit.),* redondeadas en ambos extremos, con varios núcleos internos, de tamaño algo variable (9-18 μ × 4-6 μ) y de un hermoso color ferrugíneo.

9. **Galera hypnorum** Batsch — Sacc., *Syll. fung.*, vol. V, pág. 868.

*Hab.* Ad corticem dejectum putrescentem inter muscos in silvis secus Río Grande, marzo 1921.

*Obs.* Los ejemplares fueguinos coinciden plenamente en sus caracteres macroscópicos con los europeos; sobre los microscópicos no puedo afirmar nada pues hasta ahora todos los micólogos les han dado muy poca importancia y de gran parte de los himenomicetas no conocemos sino el color de sus esporas. Yo, por el contrario, creo de suma importancia el estudio y la descripción de los órganos elementales de forma y tamaño definido, siempre que sea posible. En los individuos fueguinos de esta especie he hallado basidios acachiporrados (25 μ × 6-7 μ) normales con 3 ó 4 cortos y delgados esterigmas; los macrocistidios son escasos de cuerpo acachiporrado (30 μ × 12 μ), prolongados superiormente en un apéndice trasovado o elíp-

tico (15 μ × 6 μ) pluri-nucleado, liso; las esporas son elípticas (10 μ × 6 μ) levemente inequilaterales, lisas y ferrugíneas.

Llama verdaderamente la atención la frecuencia de apéndices y cúpides que se observan en los cistidios de las agaricíneas subantárticas.

10. **Galera tenera** Schff. — Speg., *Fung. fueg.*, nº 30.

*Hab.* Ad terram humosam inter gramina in pratis prope Río Grande, marzo 1921.

*Obs.* Los ejemplares fueguinos son exactamente iguales a los demás conocidos de Sud América y Europa, tanto por los caracteres macro como microscópicos.

Las esporas elípticas (16-18 μ × 10 μ) son lisas y siempre de un hermoso color ferrugíneo.

11. **Tubaria stagnina** Fr. — Sacc., *Syll. fung.*, vol. V, pág. 873.

*Hab.* Ad terram turfosam uliginosam in pratis Río Grande, marzo 1921.

*Obs.* Esta especie está típicamente representada y de ningún modo puede confundirse con su próxima pariente la *Tub. privigna* Speg., pues esta última tiene sombrero agudo y esporas menores.

En los ejemplares fueguinos los basidios son anchamente acachiporrados (20-22 μ × 10-12 μ) con 3 ó 4 esterigmas bastantes cortos pero agudos; las esporas elíptico-alargadas, redondeadas en ambos extremos, ligeramente inequilaterales son algo mayores (18-20 μ × 9-10 μ), que en los tipos europeos que poseo, lisas y de color ferrugíneo obscuro.

12. **Agaricus pampeanus** Speg. — Speg., *Fung. arg.*, pug. II, nº 6.

*Hab.* Ad terram pinguem graminosam in pratis circa Río Grande, marzo 1921.

*Obs.* Los ejemplares fueguinos ofrecen, como los típicos bonaerenses, el sombrero bien blanco, siempre y totalmente liso sin fibrillas, ni escamas, ni grietas, con borde muy ancho, que sobrepasa las laminillas hasta de 3 mm, con laminillas anchas, membranosas, muy tupidas, de color negro purpurascente sin veteaduras más claras, con filo bien entero del mismo color;

los basidios son clavuliformes (20-22 μ × 8-9 μ) coronados con 4 esterigmas largos (5 μ larg.) delgados, agudos; no existen macro-cistidios; las esporas son elipsoideo-ovaladas, algo mayores que en el tipo (8-10 μ × 5-6 μ), lisas y de color negro-purpúreo, casi opacas. Es comestible.

13. **Paneolus campanulatus** L. — Sacc., *Syll. fung.*, vol. V, pág. 1121.

*Hab.* Ad terram fimetosam in pratis prope Río Grande, marzo 1921.

*Obs.* Macro-cistidios ninguno; basidios clavuliformes (35-40 μ × 7-9 μ) con 2 a 4 esterigmas cónicos, bastante cortos; esporas elípticas, moderadamente redondeadas en los extremos (20-24 μ × 10-12 μ), lisas, negras, casi opacas.

14. **Coprinus truncorum** (Schff.) Fr. — Sacc., *Syll. fung.*, vol. V, pág. 1092.

*Hab.* Ad basin truncorum putrescentium in silvis secus Río Grande, marzo 1921.

*Obs.* Esporas elipsoideas levemente inequilaterales (12-15 μ × 5-6 μ) lisas, negras y opacas.

15. **Fistulina antarctica** Speg. — Speg., *Fung. pat.*, nº 46.

*Hab.* Frequens ad truncos languentes v. emortuos *Nothofagorum* in silvis circa Punta Arenas, febrero 1921.

*Obs.* A pesar de lo que digan los micólogos europeos, que nunca han visto este hongo al estado vivo, me es imposible reunir esta especie con la *Fistulina hepatica* Fr. gerontogea, pues su forma y sobre todo su color carmesí *(purpureus)* vivo que justamente había llamado la atención de otros viajeros como Cunningham *(crimson colour)*. Los tubos himeniales cilíndricos (3-8 mm long. × 0,2-05 mm diám.) son totalmente sueltos entre sí, cerrado y redondeados en la base, con boca tronchada circular, ligeramente pestañosa, de color encarnado, formados por largas fibras (4-6 μ crss.) continuas longitudinales que en el borde oral suelen terminar bruscamente en pseudobasidios cilíndrico-subclavuliformes (40 μ × 8 μ); la cavidad de los tubuli se halla totalmente repleta de una nasa de esporas apelmazadas con mucus, sin rastros de basidios;

las esporas son elípticas, levemente inequilaterales, redondeadas y bastante obtusas en ambos extremos (5-10, generalmente 6-8, μ × 4-4, 5 μ) con un núcleo interno muy grande, lisas, de un ligero color rojizo.

16. **Fomes adamantinus** Brk. — Sacc., *Syll. fng.*, vol. VI, pág. 204.

*Hab.* Ad truncos languentes adhuc vivos *Nothofagorum* in insula Dawson, febrero 1921.

*Obs.* Especie que figura en mi *Fungi fuegiani* bajo el nombre erróneo de *Polyporus fomentarius* Fr. con el cual tiene alguna semejanza; no he hallado basidios; las esporas son elipsoideas o levemente ovaladas (6-8 μ × 4 μ) con un gran núcleo interno, lisas, y de color ocre pálido.

17. **Polyporus albus** (Hds.) Fr. ? — Sacc., *Syll. fung.*, vol. VI, pág. 122.

*Hab.* Ad truncos vetustos cariosos *Nothofagorum* in insula Dawson, febrero 1921.

*Obs.* Habiendo tropezado con serias dificultades para la determinación de estos ejemplares, los remití al eminente especialista Rev. J. Bresadola, el cual ha tenido la amabilidad de contestarme lo siguiente:

« Es una especie muy cercana al *Polyporus albus* (Hds.) Fr. (meo sensu = *Polyp. fissilis* Brk. & Br.), del cual se aparta por la coloración más subida del sombrero, por el himenio más consistente, más claro y por las esporas algo mayores, caracteres todos que podrían depender de la edad del ejemplar, que es bastante viejo; si estos caracteres fueran permanentes también en los ejemplares jóvenes, entonces podría considerarse como una variedad o tal vez una nueva especie; pero para ratificar este juicio habrá que disponer de nuevos y más numerosos ejemplares de diferentes edades. »

El examen microscópico no me concedió ver basidios, pero me brindó muy abundantes esporas elíptico-ovaladas (6 μ × 4 μ) lisas e incoloras.

18. **Polyporus Gayanus** Lév. — Sacc., *Syll. fung.*, vol. VI, pág. 87.

*Hab.* Ad truncos cariosos vivos v. emortuos in silvis per totam Fuegiam, febrero-marzo 1921.

*Obs.* Esta especie muy próxima al *Pol. varius* Fr. es sumamente polimorfa, causa por la cual fué descrita varias veces bajo diferentes nombres; son sus sinónimos *Pol. cycliscus* Mntg. (Gay, Fl. chil., vol. VII, pág. 363 et lám. VII, fig. 7) y *Pol. fuegianus* Speg.

No he podido observar basidios; las esporas abundantes son elíptico-cilindráceas (6-8 μ × 1, 5-2 μ) lisas e incoloras.

19. **Gloeosoma vitellinum** (Lév.) Bres. — Bres., *Select. myc.*, pág. 51 (1920).

*Hab.* Vulgatissima ubique per Fuegiam ad truncos dejectos putrescentes, febrero-marzo 1921.

20. **Bovista magellanica** Speg. — Speg., *Fung. Pat.*, nº 68. = Sacc., *Syll. fung.*, vol. VII, pág. 474.

*Hab.* Sat frequens ad terram sabulosam inter gramina ad ostia Río Grande, marzo 1921.

*Obs.* Especie muy próxima a la *Bov. plumbea* Prs., de la cual se aparta por tener la gleba inodora *(nec odorata)* y de color aceitunado umbrino *(nec fusco-purpurea)*; las esporas en ambas especies son casi iguales, resultando las de mi especie globosas (3-6 μ diám.) finamente papilosas y provistas de una una larga cola (8-16 μ × 1 μ), pálidamente umbrinas.

21. **Bovista pachydermica** Speg. — Speg., *Fung. pat.*, nº 72. — Sacc., *Syll. fung.*, vol. VII, pág. 473.

*Hab.* Sat vulgaris in pratis sabulosis ad ostia Río Grande, marzo 1921.

*Obs.* Los ejemplares actuales, jóvenes y bien conservados en solución formólica, ostentan esporas algo mayores (4-6 μ diám.), más verrugosas, pero con el apéndice menos visible; la gleba, como en el tipo, resulta grumoso-pulverulenta casi como en los *Mycenastrum*, y es de color pardo-oliváceo; las paredes peridiales son relativamente espesas, rígidas y como correosas.

22. **Lycoperdon asperum** (Lév.) Speg. — Sacc., *Syll. fung.*, vol. VII, pág. 119.

*Hab.* Frequens in pratis graminosis secus Río Grande, marzo 1921.

*Obs.* Esporas globosas (4-5 μ diám.) sin apéndice, lisas, de tinte aceitunado muy pálido.

23. **Lycoperdon caelatum** Bull. — Sacc., *Syll. fung.*, vol. VII, pág. 115.

*Hab.* Non rarus in pratis sabulosis ad ostia Río Grande, marzo 1921.

*Obs.* Los ejemplares fueguinos concuerdan exactamente con los similares europeos; esporas globosas (4-5 μ diám.) sin cola, lisas, teñidas muy levemente en aceitunado.

24. **Aecidium magellanicum** Brk. = Hk. f., *Fl. antarc.*, pág. 450, tab. 163, fig. 8 (pessime).

*Hab.* Abunde ad ramulos et folia viva *Berberidis microphyllae* in dumetis circa Punta Arenas et insula Dawson, febrero 1921.

*Obs.* Especie verdaderamente admirable por el color minio de los numerosísimos peridios que contrasta artisticamente con el verde obscuro de las hojas. La pésima figura de la *Flora antarctica (loc. cit.)* y la equivocación en la determinación específica del substrato fué la causa de los varios sinónimos que lleva esta uredinacea.

25. **Cystopus candidus** (Prs.) Lév. = Sacc., *Syll. fung.*, vol. VII, pág. 234.

*Hab.* Abunde ad caules folia nec non siliquas *Capsellae bursa-pastoris* circa Punta-Arenas, febrero 1921.

26. **Cyttaria Darwini** Brk. — Brk., *On an edible Fungus from Tierra del Fuego and etc.*, Linn. Trans. XIX, pág. 37.

*Hab.* Ad ramos vivos *Nothofagorum* specierum omnium in silvis totius Fuegiae, per annum.

*Obs.* Existe actualmente una horrible confusión entre los autores que se ocuparon de las especies de este interesante género, describiéndose nuevas especies, fundadas en las malas descripciones de los primeros micólogos, sobre la ignorancia de su biología y, sobre todo, basándose en escasos y generalmente muy malos ejemplares, lo más a menudo en estado de conservación lamentable.

Yo, por mi parte, después de haber visto y examinado miles y miles de ejemplares en todos sus estados de evolución, vivos y muertos, secos o conservados en diferentes medios líquidos, me he convencido de que no existen sino dos únicas especies sudamericanas de *Cyttaria:* la grande blanca y la pequeña amarilla, organismos bien diferentes y distintos por su coloración, tamaño y forma, que resulta imposible de confundirlas entre sí. A pesar de esto, ambas especies se confundieron desde el principio, pues en 1841 Barkeley, al describir la *Cyttaria Darwini,* empieza diciendo «vitellina», es decir, *amarilla* (cft Sacc., *Chromotaxia,* nº 22), lo que es completamente falso y, seguramente, se debe a la nota equivocada de Darwin que dice: *In the beech forest* (of Tierra del Fuego) *the trees are much diseased; on the rough excrescences grow vast number of yellows balls. They are of the colour of the yolk of an egg and vary in size from that of a bullet to that a smoll apple ; in shape they are globular, but a little produced toward the point of attachment.* En otro punto dice de nuevo: *(Febr. 1834). When young «ochre-yellow and dutch-orange» of lhe Wernerian nomenclature; smell strong; taste sweet.* Así que Darwin no vió más que *Cyttarias* amarillas como yema de huevo; entonces él no ha visto viva la que lleva su nombre, sino tan solo la *C. Hookeri!*

Como he dicho, repito, yo nunca he visto *Cyttariae* grandes, ni jóvenes ni viejas, de color amarillo, sino siempre blancas y lisas como bolas de billar; en algunas (sobre *N. betuloides)* la parte externa en ciertas condiciónes toma irregularmente un color ocre pálido y la superficie se vuelve opaca y algo áspera (que yo atribuí a *C. Berteroi,* en *Fungi fuegiani,* nº 313) como la cáscara de las papas *(in the preserved specimen [in spirits] is brown, so that they strongly ressemble potatos!),* pero es un hecho anormal y actualmente estoy seguro que es una simple forma patológica debida a algún parásito.

De lo expuesto arriba tengo la absoluta convicción de que no existe más que una sola *Cyttaria* grande, y que ella, en estado normal y sano, es siempre blanca; admitiremos, pues, para esta especie el primer nombre que se ha publicado, es decir, se llamará *Cyttaria Darwini,* resultando ser sus sinónimos *C. Berteroi* Brk., *C. Harioti* Fisch. y *C. Reichei* Hnng.

Este hongo ofrece tres períodos bien distintos de evolución

indicados por otros tantos nombres diferentes por los indí genas :

I. *Forma juvenilis :* Globosa v. obovata (1-3 cm diám.) superne laevissima, alba, inferne rotundata v. plus minusve cuneata laevi v. radiatim plicatula, ubique cortice integro crassiusculo (0,5-1,5 mm crass.) tenacella gummoso-carnosa alba opaca vestita; intus tota farcta etiam alba, carne quam cortice magis gummosa et pellucida, obsolete tenuiterque radiatim reticulato-pseudofibrosa; loculi plus minusve numerosi, magni et regulariter dispositi periphaerici in carne immediate sub cortice dispositi globosi (1-2 mm diám.) pulpa hymeniali, e fibrillis tenuibus centrifuge radiantibus constituta, toti farcti.

II. *Forma adulta :* Globosa v. obovata (3-4 cm diám.) extus cortice adhuc albo v. quandoque roseo-subvinoso vestita, primo jam attenuato et magis pellucido extus plus minusve manifeste areolato-subpapuloso, serius grosse poroso-alveolato; intus jam gelatinoso-subhyalina, parte centrali infera plus minusve diffluente saepeque vacua; loculi periphaerici, quandoque omnes bene evoluti et magnitudine aequales (2-3 mm diám.), quandoque pro parte abortivi et pro parte evoluti e tum saepius mayores et plus minusve irregulares (4-6 mm diám.), ore, foveolis corticis respondente, late aperto integro v. denticulato, tunica hymeniali crassiuscula parietali praediti, centro vacui v. gelatina achroa adhuc farcti; stratum hymeniale e filamentis v. paraphysibus nec non ascis plus minusve evolutis jam compositum.

III. *Forma senescens :* Lenticulari-depressa v. difformis (4-7 cm diám. × 3-5 cm crss.), cortice diffluente jam omnino denudata, tremelloideo-carnosa, ob loculos v. alveolos periphaericos late apertos plus minusve numerosos favosa, loculis ovatis ore integris irregulariter polygonis, vacuis v. strato hymeniali gelatinoso, paraphysibus ascis nec non sporis constituto, plus minusve obductis; color tum sordide isabellinus v. pallide ochraceus.

En este último estado el vegetal no tarda en desprenderse del substrato y caer al suelo si el tiempo es seco, pero si persiste la humedad o llueve puede quedar, por su viscosidad, adherido a ramas, a troncos o a raíces. Los ejemplares caídos sufren rápidamente una descomposición más o menos profunda y variable; algunos, en lugares relativamente

secos, se vuelven casi córneos o se momifican adquiriendo tinte variable desde el ferrugíneo hasta el negro sucio; otros, en tiempo y lugares constantemente muy húmedos, se hinchan transformándose en una masa informe de gelatina muy viscosa casi incolora y transparente, en la que se observan los lóculos bajo forma de cuerpos semiesféricos (5-10 mm diám. × 4-5 mm espes.), opacos, parduscos, de bordes enteros y que se hallan llenos de restos de la capa himenial gelatinosa, en la cual sólo se pueden observar las esporas casi globosas de 15 a 20 μ de diámetro con episporio gelificado y que ha tomado un tinte pardo más o ménos subido.

Otra contradicción con mi experiencia personal, que observo en la nota darwiniana, que he transcrito más arriba, es el *smell strong* (olor fuerte) que, según dicho autor, despiden las *Cyttariae;* todas las que examiné, si jóvenes, eran poco menos que inodoras, a las maduras le noté sólo un débil olor fungino, como el que despiden las Auricularias y las Hirneolas; solo las muy viejas, cuando han caído en tierra y se hallan en estado más o menos avanzado de putrefacción, huelen con mayor o menor intensidad y muy poco agradablemente.

En cuanto al «*taste sweet*» (sabor dulce) es muy problemático; el sabor, en la mayoría de los casos, lo he hallado nulo, insípido, como cuando se mastica goma de los duraznos y sólo he sentido un sabor definido en la especie siguiente, como diré.

Los indios Yámana (Yágan) aplican seis voces distintas para la *Cyttaria* blanca grande y podría creerse que existieran otras tantas especies; pero no es así: este pueblo posee una lengua de una riqueza asombrosa que no puede compararse con ninguna otra: baste recordar que para el guanaco tienen once voces diferentes, según sea macho, hembra, joven, viejo, con pelo de verano o de invierno, etc.; no hay, pues, que extrañar, si estos hijos de la naturaleza, necesariamente tan observadores, disfruten de tanta abundancia de palabras para indicar organismos que desempeñan un papel tan importante en su régimen económico-alimenticio. Aquí repetiré los nombres que ya he publicado en mi *Fungi fuegiani,* comparándolos con los recolectado por el doctor Hyades, de la *Mission scientifique du Cap Horn,* para demostrar la diferencia de oído y la dificultad de fijar los sonidos de las lenguas de los salvajes, aun para las personas cultas.

*Cyttaria grande blanca en Yámana-gúta*

Forma del *Nothofagus betuloides :*

| Según Hyades | Según Spegazzini |
|---|---|
| *Çachipou.* | *Ssáss-chipu.* |
| *Kataran.* | *Kattörem.* |
| *Ouçaf.* | *Áussof.* |

Forma del *Nothofagus antarctica :*

| | |
|---|---|
| *Ouchnik.* | *As-chník.* |
| *Oachnik.* | *Awachík.* |
| *Miama.* | *M'âma.* |

En los nombres míos conservo hasta donde es posible la ortografía castellana.

28. **Cyttaria Hookeri** Brk. — Sacc., *Syll. fung.*, vol. VIII, pág. 5.

*Hab.* Ad ramos vivos *Nothofagi antarcticae* et *N. betuloidis* vulgatissima in silvis Fuegiae, fbr. & marz.

*Obs.* No cabe duda de que sea sinónimo de esta especie el hongo descrito y figurado bajo el nombre de *Podocrea deformans* por Bommer y Rousseau en la parte *Champignons* de la Seccion botánica *Des resultats du voyage du S. Y. Belgica.*

Esta es la segunda especie de *Cyttaria* sudamericana que existe y la *única amarilla* que conozco; por lo tanto a ella deben referirse el *Phallus subrotundus (luteus)* etc. del Herbario de Commerson, y las citas de Darwin que figuran en la especie anterior. Su color es realmente ocráceo en la juventud, amarillo más o menos ferruginoso a la madurez y por fin castaño más o menos obscuro y sucio en la vejez. Tiene olor fungino no muy pronunciado y sabor bastante dulce y casi agradable que recuerda el de la harina de castañas algo ardida.

Los nombres en Yámana-gúta son pues :

| Según Hyades | Según Spegazzini |
|---|---|
| *Çim.* | ... |
| *Ouayakou.* | *Uaiáka.* |
| *Ouchouim.* | *Ássuim.* |

**GEOMORIUM** Speg. (n. gen.)

*Char.* Helvelleum; stipes carnoso-tenacellus albescens, sursum saepius subattenuato-rotundatus, late fistulosus, cavitate interna septis longitudinalibus plus minusve anastomosantibus corroboratus, extus verticaliter subirregulariter costulatus, in parte dimidia supera hymenio effuso arcte adnato atro-olivaceo vestitus; asci cylindracei, apice rotundati (porosi?) octospori, paraphysibus bacillaribus tenuibus sursum vix incrassatis simplicibus intus olivaceo-granulosis obvallati; sporae ellipticae, hyalinae, verrucosae.

Genus *Morchellam* accedens, a qua ascomatis hymeniique fabrica, trabeculis transversis deficientia, nec non sporis verrucosis recedit.

29. **Geomorium fuegianum** Speg. (n. sp.)

*Diag.* Majus, erectum, gregarium saepeque basi confluens, ubique glabrum; asci praelongi paraphysibus densis non v. vix longioribus cincti; sporae majusculae, recte v. oblique monostichae, grosse 1-guttulatae.

*Hab.* Ad humum inter truncos dejectos secus Rio Grande, Fuegia austro-orientali, marzo 1921.

*Obs.* Género muy interesante que se aparta netamente de todos los actualmente conocidos y que parece formar transición entre las Helvelleas y las Geoglosseas. Los individuos parece que nacen generalmente en grupos y a veces se hallan hasta entresoldados por su base, siendo de naturaleza carnoso-correosa, bastante variables en tamaño (50-250 mm alt. × 10-30 mm diám.), más o menos cilíndricos para terminar superiormente en punta más o menos obtusa o aguda, hallándose exteriormente recorridos por numerosas costillas o, mejor, arrugas longitudinales, sin jamás rastros de transversales, blancos en la mitad inferior, mientras en la superior se hallan revestidos de una delgada capa (1 mm esp.) himenial de color pardo-oliváceo, muy adherente, que hacia abajo se escurre más o menos irregularmente; estos ascomas son en el interior huecos, con paredes de 1 a 2 mm de espesor, pero están reforzados por tabiques verticales, algo irregulares y con algunas anastomosis, del mismo espesor de las paredes; la capa himenial consta



Fig. 4. — *Geomorium fuegianum*

exclusivamente de ascos y paráfises apretados; los ascos son cilíndricos (350-400 μ × 14-16 μ) suavemente adelgazados hacia la base, con el ápice redondeado de dehiscencia poricida? (con seguridad nunca por opérculo), octosporos y circundados por numerosísimos paráfises filiformes, rectos, rígidos, iguales o apenas más largos, suave y levemente engrosados hacia la punta donde terminan redondeados (4-6 μ crass.), y todos rellenos de gránulos de pigmento pardo-oliváceo que son causa del color de la capa himenial; las esporas dispuestas en una sola hilera vertical, rectas u oblicas, son incoloras, elípticas, redondeadas en ambos extremos (24-26 μ × 11-14 μ), en la juventud lisas, más tarde revestidas de numerosas papilas o arrugas algo irregulares, ostentando lo más a menudo, en su interior, un grueso núcleo. Por la tintura de yodo tanto los ascos como los paráfises y las esporas toman un color ferrugíneo subido, pero debo advertir que los ejemplares examinados se hallaban conservados en solución de formol algo fuerte.

**APARAPHYSARIA** Speg. (n. gen.)

*Char.* Pezizea, subceraceo-carnosa, glaberrima, hyalospora; ascomata mediocra subturbinato-cupulata, sessilia; asci cylindracei densissime constipati, octospori, operculatim dehiscentes, paraphysibus omnino nullis; sporae ellipticae, continuae, hyalinae, laeves.

Est *Peziza* paraphysibus plane destituta.

30. **Aparaphysaria Doelloi** Speg. (n. sp.)

*Diag.* Humigena, sparsa v. laxe gregaria, tota pallide ex umbrino olivascens (in solutione formolica!), primo turbinato-hemisphaerica, serius applanato-concaviuscula, margine subcrassiusculo integerrimo, ubique et semper laevia glabra; asci apice subtruncati; sporae recte v. oblique monostichae, ellipticae, utrimque rotundatae, eguttulatae.

*Hab.* Ad terram humiferam uliginosam inter muscos secus Río Grande, Fuegia austro-orientalis, marzo 1921.

*Obs.* Los ascomas aislados o en pequeños grupos, se asemejan, al principio, a tazas, pero más tarde se ensanchan y toman forma de platillos (5-15 mm diám.), carnosos ceráceos, relativamente espesos (1 mm esp.), de bordes redondeados enteros, siempre

y totalmente lisos y lampiños, de color pardo aceitunado; los ascos casi cilíndricos o levemente fusiformes, desde su mitad se adelgazan hacia la base en largo pedicelo estéril, mientras en su cuarto superior se enangostan también algo (250-350 μ × 16-18 μ) terminando en ápice tronchado, que se abre a la madurez por una tapa discoidal plana; no hay rastro de paráfises; las esporas en número de 8 para cada asco están superpuestas



Fig. 5. — *Aparaphysaria Doelloi*

oblicuamente en una sola hilera, siendo elípticas (20 μ × 12 μ) redondeadas en ambos extremos, con episporio liso, moderadamente engrosado, y al interior sin núcleos.

Por la tintura de yodo esporas y ascos toman un color ferrugíneo subido, habiendo sido conservado los ejemplares en solución formólica algo fuerte.

31. **Lachnea Doelloi** Speg. (n. sp.)

*Diag.* Ascomata solitaria v. hinc inde pauci-gregaria, subceraceo-carnosula, primo subhemisphaerica, dein applanato-concava, margine non v. vix undulata obtusula integra, disco miniata, extus pallidiora, glabra sed parum infra marginem setulis laxe monostichis arcte adplicitis non exertis atro-ferrugineis brevibus arcuato-fusoideis saepius biseptatis laevibus simplicibus acutiusculis notata; asci e cylindraceo fusoidei, apice subtruncati deorsum sensim leniterque attenuato-pedicellati, octospori, paraphysibus vix longioribus atque sursum parcissime

incrassato-clavulatis granulis rubris farctis obvallati; sporae ellipticae, utrimque subattenuatae sed rotundatae, hyalinae, densiuscule papilloso-verruculosae, oblique monostichae.

*Hab.* Ad marginem laculorum in turfosis secus Río Grande, Fuegia austro-orientalis, marzo 1921.

*Obs.* Especie muy bonita por su color rojo-minio muy vivo y prontamente reconocible por las pestañitas casi negras y visibles a simple vista, que adornan la parte exterior de sus bordes. Los ascomas, cereo-carnosos, son casi semiesféricos en la juventud

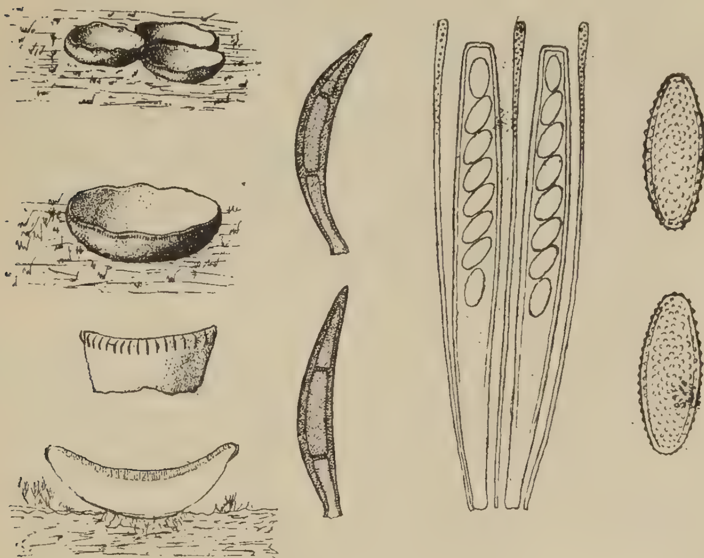


Fig. 6. — *Lachnea Doelloi*

pero con la edad se achatan y toman forma de platillo algo cóncavo (4-8 mm diám.), de bordes enteros, lampiños, que al exterior están adornados de una hilera de pestañas cortas, rígidas, casi fusoideas, simples, agudas, arqueadas, 3-celulares ferrugíneo-negras (150-200 μ × 20-25 μ) siempre muy arrimadas, casi pegadas a la superficie del ascoma; el disco es liso y de color minio; el apitecio del mismo color pero mucho más pálido y casi sucio; los ascos octosporos son más o menos cilíndricos (300-350 μ × 20 μ) casi tronchados al ápice, en su mitad inferior suave y paulatinamente adelgazados en pedicelo, hallándose circundados por numerosos paráfises casi filiformes,

levemente engrosados en clávula (4-6 μ) hacia su extremidad superior y rellenos de granulaciones rojas; las esporas se hallan ordenadas oblicuamente en la mitad superior de cada asco, siendo elípticas (28-30 μ × 12-15 μ) redondeadas, pero no muy obtusas en ambos extremos, incoloras y con episporio no muy espeso pero todo revestido de papilas o granulaciones bastante numerosas aunque algo irregulares.

32. **Sphaerospora patagonica** Rhm — Rehm, *Ascom. fueg.*, pág. 18.

*Hab.* Ad terram humosam fimetosam in pratis prope Punta Arenas, febrero.

*Obs.* Nuestros ejemplares corresponden muy bien con la descripción de Rehm, pero las esporas casi globosas (20 μ × 18-20 μ) no son *areolatae,* sino lisas al exterior y rellenas de un protoplasma densamente celuloso-esponjoso; además, los pelos marginales de los ascomas (350-450 μ × 25 μ) tampoco son *basi dicothomi* sino simples, enderezados, muy agudos, 2-4-celulares, observándose sólo rara vez algunos entresoldados por sus bases.

33. **Sclerotium clavus** DC. — Sacc., *Syll. fung.*, vol. XIV, pág. 1151.

*Hab.* Ad cariopsides *Tritici magellanici* in pratis ad ostia Río Grande, Fuegia austro-orientali, marzo.

## ALGAE

1. **Ballia callitricha** Mntgn.

*Hab.* En la resaca del mar de la costa oriental atlántica de la Tierra del Fuego, común.

2. **Callophyllis atro-sanguinea** (Hkr & Hrw.) Hariot.

*Hab.* Sobre la playa del estrecho de Magallanes, frente a Punta Arenas.

3. **Callophyllis variegata** Kuetzing.

*Hab.* Sobre la playa oriental atlántica de la Tierra del Fuego.

4. **Delesseria Lyalli** Hkr & Hrw.

*Hab.* Acompañando a las anteriores en las costas orientales atlánticas.

5. **Delesseria phyllophora** Aghrd.

*Hab.* Junto con las anteriores en las mismas playas, pero mucho más escasa.

6. **Dichloria viridis** Grev.

*Hab.* Mezclada con las anteriores en los mismos lugares.

7. **Iridea micans** Bory.

*Hab.* Playas orientales atlánticas de la Tierra del Fuego.

8. **Lessonia flavicans** Bory.

*Hab.* Con la anterior.

9. **Lessonia fuscescens** Bory.

*Hab.* Con la anterior.

10. **Macrocystis pirifera** Aghrd.

*Hab.* En la resaca marina de la costa atlántica y del estrecho de Magallanes, común.

# UN NUEVO « MYTILUS » FÓSIL DEL TERCIARIO DE PATAGONIA [1]

POR M. DOELLO-JURADO

Se trata de una especie representada por varios moldes internos, procedentes todos de la formación patagónica y que ha sido mencionada por el doctor v. Ihering con el nombre de *Mytilus aff. chorus* Mol. (2). Como en realidad es una especie completamente distinta de ésta, según se verá en seguida, propongo darle el nombre de

### Mytilus pseudochorus, n. sp.

El examen de dos ejemplares (moldes internos) de la colección Ihering, ahora en el Museo de Buenos Aires, muestra, cerca del extremo anterior, unas grandes impresiones o improntas, en parte entrantes y en parte salientes. He examinado después una serie de ejemplares de la misma forma, también moldes internos, coleccionados por el señor S. Venturi en San Julián, y he comprobado que todos presentan la misma impronta. Dada la posición de ésta, se comprende en seguida que debe corresponder a un adductor anterior de las valvas, aunque con algunas particularidades. Ante todo, llama la atención su gran tamaño, pues miden, en los dos ejemplares citados, 10 $\times$ 8 milímetros en uno de ellos y 10 $\times$ 10 milímetros en el otro (recordando que en los *Mytilidæ* el adductor anterior tiende en general a reducirse mucho o a desaparecer del todo). Es también

(1) El presente artículo fué presentado en la Reunión de Comunicaciones de la Sociedad Argentina de Ciencias Naturales el 13 de agosto de 1921 (*Physis*, nº 20, t. V, pág. 313, 1922).

(2) H. v. IHERING, *Revista del Museo Paulista*, tomo II, 1897, página 232, plancha IX, figura 55. H. v. IHERING, *Les mollusques fossiles*, etc., en *Anales del Museo Nacional de Buenos Aires*, tomo XIX (serie 3ª, t. VII), página 273, (1907).

digno de notarse que estas improntas, en vez de aparecer como partes salientes, por tratarse, como se ha dicho, de moldes internos, son en la mayor parte de los ejemplares, entrantes, es decir, que se presentan como hoyos, con una porción más o menos prominente en su interior. Esto significa que la inserción de aquellos músculos se efectuaba, en general, sobre porciones salientes de la valva, a modo de apófisis (como suele verse en algunos pelecípodos actuales), y que dichos músculos han sido muy fuertes y desarrollados. La comparación con *M. edulis* L. muestra que el adductor anterior era en la forma fósil mucho mayor no sólo en absoluto (por la mayor dimensión de las valvas) sino también en proporción.

Ahora bien : *Mytilus chorus* Mol. carece completamente de adductor anterior, y ese es uno de los caracteres por los cuales se le coloca en un subgénero aparte, *Chloromya* Mörch. He podido comprobar este carácter en numerosos ejemplares de esta especie procedentes de Chile.

Los moldes internos en yeso de *M. chorus,* que ha hecho el señor Ángel Radice, del Museo de Buenos Aires, no dejan ver, por consiguiente, ni vestigios de aquella impronta. En cambio, presentan en el ápice las huellas de los pequeños dientes que posee el « choro » viviente y que faltan en la forma fósil.

Ihering (1) dice solamente, hablando de estos moldes : « *Dans l'extremité supérieure, ce moule a de chaque côté une fossette irrégulière qui me paraît bien correspondre á un grossissement de la valve des grands exemplaires récents de* M. chorus, *ce qui fait croire que ces moules sont de l'espèce indiquée.* »

Lo anterior se refiere, sin duda, al engrosamiento de la zona comprendida entre la línea paleal y el borde ventral, que, en efecto, se observa tanto en los ejemplares actuales como en los fósiles, según podrá apreciarse en las fotografías adjuntas.

Se puede ver también que la conformación general es diferente en ambas especies, pues *M. pseudochorus* es más arqueado o falciforme, con el borde ventral cóncavo y el dorsal convexo.

Las dimensiones del ejemplar de *M. pseudochorus* figurado aquí, son las siguientes : longitud, 145 milímetros; altura, 57 milímetros; diámetro, 35 milímetros.

Este ejemplar procede de Santa Cruz, formación patagónica, y lleva el número 301 del actual catálogo de invertebrados fósiles del Museo Nacional de Historia Natural de Buenos Aires.

(1) IHERING, *Mollusques fossiles,* etc., página 273.

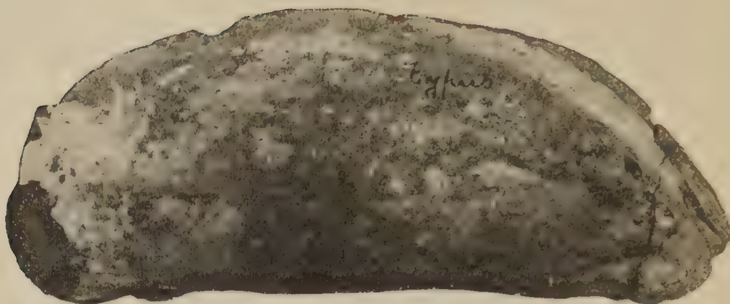


Fig. 1. — *Mytilus pseudochorus* n. sp. Molde interno natural Santa Cruz ?, form. patagónica Catal. Inv. Fós. nº 301. (Reducido a $^2/_3$ del tamaño natural)



Fig. 2. — *Mytilus (Chloromya) chorus* Mol. Molde interno artificial, actual Isla Quiriquina frente a Talcahuano, Chile. Cat. Inv. Actuales nº 9436. (Reducido a $^2/_3$ del tamaño natural)

Existen también tres ejemplares de Maiten, Río Chubut, formación patagónica, número 304, que Ihering ha designado con el nombre de «*Mytilus aff. chorus* Mol. var. *Hauthali*». Estos tienen en su mayor parte las valvas adheridas, siendo imposible ver los caracteres internos. Su conformación más recta y su menor longitud los distingue de los anteriores, asemejándolos más bien a ejemplares muy cortos de *M. chorus* Mol. Pero la comprobación, que se ha hecho aquí, de que existe en la formación patagónica una especie abundante y bien distinta del «choro» viviente, induce a considerar aquella forma como una variedad de la especie coetánea y a designarla, provisoriamente, con el nombre de

**Mytilus pseudochorus** D.-J. var. **Hauthali** (Ih.)

Estos ejemplares llevan el número 304 del catálogo del Museo Nacional de Historia Natural de Buenos Aires.

En cuanto a los ejemplares de Corral Foyel (nº 303 del catálogo), en parte incluídos en una roca dura y en parte cubiertos por los restos de las valvas, tampoco es posible decidir si poseían un adductor anterior o no.

Debe hacerse presente en esta oportunidad que todos los restos de moluscos fósiles señalados por Ihering (1) de Corral Foyel se hallan en un estado tan deficiente de conservación, que es imposible determinarlos específicamente de un modo satisfactorio, y por lo tanto, debe considerarse como dudosa la sincronización de los estratos correspondientes con los de la verdadera formación patagónica.

Por otra parte, Philippi (2) ha señalado la presencia en el terciario de Chile, de *M. chorus* Mol., basándose también en moldes internos, que nunca han sido descritos; pero como Philippi los *identifica* sin vacilación, con la especie de Molina, hay motivo para creer que puede tratarse de la misma especie, o al menos de una forma realmente afín de ella. El punto, sin embargo, no puede considerarse definitivamente resuelto, hasta que no se vuelvan a estudiar los ejemplares de Philippi.

(1) H. v. Ihering, *Nuevas observaciones sobre moluscos, cretáceos y terciarios de Patagonia,* en *Revista del Museo de La Plata,* tomo XI, página 5.

(2) R. A. Philippi, *Los fósiles terciarios y cuartarios de Chile,* página 195, 1887.

En cuanto a los especímenes que Ortmann (1), ha identificado también con *M. chorus* Mol., no se puede, a juzgar por sus figuras, confirmar esa determinación, siendo más probable que se trate de *M. pseudochorus*.

En resumen, queda demostrado en estas líneas que la mayor parte de los ejemplares de mejillones fósiles de la formación patagónica considerados como afines de la especie viviente *Mytilus chorus* Mol. o identificados con ella, son bien distintos, pues no son *Chloromya* sino *Mytilus s. str.* (al menos en lo que se refiere a los adductores de las valvas). Respecto de otros ejemplares señalados por los autores para el terciario de la Patagonia, su identificación con *M. chorus* debe considerarse como probablemente errónea o por lo menos dudosa y suprimir el nombre de esa especie del catálogo de los moluscos fósiles de la Argentina.

(1) A. Ortmann, *Tertiary Invertebrates, Princeton Exped. Patagonia,* tomo IV, *Paleontology,* tomo I, página 120, plancha XXV, figura 1 *a* y 1 *b* 1902.

# UN NOMOGRAMA PARA LOS MÉDICOS

Por J. BABINI

---

La ficha número 32 de la *Presse Medicale* trae un artículo del doctor León Meunier, titulado *Du choix d'une formule medicamenteuse en thérapeutipue gastrique,* en el cual se establecen las cantidades $x$, $y$ y $z$ de tres drogas, que deben tomarse para formar un cierto medicamento, por medio de dos ecuaciones de la forma :

$$x + y + z = m \qquad (1)$$
$$ax + by + cz = n. \qquad (2)$$

Este artículo nos ha sugerido la idea de construir un nomograma que permita hallar todas las soluciones del sistema formado por las ecuaciones anteriores en una forma rápida e inmediata.

Como tenemos dos ecuaciones, cada una de ellas podría resolverse por medio de un nomograma de tres variables, pero hubiese sido difícil, en ese caso, encontrar las soluciones comunes al sistema; en cambio, podemos resolver fácilmente la cuestión eligiendo un nomograma de puntos alineados y teniendo en cuenta la observación siguiente.

Sean $O'u$ y $O''v$ los ejes de coordenadas paralelas y tomemos

$$x = \frac{u}{\alpha}, \qquad y = \frac{v}{\beta},$$

siendo $\alpha$ y $\beta$ los módulos en centímetros con los cuales medimos los valores de $x$ e $y$ sobre los ejes $u$ y $v$ respectivamente.

La ecuación de los puntos M cuya cota $z$ satisface la ecuación (1), será :

$$\frac{u}{\alpha} + \frac{v}{\beta} + z - m = 0, \qquad (3)$$

y la ecuación de los puntos M′ cuya cota $z$ satisface la ecuación (2), será :

$$\frac{au}{\alpha}+\frac{bv}{\beta}+cz-n=0. \tag{4}$$

Tomemos ahora un punto fijo P de ecuación

$$pu+qv+r=0, \tag{5}$$

si determinamos los coeficientes $p$, $q$ y $r$, de tal manera que :

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{\alpha} & \frac{1}{\beta} & z-m \\ \frac{a}{\alpha} & \frac{b}{\beta} & cz-n \\ p & q & r \end{vmatrix}=0 \tag{6}$$

los puntos M y M′ estarán siempre alineados con P, y entonces, construído el nomograma de la ecuación (1) o (2) todas las soluciones comunes al sistema se obtendrán por medio de todas las rectas que pasan por el punto fijo P.

Los valores de $p$, $q$ y $r$ que satisfacen la condición (6) se obtienen fácilmente, teniendo en cuenta que para que P sea punto fijo, $p$, $q$ y $r$ deben ser independientes de $z$, luego

$$p=\mathrm{K}\frac{c-a}{\alpha}$$

$$q=\mathrm{K}\frac{c-b}{\beta}$$

$$r=\mathrm{K}(n-mc),$$

donde K es un número cualquiera.

Construyendo el nomograma de la ecuación (1) tenemos, llamando X e Y las coordenadas del punto de cota $z$ en el sistema cartesiano de origen, el punto medio O de $O'O''=2\delta$, y de eje de las abscisas la recta $O'O''$, y de las ordenadas la paralela a O′ ,o :

$$\mathrm{X}=-\delta\frac{\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\beta}}{\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}}=\delta\frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta} \tag{7}$$

$$\mathrm{Y}=\frac{m-z}{\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}}=\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}(m-z), \tag{8}$$

es decir, los puntos de cota $z$ tienen por sostén una recta paralela a los ejes $u$ y $v$, situada a la distancia $\delta \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta}$ de O, y en la cual se tiene una escala métrica de módulo $\frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta}$.

Para la construcción del punto fijo P tengamos en cuenta que las coordenadas paralelas al origen de P son :

$$u = 0 \qquad v_0 = -\frac{r}{q} = \frac{n - mc}{b - c}\beta$$

$$v = 0 \qquad u_0 = -\frac{r}{p} = \frac{n - mc}{a - c}\alpha,$$

y midiéndolas con los módulos $\alpha$ y $\beta$ respectivamente

$$x_0 = \frac{u_0}{\alpha} = \frac{n - mc}{a - c} \tag{9}$$

$$y_0 = \frac{v_0}{\beta} = \frac{n - mc}{b - c}. \tag{10}$$

Vamos a aplicar todas las fórmulas anteriores a la confección del nomograma para los médicos. Los datos que trae la ficha son los siguientes : $m$ representa el peso de una dosis del medicamento, es decir, 5 gramos; $n$ representa el volumen de agua donde debe disolverse una dosis, es decir, 0,125 litros.

Los valores de $a$, $b$ y $c$ dependen de las drogas y más adelante daremos su valor. Tomemos una cantidad de medicamento igual a 100 gramos, es decir, 20 veces mayor que la dosis, por lo tanto, $m = 100$ y $n = 2{,}5$, de manera que debemos construir el nomograma de la ecuación

$$x + y + z = 100.$$

Para eso, adoptando

$$\delta = 5 \text{ cm.}, \qquad \alpha = 1{,}5 \text{ cm.} \qquad \text{y} \qquad \beta = -0{,}9 \text{ cm.},$$

resulta :

$$X = \delta \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} = 20 \text{ cm.}, \qquad Y = \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta}(m - z) = -2{,}25 \text{ cm.} (100 - z).$$

Al construir el nomograma hemos tomado el eje OX inclinado de tal manera que la horizontal inferior que lo limita corresponde a la solución

$$x = 0, \qquad y = 25, \qquad z = 75,$$

y hemos limitado las escalas a los valores útiles.

Ahora bien, los medicamentos que la ficha registra son tres que indicaremos con los números I, II y III.

I

Bicarbonato de soda = B = $x$,

$$a = \frac{1}{9,5};$$

Fosfato de soda = F = $y$,

$$b = \frac{1}{11};$$

Lactosa = L = $z$,

$$c = \frac{1}{60}.$$

Tendremos :

$$x_0 = \frac{n - mc}{a - c} = \frac{95}{10,1} = 9,406, \qquad y_0 = \frac{n - mc}{b - c} = \frac{550}{49} = 11,224,$$

obteniendo así el punto fijo I.

II

Fosfato de soda = F = $x$,

$$a = \frac{1}{11};$$

Citrato de soda = C = $y$,

$$b = \frac{1}{20};$$

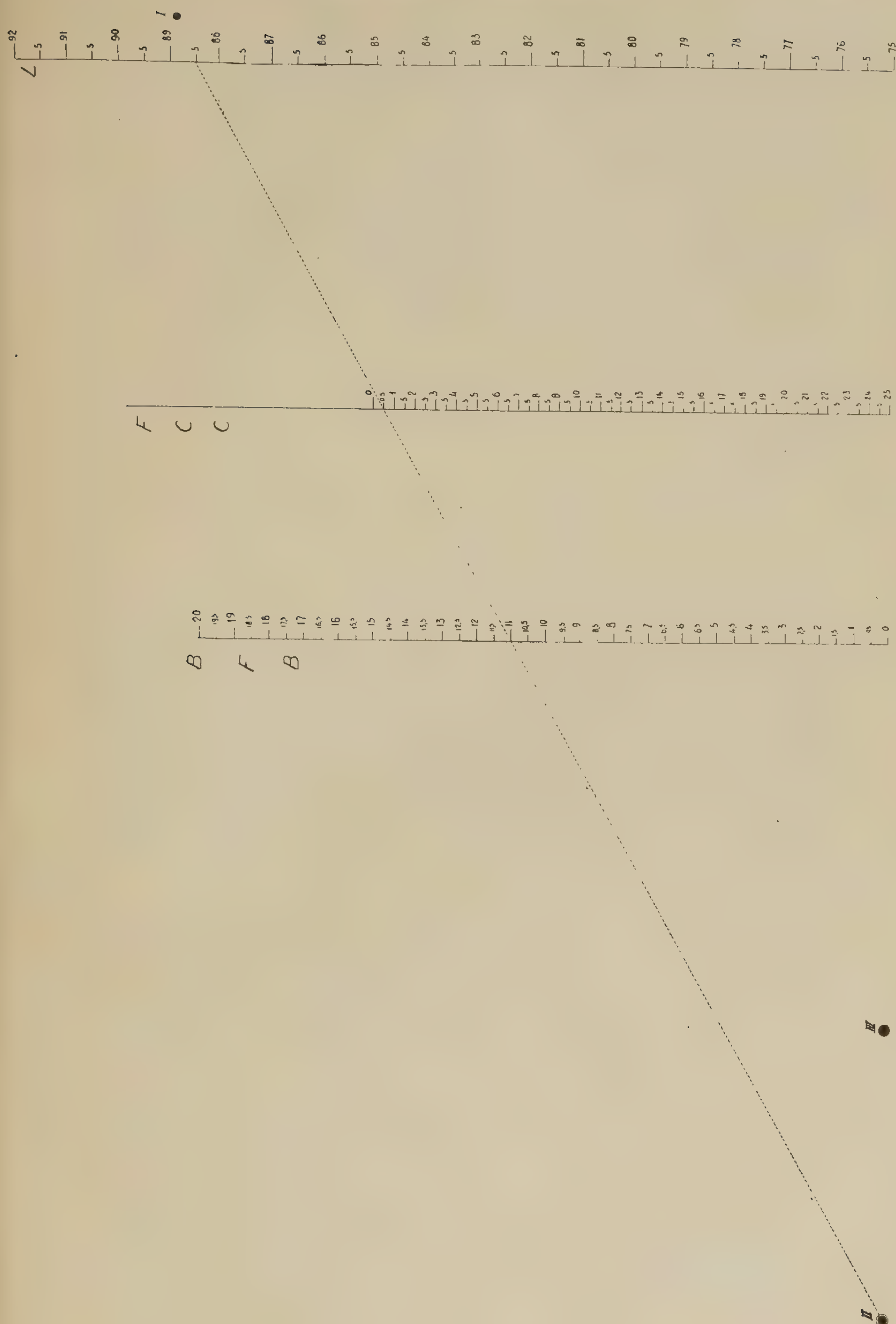
Lactosa = L = $z$,

$$c = \frac{1}{60}.$$

Tendremos :

$$x_0 = \frac{n - mc}{a - c} = \frac{550}{49} = 11,224, \qquad y_0 = \frac{n - mc}{b - c} = 25,$$

obteniendo así el punto fijo II.



III

Bicarbonato de soda $= \mathrm{B} = x$,

$$a = \frac{1}{9,5};$$

Citrato de soda $= \mathrm{C} = y$,

$$b = \frac{1}{20};$$

Lactosa $= \mathrm{L} = z$,

$$c = \frac{1}{60}.$$

Tendremos :

$$x_0 = \frac{n - mc}{a - c} = \frac{95}{10,1} = 9,406, \qquad y_0 = \frac{n - mc}{b - c} = 25,$$

obteniendo así el punto fijo III.

El manejo del nomograma es sencillo. Si se desea, por ejemplo, obtener las cantidades de cada droga que hay que mezclar para obtener el medicamento II, no hay más que tomar una regla, un hilo o un borde afilado cualquiera, hacerlo pasar por el punto fijo II y todas las posiciones que esa regla, hilo, etc., pueda adoptar, darán en los tres ejes las cantidades, en porcentaje, de fosfato, citrato y lactosa que hay que tomar.

En la figura, que es una reproducción del original, está indicada, como ejemplo, la solución

| | |
|---|---|
| Fosfato.......... | 11,0 |
| Citrato.......... | 0,5 |
| Lactosa ......... | 88,5 |
| | 100,0 |

Santa Fe, junio de 1922.

# DISQUISICIONES TRIGONOMÉTRICAS

(TERCERA)

## SOBRE UN ANTIGUO PROCEDIMIENTO PRÁCTICO PARA RESOLVER LOS TRIÁNGULOS ESFÉRICOS

Por ÁNGEL PÉREZ HERNÁNDEZ

---

En la aplicación de las ciencias exactas a las diferentes cantidades concretas, tiéndese hoy a simplificar los procedimientos teóricos. En tal virtud nos parece que puede ofrecer algún interés a las personas que, como los marinos e ingenieros, tienen que hacer uso frecuente de la trigonometría esférica, el conocimiento de un método que, si bien ha caído en desuso, simplifica, según nuestro modo de ver, la resolución de toda especie de triángulos esféricos.

Básase en la aplicación de la famosa regla de Neper y en unas cuantas proposiciones demostrables con ella, lo que permitiría prescindir, del punto de vista práctico, de una buena parte de las teorías trigonométricas.

La importancia de este olvidado método creemos que quedará justificada, si recordamos que prestó grandes servicios a las marinas inglesa y española en los siglos XVII y XVIII, y aun en parte del XIX; puesto que en 1871 se explicaba todavía en la Escuela de Náutica de Barcelona, donde tuvimos ocasión de practicarlo, a más de los procedimientos usuales.

Su exposición sucinta sería obra de pocas páginas; pero si a eso limitáramos nuestro trabajo, entendemos que no podríamos probar el interés que le atribuimos.

Para facilitar, pues, su comprensión, fundamentándola en una rigurosa teórica y examinar sus relaciones con los procedimientos corrientes, convendrá entrar en algunos desarrollos, que si bien pudieran

evitarse remitiendo al lector a cualquier tratado de trigonometría, creemos que no serán ociosos, porque quizá rectifiquen algún concepto equivocado, consignado en libros que manejan nuestros estudiantes, o muestren nuevos caminos para llegar a fórmulas ya conocidas, o expliquen argumentos auxiliares, al parecer, misteriosos.

Dividiremos este estudio en tres partes.

Una, primera, en que mencionaremos las bases generales de la trigonometría esférica. Otra, segunda, en que examinaremos la regla original de Neper y las que, apoyadas en ésta, suelen llevar también el nombre del ilustre legislador de la trigonometría. Y por fin, otra, tercera, en que trataremos del método en sí mismo y en sus relaciones con el clásico (1).

## PRIMERA PARTE

### A. — DEFINICIÓN Y PROPIEDADES DEL TRIÁNGULO ESFÉRICO

1. Sabemos que el triángulo esférico es la parte de la superficie esférica comprendida por tres arcos de circunferencia máxima que se cortan de dos en dos. Los planos de esos arcos forman un ángulo triedro cuyo vértice es el centro de la superficie esférica, y cuyas caras y ángulos diedros tienen respectivamente por medida los lados y ángulos correspondientes del triángulo esférico.

Infiérese de esto que los teoremas demostrados para los ángulos triedros son aplicables a los triángulos esféricos, con sólo substituir las palabras *caras* y *diedros,* por las respectivas de *lados* y *ángulos.*

Así se tendrá :

1° *Un lado cualquiera es menor que la suma de los otros dos, y mayor que su diferencia;*

2° *La suma de los tres lados es mayor que cero, y menor que una circunferencia máxima;*

3° *A lados iguales se oponen ángulos iguales, y recíprocamente;*

(1) Nuestra primera *Disquisición sobre las líneas y funciones versas de Mendoza* apareció en 1915 en los *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, tomo LXXIX, páginas 289 y siguientes.

La segunda, *Sobre lambdas y colambdas (latitudes crecientes y sus aplicaciones)*, se publicó en la *Revista del Centro estudiantes de ingeniería de Buenos Aires*, en 1917, páginas 173 y siguientes.

4° *A mayor lado se opone mayor ángulo, y recíprocamente.*

Dos triángulos son suplementarios, cuando los lados del uno son suplementos de los ángulos del otro, y recíprocamente;

5° *A todo triángulo esférico corresponde otro que le es suplementario :*

*a)* Si de un triángulo esférico se conocen los *tres lados,* estará determinado con tal que se verifiquen las dos primeras propiedades.

*b)* Si se conocieran los *tres ángulos*, las condiciones de su existencia serían las relativas a las del triángulo esférico suplementario.

Sean A, B, C, $a$, $b$, $c$ los ángulos y lados de un triángulo esférico; los elementos de su suplementario A′, B′, C′, $a'$, $b'$, $c'$ estarán ligados con los del primero por las relaciones

$$a' = 180° - A, \qquad b' = 180° - B, \qquad c' = 180° - C \qquad (\alpha)$$

$$A' = 180° - a, \qquad B' = 180° - b, \qquad C' = 180° - c. \qquad (\beta)$$

Para que exista el A′B′C′ debe verificarse

$$a' < b' + c', \qquad a' + b' + c' < 360°,$$

o reemplazando $a'$, $b'$, $c'$ por los valores de ($\alpha$)

$$180° - A < 180° - B + 180° - C \quad \text{o} \quad A + 180° > B + C \qquad (a)$$

$$180° - A + 180° - B + 180° - C < 360°$$

o $\qquad (b)$

$$A + B + C > 180°.$$

Como el ángulo A es cualquiera, podemos suponerle el menor, y así la condición ($a$) dice que : *El ángulo menor aumentado en 180° debe ser mayor que la suma de los otros dos.* Y la ($b$) dice que : *La suma de los tres ángulos ha de ser mayor que 180° o dos ángulos rectos.*

*c)* Ahora es fácil deducir los límites entre los cuales debe estar comprendida la suma de los tres ángulos del triángulo esférico oblicuángulo o general.

La ($a$) aplicada a cada uno de los ángulos es :

$$A + 180° > B + C, \qquad B + 180° > A + C, \qquad C + 180° > A + B.$$

La suma ordenada de las tres desigualdades dará :

$$A + B + C + 3\,.\,180° > 2\,[A + B + C]$$

o $\qquad (a)$

$$A + B + C < 3\,.\,180°$$

$$A + B + C > 2 \text{ rectos} \qquad (b)$$

$$A + B + C < 6 \text{ rectos.} \qquad (c)$$

Luego, *la suma de los tres ángulos de un triángulo esférico excede a dos rectos y es menor que seis rectos.*

La diferencia entre el valor de la suma de los tres ángulos de un triángulo esférico y 180° a dos rectos es lo que se llama el *exceso esférico.*

## B. — RELACIONES ANALÍTICAS ENTRE LOS ELEMENTOS DE UN TRIÁNGULO ESFÉRICO GENERAL, O SEA OBLICUÁNGULO

2. Se sabe que la resolución de los triángulos esféricos por medio del cálculo, se basa en las *relaciones* que se establecen entre *cuatro* elementos de los *seis* que contiene el *triángulo* (tres ángulos y tres lados). Esas relaciones ligan a *tres elementos supuestos conocidos, con un cuarto, que puede ser cualquiera, incógnito.* Pero de esas ecuaciones, un grupo de ellas es el más importante, el que establece la relación entre los tres lados y un ángulo; la referente al ángulo A es :

$$\cos a = \cos b \cos c + \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \cos A \qquad (f)$$

y se la designa con el calificativo de *fundamental.*

3. Si esta fórmula se aplica a los otros ángulos, se obtiene el sistema

$$\text{I} \begin{cases} \cos a = \cos b \cos c + \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \cos A & (1) \\ \cos b = \cos a \cos c + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} c \cos B & (2) \\ \cos c = \cos a \cos b + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b \cos C. & (3) \end{cases}$$

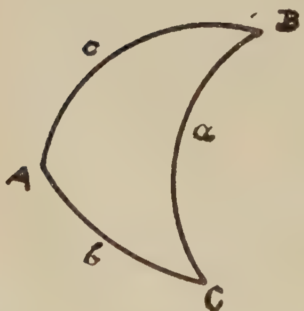



Fig. 1

4. Por la combinación de dos de estas ecuaciones y utilizando propiedades trigonométricas elementales, se llega a este otro sistema, que expresa una *relación existente entre los lados y los ángulos opuestos a ellos,* en todo triángulo esférico :

$$\text{II} \quad \frac{\operatorname{sen} a}{\operatorname{sen} A} = \frac{\operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} B} = \frac{\operatorname{sen} c}{\operatorname{sen} C}.$$

5. Si se combinan las ecuaciones del sistema I con las del II, se obtienen relaciones que ligan entre sí a cuatro elementos consecutivos del triángulo; la primera de ellas es esta :

$$\operatorname{cotg} a \operatorname{sen} b = \cos b \cos C + \operatorname{sen} C \operatorname{cotg} A.$$

Es fácil ver que el número de relaciones de esta especie es *seis;* son las siguientes :

$$\text{III}\begin{cases} \operatorname{cotg} a \operatorname{sen} b = \cos b \cos C + \operatorname{sen} C \operatorname{cotg} A & (1) \\ \operatorname{cotg} a \operatorname{sen} c = \cos c \cos B + \operatorname{sen} B \operatorname{cotg} A & (2) \\ \operatorname{cotg} b \operatorname{sen} a = \cos a \cos C + \operatorname{sen} C \operatorname{cotg} B & (3) \\ \operatorname{cotg} b \operatorname{sen} c = \cos c \cos A + \operatorname{sen} A \operatorname{cotg} B & (4) \\ \operatorname{cotg} c \operatorname{sen} a = \cos a \cos B + \operatorname{sen} B \operatorname{cotg} C & (5) \\ \operatorname{cotg} c \operatorname{sen} b = \cos b \cos A + \operatorname{sen} A \operatorname{cotg} C. & (6) \end{cases}$$

6. Recordando que a todo triángulo esférico le corresponde otro, *suplementario;* es decir, tal que los ángulos de éste son suplementarios de los lados de aquél, y los lados del suplementario, suplemento de los ángulos del primitivo o, en símbolos matemáticos :

Si A, B, C y $a$, $b$, $c$ designan los ángulos y lados opuestos del triángulo dado y A′, B′, C′, $a'$, $b'$, $c'$ los respectivos elementos del triángulo suplementario, la geometría prueba que existen las relaciones

$$A' = 180° - a, \qquad B' = 180° - b, \qquad C' = 180° - c;$$

$$a' = 180° - A; \qquad b' = 180° - B, \qquad c' = 180° - C;$$

$$A = 180° - a', \qquad B = 180° - b', \qquad C = 180° - c';$$

$$a = 180° - A', \qquad b = 180° - B', \qquad c = 180° - C.$$

Pues bien, aplicando las relaciones del sistema I al triángulo suplementario, se obtienen para el triángulo primitivo las siguientes ecuaciones :

$$\text{IV}\begin{cases} \cos A = -\cos B \cos C + \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C \cos a & (1) \\ \cos B = -\cos A \cos C + \operatorname{sen} A \operatorname{sen} C \cos b & (2) \\ \cos C = -\cos A \cos B + \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B \cos c. & (3) \end{cases}$$

7. Tales son los cuatro sistemas necesarios y suficientes para resolver toda clase de triángulos esféricos; es decir, para determinar tres elementos cualesquiera de ellos, conocidos los otros tres.

Pero surge de lo últimamente hecho para obtener el sistema IV, la pregunta ¿Se obtendrán otras relaciones nuevas, si aplicamos al triángulo suplementario las ecuaciones de los sistemas segundo y tercero, y los resultados obtenidos los referimos al triángulo primitivo?

Podemos contestarla negativamente. Para el sistema II volvemos a obtener el sistema II, sin más diferencia que lo que era seno de un

ángulo se convierte en seno de un lado y recíprocamente. Y para el sistema III volvemos a obtener sus mismas ecuaciones, pero en otro orden.

8. Relaciones que liguen *cinco* elementos del triángulo, si podemos obtener, y de dos especies : una, relaciona cinco elementos consecutivos, *tres lados* y *dos angulos;* otra, relaciona también cinco elementos consecutivos, *tres ángulos* y *dos lados;* mas las ecuaciones así obtenidas no son indispensables, aun que sí útiles para verificar ciertas transformaciones. Con todo, Faye y Bauf las han utilizado en la transformación de coordenadas (horizontales, eclípticas y ecuatoriales) en unión con otras fórmulas, logrando así expresar las incógnitas por tangentes.

Por tales razones las formularemos aquí :

$$\text{V}\begin{cases}\cos A \operatorname{sen} b = \operatorname{sen} c \cos a - \cos c \operatorname{sen} a \cos B & (1)\\ \cos A \operatorname{sen} c = \operatorname{sen} b \cos a - \cos b \operatorname{sen} a \cos C & (2)\\ \cos B \operatorname{sen} a = \operatorname{sen} c \cos b - \cos c \operatorname{sen} b \cos A & (3)\\ \cos B \operatorname{sen} c = \operatorname{sen} a \cos b - \cos a \operatorname{sen} b \cos C & (4)\\ \cos C \operatorname{sen} a = \operatorname{sen} b \cos c - \cos b \operatorname{sen} c \cos A & (5)\\ \cos C \operatorname{sen} b = \operatorname{sen} a \cos c - \cos a \operatorname{sen} c \cos B. & (6)\end{cases}$$

La primera de estas fórmulas se deduce del sistema I, tomando la (1) y poniendo en ella en vez de cos $c$, su valor dado por la (3), transponiendo y simplificando.

9. Con marcha análoga, se deducen del sistema IV las siguientes fórmulas :

$$\text{VI}\begin{cases}\cos a \operatorname{sen} B = \operatorname{sen} C \cos A + \cos C \operatorname{sen} A \cos b & (1)\\ \cos a \operatorname{sen} C = \operatorname{sen} B \cos A + \cos B \operatorname{sen} A \cos c & (2)\\ \cos b \operatorname{sen} A = \operatorname{sen} C \cos B + \cos C \operatorname{sen} B \cos a & (3)\\ \cos b \operatorname{sen} C = \operatorname{sen} A \cos B + \cos A \operatorname{sen} B \cos c & (4)\\ \cos c \operatorname{sen} A = \operatorname{sen} B \cos C + \cos B \operatorname{sen} C \cos a & (5)\\ \cos c \operatorname{sen} B = \operatorname{sen} A \cos C + \cos A \operatorname{sen} C \cos b. & (6)\end{cases}$$

10. Los *triángulos esféricos* pueden ser *oblicuángulos* o generales, *rectángulos* o con sólo *un ángulo recto; birrectángulos* o con *dos ángulos rectos; trirrectángulos* o con *tres ángulos rectos* y cuadrantales o *rectiláteros,* es decir, con un lado cuadrante o de 90°.

Son importantes los *oblicuángulos* y los simplemente *rectángulos*, de

menor importancia los *rectiláteros* y no dan origen a casos de resolución los *bi* y *trirrectángulos.*

Aunque las fórmulas de los sistemas I, II, III y IV son generales, es costumbre deducir de ellas las correspondientes a los triángulos esféricos rectángulos y empezar la resolución por estos últimos. Seguiremos esa marcha, pues ella se ajusta perfectamente a la tesis de que vamos a tratar.

## C. — FÓRMULAS PARA LA RESOLUCIÓN DE LOS TRIÁNGULOS ESFÉRICOS RECTÁNGULOS

11. Se obtienen de los cuatro primeros sistemas, suponiendo en las ecuaciones que el ángulo A, por ejemplo, es *recto.* En tal hipótesis tenemos :

$$\operatorname{sen} A = 1, \qquad \cos A = 0, \qquad \operatorname{cotg} A = 0.$$

*a)* Del sistema I, sólo puede deducirse la relación

$$\cos a = \cos b \cos c, \tag{1}$$

la que nos dice que : *El coseno de la hipotenusa es igual al producto de los cosenos de los catetos.*

Interesa en la resolución de los triánglos, no solo conocer la magnitud numérica, sino *predecir* la *especie* de las incógnitas, es decir, si ellas han de ser *menores* o *mayores* que 90°, lo que resulta de la discusión de las fórmulas.

*b)* Así, en la (1) si los catetos son ambos mayores o ambos menores que 90°, la hipotenusa viene dada por un coseno positivo, y en tal virtud $a$ será menor de 90°.

*c)* Si los catetos son unó mayor y el otro menor que 90°, cos $a$ será negativo, y $a$ mayor que 90°.

*d)* Si la *incógnita fuera* un *cateto,* éste sería menor que 90°, si $a$ y el otro cateto fueran ambos mayores o ambos menores que 90°, y la incógnita sería mayor que 90°, si uno cualquiera de los datos fuera obtuso y el otro agudo. De este análisis se deduce que : 1° *Los tres lados de un triángulo rectángulo son cada uno menores que* 90°, o dos mayores que 90° y el tercero menor que un cuadrante.

12. De la relación de los senos, sacamos dos fórmulas :

$$\operatorname{sen} A = 1 : \operatorname{sen} a = \operatorname{sen} B : \operatorname{sen} b, \qquad \operatorname{sen} b = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} B \tag{2}$$

$$\operatorname{sen} A = 1 : \operatorname{sen} a = \operatorname{sen} C : \operatorname{sen} c, \qquad \operatorname{sen} c = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} C. \tag{3}$$

*El seno de un cateto es igual al seno de la hipotenusa multiplicado por el seno del otro cateto.*

*a)* Supongamos que la incógnita es el cateto, y para fijar las ideas tomamos la (2). La hipotenusa podrá ser mayor o menor que $90°$; sea $a < 90°$, tendremos que tanto sen $a$ como sen B serán fracciones propias; luego

$$\text{sen}\, a \,\text{sen}\, B < \text{sen}\, a \quad \text{o} \quad \text{sen}\, b < \text{sen}\, a.$$

Si $b$ fuera menor que $90°$, lo supondremos así, sería :

$$b < a \quad \text{o} \quad a > b$$

y es evidente que en este caso se tendría :

$$a > b \quad \text{y} \quad a < 180° - b$$

puesto que

$$b < 90°.$$

*b)* Sea la hipotenusa $a > 90°$; será evidentemente $a > b$.

La ecuación (2) podemos escribirla

$$\text{sen}\, b = \text{sen}\,(180° - a)\, \text{sen}\, B,$$

será

$$\text{sen}\,(180° - a)\, \text{sen}\, B < \text{sen}\,(180° - a) \quad \text{o} \quad \text{sen}\, b < \text{sen}\,(180° - a).$$

Ahora, los arcos $b$ y $180° - a$ son ambos menores que $90°$, luego :

$$b > 180° - a, \qquad -a > 180° + b, \qquad a < 180° - b.$$

*c)* Supongamos ahora que el cateto $b$ es mayor que $90°$, $b > 90°$. Si $a < 90°$, es evidente que $a < b$.

Escribamos la (2) de este otro modo :

$$\text{sen}\,(180° - b) = \text{sen}\, a \,\text{sen}\, B \;\; \text{sen}\, a \,\text{sen}\, B < \text{sen}\, a$$

o

$$\text{sen}\,(180° - b) < \text{sen}\, a.$$

Los arcos $180° - b$ y $a$ son ambos menores que $90°$. Luego :

$$180° - b < a \quad \text{o} \quad a > 180° - b.$$

*d)* Si $b > 90°$ y $a > 90°$, es evidente que $a > 180° - b$.

Escribamos de este modo la fórmula (2) :

$$\text{sen}\, 180° - b) = \text{sen}\,(180° - a)\, \text{sen}\, B$$

$$\text{sen}\, 180° - a)\, \text{sen}\, B < \text{sen}\,(180° - a)$$

o

$$\operatorname{sen}(180° - b) < \operatorname{sen}(180° - a)$$

siendo

$$180° - b \quad \text{y} \quad 180° - a$$

arcos agudos, es

$$180° - b < 180° - a,$$

o

$$-b < -a, \qquad b > a \qquad \text{o} \qquad a < b.$$

*e)* Prolongando los dos catetos $b$ y $c$ hasta su nuevo encuentro, es fácil demostrar este teorema geométricamente.

13. Del sistema III resultan varias relaciones.

La fórmula (1)

$$\operatorname{cotg} a \operatorname{sen} b = \cos b \cos C + \operatorname{sen} C \operatorname{cotg} A$$

da la expresión

$$\operatorname{cotg} a \operatorname{sen} b = \cos b \cos C; \qquad \operatorname{cotg} a \operatorname{tg} b = \cos C,$$

a la que puede considerarse bajo la forma equivalente

$$\operatorname{tg} b = \operatorname{tg} a \cos C \tag{4}$$

y dice que : *La tangente de un cateto es igual a la tangente de la hipotenusa multiplicada por el coseno del ángulo oblicuo comprendido.*

*a)* Si $a$ y C son ambos agudos (menores que 90°), o ambos obtusos (mayores que 90°) el cateto resultará agudo. Si, por el contrario, $a$ y C son uno cualquiera agudo y el otro obtuso, el cateto será obtuso y al calcularlo debemos tomar el suplemento del valor tabular.

*b)* La (2) que es

$$\operatorname{cotg} a \operatorname{sen} c = \cos c \cos B + \operatorname{sen} B \operatorname{cotg} A$$

da

$$\operatorname{cotg} a \operatorname{tg} = \cos B \qquad \text{o} \qquad \operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cos B \tag{5}$$

es una relación de la misma clase que la (4).

*c)* La fórmula general (4) es

$$\operatorname{cotg} b \operatorname{sen} c = \cos c \cos A + \operatorname{sen} A \operatorname{cotg} B$$

produce la siguiente :

$$\operatorname{cotg} b \operatorname{sen} c = \operatorname{cotg} B,$$

que se acostumbra expresar por tangentes, pues equivale a

$$\frac{\operatorname{sen} c}{\operatorname{tg} b} = \frac{1}{\operatorname{tg} B} \qquad \text{o} \qquad \operatorname{tg} b = \operatorname{sen} c \operatorname{tg} B \tag{6}$$

y dice que : *La tangente de un cateto es igual al seno del otro, multiplicado por la tangente del ángulo opuesto al primero.*

2° De estas dos fórmulas (5) y (6) se deduce que *cada cateto es de la especie de su ángulo opuesto y recíprocamente.*

*a)* En efecto, sea $c$ agudo u obtuso, su seno es siempre positivo, pues $c < 180°$ en la (6), luego tg $b$ y tg B tendrán el mismo signo ; positivo, si $b$ o B es menor que 90° ; negativo, si $b$ o B es mayor que 90°. Evidentemente, puede hacerse el mismo razonamiento sobre la (5).

*b)* También es fácil probar que si $b$ es menor que 90°, en cuyo caso B lo será asimismo, debe ser $B > b$.

En efecto,

$$\text{sen}\, c\, \text{tg}\, B < \text{tg}\, B \qquad \text{o} \qquad \text{tg}\, b < \text{tg}\, B,$$

luego a causa de la hipótesis, será

$$B > b.$$

*c)* Por el contrario, si $b > 90°$, debe ser menor que $b$.

Sea

$$b = 90° + b';$$

como $b$ es obtuso, también será

$$B = 90° + B'.$$

Poniendo estos valores en la (6), se tiene

$$\text{tg}\,(90° + b') = \text{sen}\, c\, \text{tg}\,(90° + B'),$$

o

$$\text{cotg}\,(-b') = \text{sen}\, c\, \text{cotg}\,(-B'),$$

$$-\text{cotg}\, b' = -\text{sen}\, c\, \text{cotg}\, B'$$

o cambiando signos

$$\text{cotg}\, b' = \text{sen}\, c\, \text{cotg}\, B';$$

pero

$$\text{sen}\, c\, \text{cotg}\, B' < \text{cotg}\, B',$$

o bien

$$\text{cotg}\, b' < \text{cotg}\, B'.$$

Siendo ahora $b'$ y $B'$ arcos agudos, será

$$b' > B',$$

y añadiendo 90° a ambos miembros de la desigualdad, vendra

$$90° + b' > 90° + B' \qquad \text{o} \qquad b > B,$$

o bien

$$B < b,$$

luego : 3° *Cada cateto y su ángulo opuesto son ambos menores o ambos mayores que 90°. En el primer caso el cateto es menor que el ángulo opuesto, y en el segundo el cateto es mayor que el ángulo opuesto.*

*d)* La fórmula (6) es

$$\operatorname{cotg} c \operatorname{sen} b = \cos b \cos A + \operatorname{sen} A \operatorname{cotg} C$$

y da

$$\operatorname{cotg} c \operatorname{sen} b = \operatorname{cotg} C \quad \text{o} \quad \frac{\operatorname{sen} b}{\operatorname{tg} c} = \frac{1}{\operatorname{tg} C}; \qquad \operatorname{tg} c = \operatorname{sen} b \operatorname{tg} C. \qquad (7)$$

Como se ve, es la fórmula paralela a la que acabamos de considerar.

14. El sistema IV da tres relaciones :

*a)* De la fórmula (1)

$$\cos A = -\cos B \cos C + \operatorname{sen} B \cos C \cos a,$$

sale la relación

$$0 = -\cos B \cos C + \operatorname{sen} B \cos C \cos a,$$

$$\operatorname{sen} B \cos C \cos a = \cos B \cos C, \qquad \cos a = \operatorname{cotg} B \operatorname{cotg} C. \qquad (8)$$

*El coseno de la hipotenusa es igual al producto de las cotangentes de los dos ángulos oblicuos.*

*b)* De está relación puede deducirse que : *En un triángulo esférico rectángulo, la hipotenusa no puede ser un cuadrante.*

En efecto, como ni B, ni C, pueden ser ángulos rectos, porque el triángulo es simplemente *rectángulo* y no *bi* ni *trirrectángulo*, cotg B cotg C no pueden ser nulas, luego cos $a$ no puede ser cero, y así $a$ es imposible que valga 90°. Este teorema puede extenderse a los catetos como veremos en seguida.

*c)* La segunda es

$$\cos B = -\cos A \cos C + \operatorname{sen} A \operatorname{sen} C \cos b$$

$$\cos B = \operatorname{sen} C \cos b. \qquad (9)$$

*El coseno de un ángulo oblicuo es igual al seno del otro ángulo oblicuo, multiplicado por el coseno del cateto opuesto al primer ángulo.*

De aquí podría deducirse el teorema del número 13, 2°.

*d)* Pero es más importante hacer ver que $b$ no puede valer 90°. En efecto, B no es igual a 90°, puesto que el triángulo no es birrectán-

gulo, luego cos $b$ no podrá ser cero, condición que sería necesaria para que $b$ fuese de $90°$.

*e)* La tercera es

$$\cos C = -\cos A \cos B + \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B \cos c$$

que da

$$\cos C = \operatorname{sen} B \cos c, \tag{10}$$

de la que deduciríamos respecto al cateto $c$ lo que de la (9) dedujimos para el cateto $b$. Luego el teorema del número 14 puede ampliarse diciendo : *Ningún lado del triángulo rectángulo puede ser un cuadrante.*

*f)* En el caso de que se nos dieran los dos ángulos oblicuos B y C la existencia del triángulo está ligada al cumplimiento de las condiciones siguientes :

$$A + B + C > 180° \tag{a}$$

$\therefore$

$$B + C > 90°. \tag{b}$$

Si suponemos que sea B el mayor de los dos ángulos oblicuos, debe verificarse además

$$C + 180° > A + B \tag{c}$$

$$C + 90° > B; \qquad B - C > 90°. \tag{d}$$

Y de la realización de

$$A + 180° > B + C,$$

resulta :

$$B + C - A < 180°$$

o

$$B + C < 180° + 90° = 3 . 90°; \qquad B + C < 270°. \tag{e}$$

5° *La suma de los dos ángulos oblicuos es mayor que* $90°$ *y menor que* $3 . 90°$, *y su diferencia es menor que* $90°$.

*g)* Por último, de la suma ordenada de la desigualdad

$$B + C > 270°$$

y de la igualdad

$$A = 90°,$$

resulta

$$A + B + C < 360°.$$

6° *La suma de los tres ángulos del triángulo esférico rectángulo es menor que* $360°$.

## D. — TRIÁNGULOS CUADRANTALES O RECTILÁTEROS

15. Con estas denominaciones, la primera poco usada ya, se designan los triángulos esféricos, uno de cuyos lados es de 90° o cuadrante.

*a)* Sus fórmulas se deducen de las de los cuatro sistemas, poniendo en aquéllas de que entre $a$, por ejemplo, $a = 90°$, y a veces transformando algo la fórmula que se obtiene, como hemos visto para los triángulos rectángulos.

He aquí las fórmulas por el orden de su deducción :

$$\cos A = -\operatorname{cotg} b \operatorname{cotg} c \qquad (1)$$
$$\cos b = \operatorname{sen} c \cos B \qquad (2)$$
$$\cos c = \operatorname{sen} b \cos C \qquad (3)$$
$$\operatorname{sen} B = \operatorname{sen} A \operatorname{sen} b \qquad (4)$$
$$\operatorname{sen} C = \operatorname{sen} c \operatorname{sen} A \qquad (5)$$
$$\operatorname{tg} C = -\operatorname{tg} A \cos b \qquad (6)$$
$$\operatorname{tg} B = -\operatorname{tg} A \cos c \qquad (7)$$
$$\operatorname{tg} B = \operatorname{sen} C \operatorname{tg} B \qquad (8)$$
$$\operatorname{tg} C = \operatorname{sen} B \operatorname{tg} c \qquad (9)$$
$$\cos A = -\cos B \cos C. \qquad (10)$$

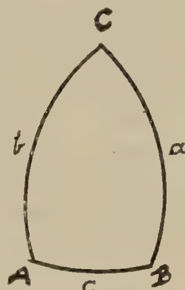


Fig. 2

*b)* Esta clase de triángulos, que se presentan pocas veces, pueden resolverse por estas fórmulas, o bien, apelando al triángulo esférico suplementario que es evidentemente rectángulo, y aun por el medio del triángulo complementario a birrectángulo.

## E. — CASOS QUE PUEDEN OCURRIR EN LA RESOLUCIÓN DE LOS TRIÁNGULOS ESFÉRICOS RECTÁNGULOS

16. Se determinarán desarrollando las combinaciones binarias de los elementos $a$, $b$, $c$, B; C de un triángulo esférico rectángulo, en los que se ha excluído el ángulo A recto, por ser dato constante, y llevando en cuenta las posiciones relativas de datos e incógnitas.

$\underline{ab}c$, $\underline{ab}B$, $\underline{ab}C$; $\quad$ $\underline{ac}b$, $\underline{ac}B$, $\underline{ac}C$;

$\underline{aB}b$, $\underline{aB}c$, $\underline{aB}C$; $\quad$ $\underline{aC}b$, $\underline{aC}c$, $\underline{aC}B$;

$\underline{bc}a$, $\underline{bc}B$, $\underline{bc}C$; $\quad$ $\underline{bB}a$, $\underline{bB}c$, $\underline{bB}C$;

$\underline{bC}a$, $\underline{bC}c$, $\underline{bC}B$; $\quad$ $\underline{cB}a$, $\underline{cB}b$, $\underline{cB}C$;

$\underline{BC}a$, $\underline{BC}b$, $\underline{BC}c$; $\quad$ $\underline{cC}a$, $\underline{cC}b$, $\underline{cC}B$.

*a)* A cada combinación binaria subrayada la sigue una de las tres incógnitas; se observará que hay diez combinaciones, y por tanto parece que los casos distintos serán en igual número; mas si se consideran las posiciones relativas, se observará que las combinaciones de la primera línea son equivalentes, pues ambos grupos relacionan la *hipotenusa a uno de los catetos sucesivamente,* éste constituirá un *primer caso*.

*b)* Las combinaciones de la segunda línea relacionan *la hipotenusa con cada uno de los ángulos oblicuos* sucesivamente, luego ellas constituirán un *segundo caso*.

*c)* Las tres primeras coordinaciones de la tercera línea ligan *los dos catetos* a cada una de las incógnitas, y valen por un *tercer caso*.

*d)* Las tres últimas ligan *un cateto y su ángulo oblicuo opuesto* a cada una de las incógnitas y formarán un *cuarto caso*.

*e)* Las de la cuarta línea relacionan cada *cateto con un ángulo oblicuo adyacente* y forman un *quinto caso*.

*f)* Un grupo de las de la quinta línea liga *los dos ángulos oblicuos* a cada una de las incógnitas, que aquí son los lados, y constituyen el *sexto* y último *caso*.

17. Procede ahora efectuar su resolución. Para ello deberemos hacer uso de las *diez* fórmulas que hemos determinado. *llevando en cuenta en cada caso las condiciones que deben llenar los datos para que el triángulo sea posible o determinable con ellas.*

18. Tal es el bagaje científico de que debemos disponer para dar cima al problema práctico de la trigonometría esférica rectangular.

Veamos ahora si será posible reducirlo sin menoscabo de la exactitud y del rigorismo científico. Creemos que lo sea, mediante un uso acertado de la famosa *Regla de Neper* o *Nepair,* cuyos fundamentos pasamos a expresar.

## SEGUNDA PARTE

### A. — LA REGLA DE NEPER

19. El ilustre inventor de los logaritmos y reformador de la trigonometría, al que se deben numerosos descubrimientos, se aplicó también a la investigación de una regla para resolver los triángulos esfé-

ricos rectángulos, de modo que aliviase la memoria del peso de esas *diez* fórmulas. Llegó a lo que se llama la *Regla mnemónica de Neper*.

20. He aquí sus fundamentos, tan poco conocidos, que se admite en muchos libros que carece de demostración.

Recordemos que las fórmulas de los triángulos esféricos rectángulos son :

$$\operatorname{sen} b = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} B \quad (1)$$
$$\operatorname{sen} c = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} C \quad (2)$$
$$\cos a = \cos b \cos c \quad (3)$$
$$\cos B = \operatorname{sen} C \cos b \quad (4)$$
$$\cos C = \operatorname{sen} B \cos c \quad (5)$$
$$\cos a = \operatorname{cotg} B \operatorname{cotg} C \quad (6)$$
$$\operatorname{tg} b = \operatorname{sen} c \operatorname{tg} B \quad (7)$$
$$\operatorname{tg} c = \operatorname{sen} b \operatorname{tg} C \quad (8)$$
$$\operatorname{tg} b = \operatorname{tg} a \cos C \quad (9)$$
$$\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cos B. \quad (10)$$



Fig. 3

En las (7) y (8) despejemos sen $c$ y sen $b$ :

$$\operatorname{sen} c = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} B} = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} B \quad (7')$$

$$\operatorname{sen} b = \frac{\operatorname{tg} c}{\operatorname{tg} C} = \operatorname{tg} c \operatorname{cotg} C. \quad (8')$$

En las (9) y (10) despejemos los cosenos de los ángulos

$$\cos C = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} a} = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} a \quad (9')$$

$$\cos B = \frac{\operatorname{tg} c}{\operatorname{tg} a} = \operatorname{tg} c \operatorname{cotg} a. \quad (10')$$

Comparemos ahora la (1) a la (8′); la (2) a la (7′); la (3) a la (6′); la (4) a la (10′); y la (5) a la (9′), y resultará :

$$(\alpha) \left\{ \begin{array}{ll} \operatorname{sen} b = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} B = \operatorname{tg} c \operatorname{cotg} C & (a) \\ \operatorname{sen} c = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} C = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} B & (b) \\ \cos a = \cos b \cos c = \operatorname{cotg} B \operatorname{cotg} C & (c) \\ \cos B = \operatorname{sen} C \cos b = \operatorname{tg} c \operatorname{cotg} a & (d) \\ \cos C = \operatorname{sen} B \cos c = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} a & (e) \end{array} \right.$$

Observando estas cinco dobles ecuaciones, se ve que contienen los cinco elementos del triángulo esférico rectángulo, y que no aparece el ángulo recto por haber sido eliminado.

21. Para la aplicación de estas ecuaciones se establece la nomenclatura y reglas siguientes :

1ª Los dos catetos del triángulo esférico rectángulo se llaman *términos próximos,* y los demás elementos se dicen *remotos;*

2ª El ángulo recto no causa separación de elementos;

3ª Cuando los dos elementos conocidos y el incógnito del triángulo están *juntos,* esto es, cuando no queda ningún otro elemento entre ellos, se dice que dichos tres elementos están en *extremos conjuntos;* en caso contrario, se dice que están en *extremos disjuntos;*

4ª Tómese como *medio* el primer miembro (aislado) de la ecuación, sea o no conocido.

*a)* Es fácil observar que : *en todo triángulo esférico rectángulo, uno de los ángulos oblicuos, su cateto opuesto y la hipotenusa, están en extremos disjuntos y el cateto es medio.*

*b) Los dos ángulos oblicuos y un cateto están en extremos disjuntos, y el ángulo opuesto al cateto es medio.*

*c) La hipotenusa y los dos catetos están en extremos disjuntos y la hipotenusa es medio.*

*d) Uno de los ángulos oblicuos, su cateto adyacente y la hipotenusa, están en extremos conjuntos y el ángulo es medio.*

*e) Los dos ángulos oblicuos y la hipotenusa están en extremos conjuntos y la hipotenusa es medio.*

*f) Los dos catetos y uno de los ángulos oblicuos están en extremos conjuntos y el cateto adyacente al cateto es medio.*

22. En conformidad con todo esto, la traducción al lenguaje ordinario de las fórmulas del número 20 ($\alpha$) nos da estas dos reglas. *En todo triángulo esférico rectángulo :*

1ª *Si los datos y la incógnita están en extremos disjuntos, las partes próximas son cosenos, las remotas, senos ; el término medio, seno, si es parte próxima, y cosenos, si es remota;*

2ª *Si los datos y la incógnita están en extremos conjuntos, el término próximo es tangente, las remotas contangentes ; el término medio es seno, si es parte próxima, y coseno si es remota.*

Veamos dos ejemplos :

1º Sea ABC el triángulo esférico rectángulo en A, en el cual se su-

ponen conocidos el ángulo B y la hipotenusa *a*, y queremos hallar el cateto *c*.

La figura 4 muestra que los datos *a*, B y la incógnita *c* están en extremos conjuntos; que es medio el ángulo B, que así éste como *a* son partes remotas, y que *c* es parte próxima, luego de *c* se tomará la *tangente,* de *a* la *cotangente* y de B el *coseno,* escribiendo

$$\cos B = \operatorname{cotg} a \operatorname{tg} c = \frac{\operatorname{tg} c}{\operatorname{tg} a},$$

y venimos a la fórmula conocida

$$\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cos B; \quad \cos B = \frac{\operatorname{tg} c}{\operatorname{tg} a} = \operatorname{tg} c \operatorname{cotg} a;$$

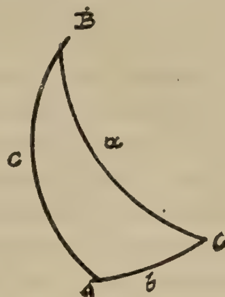


Fig. 4

2° Supongamos que en el mismo triángulo, con iguales datos, se desea hallar el cateto *b*.

Se observará que los datos y la incógnita, por no ser consecutivos, están en extremos disjuntos; que el medio es el cateto *b*; que éste es parte próxima y B y *a* son partes remotas; luego del *cateto b* se tomará el *seno,* y de la *hipotenusa* y del *ángulo* B también los *senos.* Será, pues,

$$\operatorname{sen} b = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} B.$$

Se ve que aun cuando estas dos ingeniosas reglas facilitan mucho la resolución de los triángulos esféricos rectángulos, exigen un gran cuidado para distinguir si los datos y la incógnita están en extremos conjuntos o disjuntos; luego, para notar qué elementos son los próximos y cuáles los remotos, en seguida para averiguar cuál es el medio, y por fin para aplicar acertadamente la conveniente de las dos reglas y la línea trigonométrica adecuada a cada elemento.

Probablemente estas consideraciones inducirían a Manduit a investigar una modificación que no ofreciera esos inconvenientes.

### B. — LA REGLA DE NEPER MEJORADA POR MANDUIT

23. Este matemático francés dió a las cinco fórmulas del número 20 ($\alpha$) la forma siguiente :

Substituyó los dos catetos del triángulo esférico rectángulo por sus complementos, y las fórmulas se transformaron en estas otras :

$$\cos(90° - b) = \text{sen}\, a \,\text{sen}\, B = \text{cotg}\,(90° - c)\,\text{cotg}\, C \qquad (\alpha)$$

$$\cos(90° - c) = \text{sen}\, a \,\text{sen}\, C = \text{cotg}\,(90° - b)\,\text{cotg}\, B \qquad (\beta)$$

$$\cos a = \text{sen}\,(90° - b)\,\text{sen}\,(90° - c) = \text{cotg}\, B\,\text{cotg}\, C \qquad (\gamma)$$

$$\cos B = \text{sen}\, C\,(90° - b) = \text{cotg}\,(90° - c)\,\text{cotg}\, a \qquad (\delta)$$

$$\cos C = \text{sen}\, B\,\text{sen}\,(90° - c) = \text{cotg}\,(90° - b)\,\text{cotg}\, a \qquad (\varepsilon)$$

*a)* Estableció en seguida la siguiente nomenclatura :

Los cinco elementos del triángulo se dividen en dos especies.

*La hipotenusa y los dos ángulos oblicuos forman la primera especie.*

*Los dos catetos forman la segunda especie.*

Uno cualquiera (pero único en cada caso) de los cinco elementos del triángulo se llama *medio*. Los dos elementos del triángulo adyacentes al *medio* se llaman *conjuntos* o *adyacentes*. Los dos elementos del triángulo más distantes del medio se denominan *separados*.

El ángulo recto no separa elementos.

*b)* Considerando con atención las cinco fórmulas finales, se ve que llamando medio respectivamente a cada elemento del primer miembro, los dos elementos del *primer* segundo miembro *son separados*, y los *dos* del segundo, *conjuntos*, y por consiguiente dichas fórmulas traducidas dan estas dos reglas :

1ª *El coseno del elemento medio es igual al producto de las cotangentes de los elementos adyacentes;*

2ª *El coseno del elemento medio es igual al producto de los senos de los elementos separados.*

*c)* Esta modificación de Manduit, de la que generalmente los textos usuales no dan deducción alguna, es la que hoy ha substituido con ventaja a la regla de Neper; pero siempre quedará a éste la gloria de haber sido el primero que discurrió tan notable simplificación de la trigonometría esférica rectangular.

*d)* Vamos a aplicar la regla de Manduit a la resolución de todos los casos de los triángulos esféricos rectángulos.

Adoptaremos la forma gráfica circular seguida por nuestro colega de la Escuela naval, ingeniero don Pablo Canevali (1876-1889), fallecido pocos años después, cuando aún podía esperarse mucho de su claro talento y excelente aplicación. Mas antes debemos ocuparnos de otra forma de la regla de Neper.

## C. — LA REGLA DE NEPER SEGÚN BEUF

24. En la segunda edición del *Curso de geodesia y topografía* de don Francisco Beuf, ex director de la Escuela naval y del Observatorio astronómico de La Plata, está enunciada en la página 10 del primer tomo.

Considera, al modo de los autores alemanes, el ángulo C como recto, en cuyo caso es $c$ la hipotenusa y $a$ y $b$ los catetos; prescinde del ángulo recto, e inscribe en una circunferencia, siguiendo el orden de sucesión de los elementos del triángulo, éstos, pero con las siguientes modificaciones: la hipotenusa $c$ y los ángulos oblicuos los substituye por sus complementos y deja los catetos sin alteración, al contrario de lo que hace Manduit, y asienta que:

*El seno de una parte cualquiera es igual al producto de las tangentes de las dos partes adyacentes; o bien, igual al producto de los cosenos de las dos partes opuestas.*

El autor no demuestra este enunciado, pero lo esclarece con dos ejemplos que transcribiremos:

1° Tomemos por parte principal $90° - c$, tendremos:

$$\text{sen}\,(90° - c) = \text{tg}\,(90° - A)\,\text{tg}\,(90° - B)$$

lo que da

$$\cos c = \text{cotg}\,A\,\text{cotg}\,B.$$

También se tiene:

$$\text{sen}\,(90° - c) = \cos a \cos b$$

o bien

$$\cos c = \cos a \cos b;$$

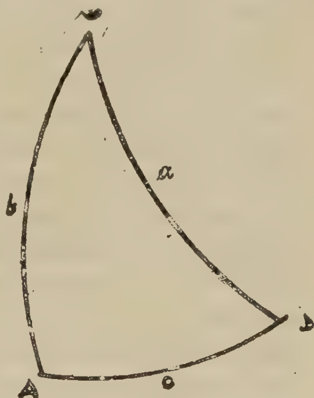



Fig. 5

2° Si tomamos como parte principal $(90° - B)$ (arco intermedio), tendremos:

$$\text{sen}\,(90° - B) = \text{tg}\,a\,(90° - c)$$

o bien

$$\cos B = \text{tg}\,a\,\text{cotg}\,c,$$

y por tanto

$$\text{tg}\,a = \text{tg}\,c\,.\,\cos B.$$

Igualmente :

$$\text{sen}\,(90° - \text{B}) = \cos b \cos\,(90° - \text{A}),$$

o bien

$$\cos \text{B} = \cos b \;\text{sen A}.$$

*a)* Veamos si esta regla podemos referirla a la más usada, debida a Manduit.

Cuando el elemento no ha sido alterado (es decir, cuando es cateto) y éste es arco intermedio, su seno equivale al coseno de Manduit, puesto que éste pone en vez de los catetos sus complementos.

Cuando el elemento medio ha sido alterado (hipotenusa o ángulo oblicuo), su seno, según Beuf, equivale al coseno del mismo elemento no alterado de Manduit; luego, en ambos casos la función inicial o del primer miembro viene a ser la misma en definitiva.

Tratándose de arco intermedio cateto y de partes adyacentes, las tangentes de éstas, según Beuf, equivalen a las cotangentes de Manduit, pues Beuf usó de los complementos de los elementos correspondientes. Y para partes opuestas, los cosenos de éstas, para Beuf, corresponden a los senos de Manduit, porque Beuf tomó valores complementarios para los elementos opuestos; luego en este caso, de ser el arco intermedio un cateto, las dos reglas (de Beuf y Manduit) van de acuerdo.

Supongamos ahora que el elemento intermedio o inicial no es cateto, y que las partes consideradas son las adyacentes. Si el elemento medio es la hipotenusa evidentemente coinciden el enunciado de Beuf y el de Manduit; también se ve que equivalen para las partes opuestas.

Si el elemento medio o parte principal es uno de los ángulos oblicuos, para las partes adyacentes, ambas reglas dan igual resultado, porque una de las partes es cateto, no modificado para Beuf y alterado para Manduit, y el otro elemento es complemento para Beuf y elemento verdadero para Manduit; luego las tangentes de las partes adyacentes de Beuf equivalen a las cotangentes de los elementos contiguos que considera Manduit. Con idéntico razonamiento se prueba que para las partes opuestas los cosenos de Beuf son senos de las partes que considera Manduit. Y con esto creemos haber demostrado que ambos enunciados, el de Beuf y el de Manduit, dan resultados concordantes.

A decir verdad, las reglas de Manduit alteran menor número de elementos, y por ello, y por ser más conocida, estimamos que merece preferencia.

## D. — RESOLUCIÓN DE LOS TRIÁNGULOS ESFÉRICOS RECTÁNGULOS APLICANDO LA REGLA DE NEPER MEJORADA POR MANDUIT

24 *bis.* Constrúyase el triángulo esférico rectángulo ABC y también un círculo en cuyo perímetro iremos representando los lados y ángulos del triángulo en el orden en que se suceden en éste, marcaremos los datos con un signo tal como una flecha, y las incógnitas con otro signo, y al relacionar los datos con cada incógnita se percibirá en seguida cuál es el *medio* y si los otros términos de la ecuación son *adyacentes* o *separados.* El ángulo recto no debe representarse.

25. Caso 1°. — Se da *la hipotenusa a* y *el cateto b.* Hallar los demás elementos $c$, B y C.

*a)* Para hallar $c$ observaremos que $a$ es medio y que $b$ está separado del medio $a$ por C y $c$ está separado del medio $a$ por B, por tanto se trata de elementos *separados* del *medio ;* luego aquí *conviene el segundo enunciado*

$$\cos a = \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c.$$

Mas a causa de entrar en la relación *catetos,* escribiremos

$$\cos a = \operatorname{sen}(90° - b) \operatorname{sen}(90° - c), \qquad \cos a = \cos b \cos c$$

∴

$$\cos c = \frac{\cos a}{\cos b} \qquad (1)$$

$$\cos c = \cos a \sec b, \qquad (1')$$

y tomando logaritmos :

$$\log \cos c = \log \cos a + \log \sec b. \qquad (2)$$

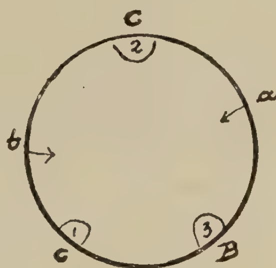


Fig. 6

*b)* Para *hallar* C, la figura 6 muestra que los datos y la incógnita son elementos *consecutivos* y que C es *medio;* luego aquí *conviene el primer enunciado*

$$\cos C = \operatorname{cotg} a \operatorname{cotg} b.$$

Mas a causa de entrar en la relación el *cateto b,* debe escribirse

$$\cos C = \operatorname{cotg} a \operatorname{cotg}(90° - b)$$

$$\cos C = \operatorname{cotg} a \operatorname{tg} b. \qquad (\bar{2})$$

Y, efectivamente, sabemos que hay una fórmula que dice

$$\operatorname{tg} b = \operatorname{tg} a \cos C \quad (\text{n}^\circ\ 13) \tag{4}$$

$\therefore$

$$\cos C = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} a} = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} a,$$

resultados iguales

$$\log \cos C = \log \operatorname{tg} b + \log \operatorname{cotg} a. \tag{$\beta$}$$

*c)* Para *hallar* B, admitimos que datos e incógnita no son elementos consecutivos y que $b$ es el *medio*, luego *conviene* el *segundo enunciado*

$$\cos b = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b;$$

pero a causa del *cateto,* hay que escribir

$$\cos (90^\circ - b) = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} B,$$

o bien

$$\operatorname{sen} b = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} B,$$

de acuerdo con la fórmula número 12 (2); luego:

$$\operatorname{sen} B = \frac{\operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} a} = \operatorname{sen} b \operatorname{cosec} a, \tag{3}$$

$$\log \operatorname{sen} B = \log \operatorname{sen} b + \log \operatorname{cosec} a. \tag{$\gamma$}$$

Las fórmulas ($\alpha$), ($\beta$) y ($\gamma$) resuelven logarítmicamente la cuestión.

*d)* Notemos que aun cuando B viene dado en senos, su valor *no es indeterminado,* pues ha de ser de la *especie* de $b$ que es conocido.

*e)* Por otra parte, la existencia del triángulo exige que $a$ esté comprendido entre $b$ y $180^\circ - b$.

Mas si esta condición no se cumpliera, nos lo advertirían las mismas fórmulas logarítmicas, pues se obtendría para los logaritmos senos y cosenos de las incógnitas valores mayores que *cero;* lo que nos pondría sobre aviso.

26. Caso 2°. — Se da la hipotenusa $a$ y el ángulo oblicuo B; hallar los demás elementos $b$, $c$, C.

*a) Hallar b.* Marcando en la figura 7 los datos y la primera incógnita $b$, advertimos que *no son elementos consecutivos*, y que $b$ es el arco *medio;* luego

$$\cos b = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} B,$$

pero a causa de ser $b$ cateto, hay que escribir

$$\cos(90^\circ - b) = \text{sen}\, a\, \text{sen}\, B \quad \text{o} \quad \text{sen}\, b = \text{sen}\, a\, \text{sen}\, B \qquad (1)$$

de acuerdo con la fórmula (2) del número 12

$$\log \text{sen}\, b = \log \text{sen}\, a + \log \text{sen}\, B. \qquad (\alpha)$$

Aunque el cateto venga dado por el seno, no es indeterminado, pues ha de ser de la especie de su ángulo opuesto B, que es conocido.

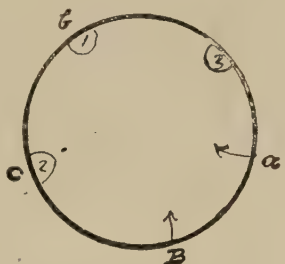


Fig. 7

*b) Hallar c.* Los datos y la incógnita son elementos consecutivos, y B es el arco medio; luego

$$\cos B = \text{cotg}\, a\, \text{cotg}\, c,$$

pero a causa del *cateto c*, hay que escribir

$$\cos B = \text{cotg}\, a\, \text{cotg}\,(90^\circ - c) = \text{cotg}\, a\, \text{tg}\, c;$$

$$\text{tg}\, c = \frac{\cos B}{\text{cotg}\, a} = \text{tg}\, a \cos B, \qquad (2)$$

fórmula idéntica a la hallada en el número 13, *b)* (5).

$$\log \text{tg}\, c = \log \text{tg}\, a + \log \cos B. \qquad (\beta)$$

$c$ será un arco agudo si B y $a$ son ambos mayores o ambos menores que 90°, y *obtuso* en caso de que uno de los datos sea agudo y el otro obtuso;

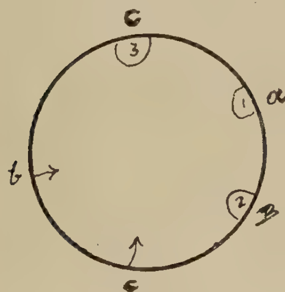


Fig. 8

*c) Hallar* C. Inspeccionando la figura, se advierte que los elementos son consecutivos y que $a$ es el *medio;* luego

$$\cos a = \text{cotg}\, B\, \text{cotg}\, C \qquad (3)$$

$$\log \cos a = \log \text{cotg}\, B + \log \text{cotg}\, C;$$

$$\log \text{cotg}\, C = \log \cos a - \log \text{cotg}\, B$$

o

$$\log \text{cotg}\, C = \log \cos a + \log \text{tg}\, B. \qquad (\gamma)$$

El triángulo es siempre posible en este caso.

27. Caso 3°. — *Se dan los dos catetos b y c.* Hallar $a$, B y C.

*a) Para hallar a,* una vez construída la figura y marcados los datos

y la incógnita de que se trata, notaremos que $b$ y $c$ están *separados* de $a$, y que este elemento es el *medio;* luego

$$\cos a = \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c$$

y a causa de ser $b$ y $c$ catetos

$$\cos a = \operatorname{sen}(90° - b) \operatorname{sen}(90° - c)$$

$$\cos a = \cos b \cos c \qquad (1)$$

de acuerdo con la (1) de 11 *a)*

$$\log \cos a = \log \cos b + \log \cos c. \qquad (\alpha)$$

*b)* Para *hallar* B, advertimos que datos e incógnita son elementos consecutivos, siendo $c$ el medio; luego

$$\cos c = \operatorname{cotg} b \operatorname{cotg} B,$$

y a causa de los catetos

$$\operatorname{sen} c = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} B \qquad (2)$$

fórmula que es idéntica a la de

$$\operatorname{tg} b = \operatorname{sen} c \operatorname{tg} B,$$

pues que ésta equivale a

$$\operatorname{sen} c = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} B} = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} B.$$

que es la (2).

$$\log \operatorname{sen} c = \log \operatorname{tg} b + \log \operatorname{cotg} B; \qquad (\beta)$$

*c)* Para *hallar* C, observamos que los elementos a considerar son consecutivos; luego

$$\cos b = \operatorname{cotg} C \operatorname{cotg} c$$

y en realidad

$$\operatorname{sen} b = \operatorname{cotg} C \operatorname{tg} c$$

o

$$\operatorname{cotg} C = \operatorname{sen} b \operatorname{cotg} c \qquad (3)$$

que está de acuerdo con la fórmula

$$\operatorname{tg} c = \operatorname{sen} b \operatorname{tg} C,$$

pues ésta equivale a

$$\operatorname{tg} C = \frac{\operatorname{tg} c}{\operatorname{sen} b} \qquad \text{ó} \qquad \operatorname{cotg} C = \frac{\operatorname{sen} b}{\operatorname{tg} c} = \operatorname{sen} b \operatorname{cotg} c$$

$$\log \operatorname{cotg} C = \log \operatorname{sen} b + \log \operatorname{cotg} c. \qquad (\gamma)$$

El triángulo es posible siempre (véase el nº 11, 1º).

*d)* Cuanto a las *especies* de las incógnitas, $a$ será aguda, si $b$ y $c$ son ambos agudos o ambos obtusos; y obtusas si $b \gtreqless 90°$ y $c \gtreqless 90°$. C es de la especie de $c$, y B de la especie de $b$. [Véanse los nos 11, *a*), 13].

28. Caso 4º. — *Se dan un cateto b y su ángulo opuesto* B; hallar $a$, $c$ y C.

*a)* Para hallar $a$ se descubre, por la figura, que datos e incógnita son elementos separados y que $b$ es medio, luego :

$$\cos(90° - b) = \operatorname{sen} b = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} B$$

$$\operatorname{sen} a = \frac{\operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} B} = \operatorname{sen} b \operatorname{cosec} B. \qquad (1)$$

A $a$ corresponderán en general dos valores al tabular y el suplementario.

*b)* Para *hallar* $c$, se advierte que los elementos a considerar son consecutivos, y que $c$ es *medio*, luego :

$$\cos(90° - c) = \operatorname{sen} c = \operatorname{cotg}(90° - b) \operatorname{cotg} B = \operatorname{tg} B \operatorname{cotg} B \qquad (2)$$

$$\operatorname{sen} c = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} B.$$

Sabemos que

$$\operatorname{tg} b = \operatorname{sen} c \operatorname{tg} B \quad [(6), 13]$$

$$\operatorname{sen} c = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} B} = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} B;$$

obtendremos, en general, dos valores :

$$\log \operatorname{sen} c = \log \operatorname{tg} b + \log \operatorname{cotg} B. \qquad (\beta)$$

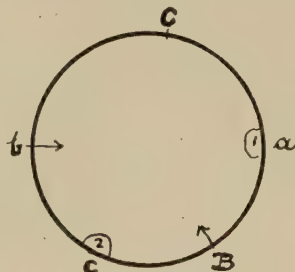


Fig. 9

*c)* Para *hallar* C, observemos que el arco medio B está separado de $b$ por $c$ y de C por $a$, luego :

$$\cos B = (\operatorname{sen} 90° - b) \operatorname{sen} C = \cos b \operatorname{sen} C;$$

$$\operatorname{sen} c = \frac{\cos B}{\cos b} = \cos B \sec b. \qquad (3)$$

También C tendrá, en general, dos valores :

$$\log \operatorname{sen} c = \log \cos B = \log \sec b. \qquad (\gamma)$$

29. *Discusión de este caso,* llamado *dudoso :*

1° Si $b$ y B son arcos agudos, para que sea posible la ecuación

$$\text{sen}\, a = \frac{\text{sen}\, b}{\text{sen}\, B},$$

es necesario que sea

$$\text{sen}\, B > \text{sen}\, b,$$

y por tanto

$$B > b,$$

luego, *si los datos son agudos, el ángulo es mayor que su cateto opuesto.* Si se verifica esa condición, el triángulo sería posible, y habrá dos soluciónes.

2° Si $b$ y B son arcos obtusos, debe ser

$$\text{sen}\, B > \text{sen}\, b,$$

y como a mayor arco (mayor que 90° y menor que 180°) le corresponde menor seno, deberá ser

$$B < b,$$

para que pueda ser sen $a$ menor que sen $b$. Si así se verificara, el triángulo sería posible, y habría, en general, dos soluciones.

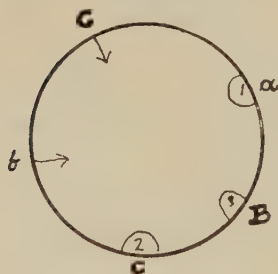


Fig. 10

*a)* Si se falta a la condición primera para $b$ y B agudos o a la segunda para $b$ y B obtusos, el problema es imposible, y así lo manifestarán las mismas fórmulas (1), (2), (3) o las logarítmicas (α), (β), (γ) por no poderse hallar para las incógnitas valores apropiados.

*b)* En el caso de haber dos soluciones, téngase presente que la hipotenusa debe ser *aguda* si $b$ y $c$ son de la misma especie, y *obtusa* si son de especie contraria. Conviene empezar por calcular $c$, elegido uno de sus valores tabulares, se tomará para C el que sea de la misma especie que el elegido; el otro valor de $c$ se combinará con el de C que antes se desestimó, y así será fácil hallar los elementos convenientes para cada uno de los triángulos.

*c)* En el caso de ser $B = b$, que no podría excluirse, arguye que $a$ es de 90°; y para

$$\text{sen}\, c = \text{tg}\, b \cot B$$

resultaría

$$\text{sen}\, c = 1 \qquad \text{o} \qquad c = 90°$$

y el triángulo sería birrectángulo, pues

$$\text{sen C} = \frac{\cos \text{B}}{\cos b} = 1,$$

es decir,

$$\text{C} = 90°.$$

Más adelante consideraremos dos ejemplos numéricos.

30. Caso 5°. — *Se da un cateto b* y su ángulo oblicuo adyacente C. Hallar los demás elementos $a$, $c$, B.

*a)* Para *hallar a* tenemos la relación

$$\cos \text{C} = \text{cotg}\, a \,\text{cotg}\,(90° - b) = \text{cotg}\, a \,\text{tg}\, b$$

$$\text{cotg}\, a = \frac{\cos \text{C}}{\text{tg}\, b} = \cos \text{C}\, \text{cotg}\, b.$$

En efecto, sabemos por (4), 13, que :

$$\text{tg}\, b = \text{tg}\, a \cos \text{C}$$

$$\text{tg}\, a = \frac{\text{tg}\, b}{\cos \text{C}}; \qquad \frac{1}{\text{tg}\, a} = \frac{\cos \text{C}}{\text{tg}\, b} \qquad \text{o} \qquad \text{cotg}\, a = \text{sen C cotg}\, b,$$

luego la (1) es una fórmula legítima.

$$\log \text{cotg}\, a = \text{tg} \cos \text{C} + \log \text{cotg}\, b. \tag{$\alpha$}$$

*b)* Para *hallar c* la relación es

$$\cos (90° - b) = \text{cotg}\,(90° - c)\, \text{cotg C}$$

$$\text{sen}\, b = \text{tg}\, c\, \text{cotg C}. \tag{2}$$

Conocemos, en efecto, la ecuación

$$\text{tg}\, c = \text{sen}\, b\, \text{tg C}.$$

Ahora bien, la propuesta da

$$\text{tg}\, c = \frac{\text{sen}\, b}{\text{cotg C}} = \text{sen}\, b\, \text{tg C}, \tag{2}$$

luego son idénticas.

$$\log \text{tg}\, c = \log \text{sen}\, b + \log \text{tg C}. \tag{$\beta$}$$

*c)* Para hallar B, se tiene :

$$\cos \text{B} = \text{sen}\,(90° - b)\, \text{sen C}$$

$$\cos B = \operatorname{sen} C \cos b \qquad (3)$$

$$\log \cos B = \log \operatorname{sen} C + \log \cos b. \qquad (\gamma)$$

El problema es siempre posible.

31. Caso 6°. — Se dan los dos ángulos oblicuos B y C, hallar los demás elementos $a$, $b$, $c$.

*a)* Para *hallar a*, tenemos :

$$\cos a = \operatorname{cotg} B \operatorname{cotg} C \qquad (1)$$

$$\log \cos a = \log \operatorname{cotg} B + \log \cot C \qquad (\alpha)$$

la *hipotenusa* es *aguda* si B y C son ambos de la misma especie, y *obtusa* si B y C son de especie contraria.

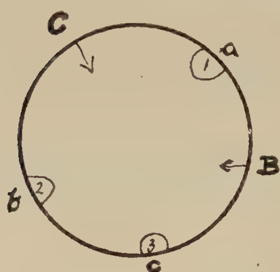



Fig. 11

*b)* Para *hallar b,* se tiene :

$$\cos B = \operatorname{sen}(90° - b) \operatorname{sen} C = \cos b \operatorname{sen} C;$$

$$\cos b = \frac{\cos B}{\operatorname{sen} C} = \cos B \operatorname{cosec} C \qquad (2)$$

$$\log \cos b = \log \cos B + \log \operatorname{cosec} C. \qquad (\alpha)$$

$b$ es de la especie de su ángulo opuesto B (n° 13, 2°).

*c)* Para *hallar c,* se tiene la relación

$$\cos C = \cos B \cos (90° - c) = \cos B \operatorname{sen} c;$$

$$\operatorname{sen} c = \frac{\cos C}{\cos B} = \cos C \cos B \qquad (3)$$

$$\log \operatorname{sen} c = \log \cos C + \log \sec B. \qquad (\gamma)$$

$c$ es de la especie de su ángulo opuesto C.

*d)* Antes de comenzar la resolución debemos cerciorarnos de si los datos B y C cumplen las condiciones necesarias para la existencia del triángulo, a saber :

$$B + C > 90°, \qquad B + C < 3 . 90°, \qquad B - C < 90°$$

si $\qquad B > C \qquad$ y $\qquad A + B + C < 360°$

aunque ésta es consecuencia de la segunda.

32. *Ejercicios sobre el caso dudoso :*

1° Sea $b = 34°36'30''$ y $B = 42°12'20''$ hallar los demás elementos $a$, $c$ y C.

Como los datos son ángulos y $B > b$ el triángulo es posible.

Las fórmulas son :

$$\text{sen}\, a = \frac{\text{sen}\, b}{\text{sen}\, B} \qquad (1)$$

$$\text{sen}\, c = \text{tg}\, b \cot g\, B \qquad (2)$$

$$\text{sen}\, C = \frac{\cos B}{\cos b}$$

$$\log \text{sen}\, a = \log \text{sen}\, b + \log \text{cosec}\, b; \qquad \log \text{sen}\, c = \log \text{tg}\, b + \log \text{cotg}\, B;$$

$$\log \text{sen}\, C = \log \cos B + \log \sec b$$

$$\begin{array}{rr}
\log \text{tg}\, 34°36'30'' = 9{,}83876 \\
13 \\
\log \text{cotg}\, 42°12'30 = 0{,}04226 \\
17 \\
\hline
\log \text{sen}\, c = 9{,}88132 \\
26 \\
\hline
6
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rr}
\log \cos B = 9{,}86959 \\
7 \\
\log \text{sen}\, b = 0{,}08458 \\
\hline
\log \text{sen}\, C = 9{,}95424 \\
21 \\
\hline
3
\end{array}$$

$c = 49°32'35''$ valor tabular $\qquad C = 64°9'30''$ valor tabular

$$\begin{array}{rr}
\log \text{sen}\, b = 9{,}75432 \\
\log \text{cosec}\, B = 0{,}17267 \\
9 \\
\hline
\log \text{sen}\, a = 9{,}92708
\end{array}$$

$$180° - a = 122°16'52'' = a'$$

$$180° - c = 130°27'25'' = c'$$

$$180° - C = 115°50'30'' = C'$$

$$a = 57°43'8'' \text{ valor tabular.}$$

El triángulo ABC tiene por elementos :

$$b = 34°36'30'', \qquad B = 42°12'20'', \qquad a = 57°43'8'',$$

$$c = 49°32'35'', \qquad C = 64°9'30''.$$

Pero hay otro triángulo A′B′C′ cuyos elementos son los suplementos de los valores agudos calculados :

$$b = 34°36'30'', \qquad B = 42°12'20'', \qquad a' = 122°16'52'',$$

$$c' = 130°27'25'', \qquad C' = 115°50'30''.$$

2° Sean ahora $b = 106°8'30''$, $B = 100°34'30''$.

Como $b$ y B son obtusos y $B < b$ existirá triángulo

$$\text{sen } a = \text{sen } b \text{ cosec } B, \qquad \text{sen } c = \text{tg } b \text{ cotg } B, \qquad \text{sen } C = \cos B \sec b.$$

| | |
|---|---|
| log sen $b$ = 9,98253 | log tg $b$ = 0,53847 ($n$) |
| log cosec B = 0,00744 | log cotg B = 9,27113 ($n$) |
| log sen $a$ = 9,98997 | log sen $c$ = 9,80960 |
| | 57 |
| | 3 |

log cos B = 9,26335 ($n$)
34
log sec $b$ = 9,01747 ($n$)
log sen C = 9,28116
060
56




Fig. 12

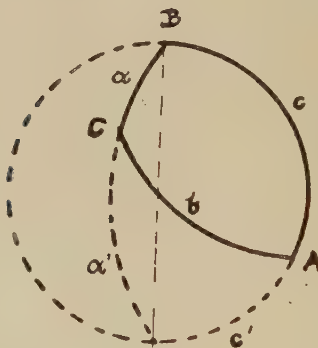



Fig. 13

$$a = 77°44' \qquad c = 40°10'12'' \qquad C = 11°\ 0'55''$$

$$a' = 102°16' \qquad c' = 139°49'48'' \qquad C' = 168°59'05''.$$

Un triángulo ABC tendrá los elementos

$$b = 106°8'30'', \qquad B = 100°34'30'', \qquad c' = 139°49'48'',$$

$$a = 77°44', \qquad C' = 168°59'05'',$$

y otro A′B′C′ con

$$b = 106°8'30'', \qquad B' = 108°34'30'', \qquad c = 40°10'12'',$$
$$a = 102°16', \qquad C = 11°0'55''.$$

3° Supongamos ahora que los datos son

$$b = 42°12'20', \qquad B = 44°36'30''.$$

Las fórmulas son :

$$\text{sen}\, a = \frac{\text{sen}\, b}{\text{sen B}}, \qquad \text{sen}\, c = \text{tg}\, b \,\text{cotg B}, \qquad \text{sen C} = \frac{\text{cos B}}{\cos b}.$$

Calculemos, por ejemplo, sen $c$ por logaritmos; tendremos :

$$\log \text{sen}\, c = \log \text{tg}\, b + \log \text{cotg B}.$$

$$\begin{aligned} \log \text{tg}\, b &= \phantom{1}0{,}95748 \\ &\phantom{= 0{,}9574}9 \\ \log \text{cotg B} &= \phantom{1}0{,}16110 \\ \hline \log \text{sen}\, b &= 10{,}11867 \end{aligned}$$

Como ningún logaritmo seno puede tener por característica 10 ó 0, concluímos que no hay valor conveniente para $b$, y por tanto, que el problema es imposible con esos datos.

33. Ocurre a veces en la resolución de toda clase de triángulos que los elementos vienen mal determinados por el *seno* o *coseno,* o sus correspondientes funciones inversas, la *cosecante* y *secante.*

*a)* Cuando la incógnita viene dada por el *coseno* o la *secante* y el arco que conviene a la línea, o mejor dicho a su logaritmo, corresponde a los primeros grados del cuadrante (hasta cerca de los 10 primeros grados con tablas de 5 decimales), la variación del logaritmo coseno o secante es tan pequeña que no puede determinarse el arco con exactitud por corresponder varios al mismo logaritmo. Lo mismo acontece para el *seno* y la *cosecante* en las proximidades de los 90 grados con igual amplitud de arcos.

*b)* A dos medios puede acudirse para obviar la dificultad : o a calcular las incógnitas con tablas de siete o más cifras de mantisa, o a emplear funciones tales como las tangentes o cotangentes que no tengan ese defecto. En efecto, la variación del logaritmo tabular para esas líneas hacia el principio y fin del cuadrante es grande, y tanto que es varias veces superior a la que corresponde a los arcos medios, y en

general, casi el doble de la que experimentan las demás funciones. De aquí dimana la ventaja de emplear estas funciones (tangentes o cotangentes) en las determinaciones numéricas.

*c)* La feliz idea de Guijou de calcular tablas de *lambdas* y *colambdas* (que vienen a ser logaritmos tangentes), las notables ampliaciones de Barreda para aplicar tal método de cálculo a los problemas de la navegación astronómica y nuestras modificaciones a varios de los métodos de esta última, pueden contribuir en alguna medida a la resolución más exacta y rápida de problemas que a menudo se presentan al geodesta y al ingeniero (1).

34. Contrayéndonos al asunto que motiva el presente trabajo, iremos examinando los casos en que puede ser útil el cambio de la función trigonométrica por la que venga expresada la incógnita.

35. En el *caso* primero, el cateto $c$ viene dado por

$$\cos c = \frac{\cos a}{\cos b}.$$

*a)* Para expresarlo en función de la tangente escribiremos

$$\frac{1 - \cos c}{1 + \cos c} = \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} c:$$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} c = \frac{1 - \dfrac{\cos a}{\cos b}}{1 + \dfrac{\cos a}{\cos b}} = \frac{\cos b - \cos a}{\cos b + \cos a} = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2}(b + a) \operatorname{sen} \frac{1}{2}(a - b)}{2 \cos \frac{1}{2}(b + a) \cos \frac{1}{2}(b - a)}:$$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} c = \operatorname{tg} \frac{1}{2}(a + b) \operatorname{tg} \frac{1}{2}(a - b).$$

*b)* El ángulo C dado por

$$\cos C = \operatorname{cotg} a \operatorname{tg} b,$$

se convierte por la misma marcha en

$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} C = \frac{\operatorname{sen}(a - b)}{\operatorname{sen}(a + b)}.$$

*c)* El ángulo B dado por

$$\operatorname{sen} B = \frac{\operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} a},$$

(1) Nuestras tablas de *mercatoriales (lambdas* y *colambdas)*, extendidas a siete decimales (inéditas), serían apropiadas a esos fines.

puede escribirse

$$\cos(90° - B) = \frac{\cos(90° - b)}{\cos(90° - a)},$$

de donde

$$\frac{1 - \cos(90° - B)}{1 + \cos(90° - B)} = \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}(90° - B) =$$

$$= \operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{B}{2}\right) = \operatorname{cotg}\frac{1}{2}(a - b)\operatorname{tg}\frac{1}{2}(a - b).$$

36. En el *caso segundo,* datos $a$ y B, incógnitas $b$, $c$ y C.

*a)* El cateto $b$ era

$$\operatorname{sen} b = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} B$$

y no se presta para ser calculado logarítmicamente en función de la tangente. En tal circunstancia debe calcularse antes $c$ que viene dado por la relación

$$\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cos B$$

y en seguida se halla $b$ por la expresión

$$\operatorname{tg} b = \operatorname{sen} c \operatorname{tg} B.$$

*b)* En cuanto al ángulo C, está dado por

$$\operatorname{cotg} C = \frac{\cos a}{\operatorname{cotg} B} = \cos a \operatorname{tg} B.$$

Si la hipotenusa $a$ fuera muy pequeña, deben emplearse 7 decimales para el cálculo de su logaritmo coseno.

37. En el tercer *caso,* datos $b$ y $c$, incógnitas $a$, B, C; la hipotenusa $a$ dada por

$$\cos a = \cos b \cos c$$

puede estar mal determinada por su coseno, en tal circunstancia se calcula primero :

*a)* El ángulo B, para el cual se tiene

$$\operatorname{tg} B = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{sen} c},$$

y luego se determina la hipotenusa por la relación

$$\operatorname{tg} a = \frac{\operatorname{tg} c}{\cos B}.$$

*b)* El ángulo C resulta dado ya por la tangente o cotangente.

38. En el cuarto *caso* se dan $b$ y B y se piden $a$, $c$ y C.

*a)* Si la hipotenusa $a$ viene mal determinada por

$$\operatorname{sen} a = \frac{\operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} B}$$

pondremos

$$\cos(90^\circ - a) = \frac{\operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} B};$$

$$\frac{1 - \cos(90^\circ - a)}{1 + \cos(90^\circ - a)} = \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} a = \frac{\operatorname{sen} B - \operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} B + \operatorname{sen} b};$$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} a = \frac{2 \cos \frac{1}{2}(B + b) \operatorname{sen} \frac{1}{2}(B - b)}{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2}(B + b) \cos \frac{1}{2}(B - b)} = \operatorname{cotg} \frac{1}{2}(B + b) \operatorname{tg} \frac{1}{2}(B - b).$$

*b)* El cateto $c$ está dado por

$$\operatorname{sen} c = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} B};$$

si los deseamos en función de la tangente sería

$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}(90^\circ - c) = \frac{\operatorname{sen}(B - b)}{\operatorname{sen}(B + b)}.$$

*c)* El ángulo C dado por

$$\operatorname{sen} C = \frac{\cos B}{\cos b}$$

expresado por la tangente sería

$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}(90^\circ - C) = \operatorname{tg} \frac{1}{2}(B + b) \operatorname{tg} \frac{1}{2}(B - b).$$

*d)* Téngase presente que en este caso hay, en general, dos valores para las incógnitas, o bien que el problema es imposible.

39. En el *caso quinto* se dan $b$ y C y se piden $a$, $c$ y B.

*a)* La hipotenusa $a$ dada por

$$\operatorname{tg} a = \frac{\operatorname{tg} b}{\cos C}$$

estará, en general, bien determinada, a menos que el ángulo C sea muy pequeño. En tal caso hállese antes $c$ por la relación

$$\operatorname{tg} c = \operatorname{sen} b \operatorname{tg} C,$$

y B por la fórmula

$$\cos B = \operatorname{sen} C \cos b,$$

y así podremos servirnos de B para calcular $a$ por la fórmula

$$\operatorname{tg} a \cos B = \operatorname{tg} c, \qquad \operatorname{tg} a = \operatorname{tg} c \sec B.$$

*b)* Si, por el contrario, para el ángulo B el que viniera mal determinado por su coseno, exprésase por su tangente por medio de los catetos, partiendo de

$$\operatorname{tg} b = \operatorname{sen} c \operatorname{tg} B, \qquad \operatorname{tg} B = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{sen} c} = \operatorname{tg} b \operatorname{cosec} c.$$

40. En el *caso sexto* se dan los dos ángulos oblicuos B y C y se piden $a$, $b$, $c$.

*a)* La hipotenusa $a$ dada por

$$\cos a = \operatorname{cotg} B \operatorname{cotg} C,$$

estará, en general, bien determinada, pero puede expresarse $\cos a$ en términos de la tangente, por la ecuación

$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} a = \frac{-\cos(B + C)}{\cos(B - C)}.$$

Como sabemos que $B + C$ es mayor que $90°$ y menor que $3 . 90°$, $\cos(B + C)$ es negativo y, por tanto, $-\cos(B + C)$ será positivo. Por otra parte, debiendo ser $B - C$ menor que $90°$, el coseno es positivo; de modo que la fracción del segundo miembro es positiva.

*b)* El cateto $b$ está dado por

$$\cos b = \frac{\cos B}{\operatorname{sen} C}$$

y admite la siguiente expresión en términos de la tangente de su mitad:

$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} b = \frac{\cos \frac{1}{2}(C - B + 90°) \operatorname{sen} \frac{1}{2}(C + B - 90°)}{\operatorname{sen} \frac{1}{2}(C - B + 90°) \cos \frac{1}{2}(C + B - 90°)} =$$

$$= \operatorname{tg} \frac{1}{2}(C + B - 90°) \operatorname{cotg} \frac{1}{2}(C - B + 90°),$$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} b = \operatorname{tg}\left(\frac{C + B}{2} - 45°\right) \operatorname{cotg}\left(\frac{C - B}{2} + 45°\right).$$

*c)* Por último el catete $c$ está dado por

$$\operatorname{sen} c = \frac{\cos C}{\cos B},$$

de la que, por un cálculo análogo al anterior, obtenemos

$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}(90° - c) = \operatorname{tg}^2 \left(45° - \frac{c}{2}\right) = \operatorname{tg} \frac{1}{2}(B + C) \operatorname{tg} \frac{1}{2}(C - B).$$

41. Queda así probada la primera parte de nuestra tesis, a saber : *que con la regla de Neper mejorada y las propiedades del triángulo esférico rectángulo, bien conocidas, hay lo suficiente para resolver todos los casos relativos a esta clase de triángulos.*

Vengamos ahora al *triángulo esférico oblicuángulo.*

## TERCERA PARTE

### El triángulo esférico oblicuángulo

#### A. — REGLAS PARA DETERMINAR LAS ESPECIES DE LOS ELEMENTOS EN UN TRIÁNGULO ESFÉRICO CUALQUIERA

42. *En todo triángulo esférico, según que sea la suma de dos lados igual, mayor o menor que dos ángulos rectos, será la suma de sus dos ángulos opuestos también igual, mayor o menor que dos cuadrantes.*

En efecto, sea ABC un triángulo esférico cualquiera, CB y BA los dos lados de que se trata.

Prolonguemos los lados CB y CA hasta que se encuentren en C′ y resultará

$$CB + BC' = 180°. \qquad (a)$$

1° Sea ahora

$$CB + BA = 180°, \qquad (b)$$

y de las dos igualdades $(a)$ y $(b)$, sacaremos :

$$CB + BC' = CB + BA \qquad o \qquad BC' = BA.$$

Por consiguiente, el triángulo esférico ABC′ nos da (n° 1, 3°) :

$$BAC' = BC'A$$

y como

$$BC'A = BCA$$

resultará

$$BAC' = BCA$$

y como

$$BAC' + BAC = 180° \qquad (c)$$

será

$$BCA + BAC = 180°. \qquad (d)$$

2° Sea ahora

$$CB + BA > 180°. \qquad (e)$$

De esta desigualdad y de la igualdad ($a$) evidentemente sale

$$BA > BC'$$

y por consiguiente el triángulo ABC′ nos da (nº 1, 4°) :

$$BC'A > BAC'$$

o

$$BAC > BAC'.$$

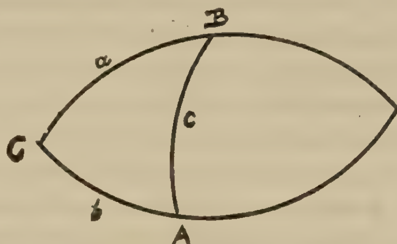


Fig. 14

Substituyendo ahora en la igualdad ($e$) en lugar del ángulo BAC′ el BCA que es mayor, evidentemente resulta

$$BCA + BAC > 180°.$$

3° Sea ahora

$$CB + BA < 180°.$$

De esta desigualdad y la igualdad ($a$) es claro que resulta $BA < BC'$, y, por consiguiente, el triángulo ABC′ nos da :

$$BC'A < BAC',$$

de donde

$$BCA < BAC'.$$

Substituyendo ahora en la igualdad ($c$) en lugar del ángulo BAC′ el ángulo BCA que es menor, es evidente que resulta

$$BCA + BAC < 180°.$$

43. *Recíproca. En todo triángulo esférico, según que sea la suma de dos ángulos igual, mayor o menor que dos cuadrantes, será la suma de sus dos lados opuestos igual, mayor o menor que dos ángulos rectos.*

En efecto : 1° Siendo la suma de los dos ángulos igual a dos rectos, si la suma de los dos lados opuestos fuese mayor que dos rectos, según el teorema directo, la suma de los dos ángulos opuestos habría de ser también mayor de dos rectos, lo que es contrario a la hipótesis, y, por consiguiente, absurdo. Tampoco puede ser la suma de los dos lados menor de dos rectos, pues en este caso, según el teorema directo, la suma de los dos ángulos sería también menor de dos rectos, lo que es también contrario a la suposición y, por tanto, absurdo. Luego la suma de los dos lados es igual a dos rectos, como debíamos probar.

Del mismo modo se demuestran los otros dos teoremas.

44. Del directo y recíproco se deducen estas consecuencias :

Cuando en la resolución de un triángulo esférico, los tres elementos conocidos y el incógnito constituyan dos ángulos y sus dos lados opuestos, se podrá determinar la especie del elemento que se busca en los casos siguientes :

1° *Si la suma de los dos elementos conocidos de una misma clase, esto es, de los dos lados o de los dos ángulos conocidos, es mayor que dos rectos, el elemento opuesto al mayor de ellos debe ser obtuso.*

Pues debiendo ser en el primer caso la suma de los dos elementos opuestos mayor que 180°, evidentemente deberá ser mayor de 90° a lo menos uno de los dos de que se compone, que será el mayor de ellos.

2° *Si la suma de los dos elementos conocidos de una misma clase es menor de dos rectos, el elemento opuesto al menor de ellos debe ser agudo.*

Pues la suma de los dos elementos opuestos ha de ser menor que 180°, y para que esto se verifique, es claro que habrá de ser menor de 90°, a lo menos uno de los dos elementos de que se compone, que será el menor.

45. *En todo triángulo esférico, la semisuma de dos lados es de la misma especie que la semisuma de sus dos ángulos opuestos.*

Pues, según sean las sumas mayores o menores de 180°, serán la semisumas mayores o menores de 90°.

46. Cuando en un triángulo esférico, desde el vértice de uno cualquiera de sus ángulos se baja un arco de circunferencia máxima perpendicular al lado opuesto, prolongado si fuera necesario, dicho arco toma el nombre de *perpendículo.*

Además, se llaman en dicho triángulo :

1° *Ángulo del vértice, es aquel desde el cual se baja el perpendículo ;*

2° *Base, el lado opuesto al ángulo del vértice;* 3° *Primer lado, el que se conoce y forma con la base un ángulo esférico conocido;* 4° *Segundo lado, el desconocido del triángulo esférico, que no es base;* 5° *Primer ángulo de la base, el que forma el primer lado con la base;* 6° *Segundo ángulo de la base, el que forma ésta con el segundo lado;* 7° *Primer segmento, a la distancia desde el vértice del primer ángulo de la base al pie del perpendículo, contada hacia el segundo lado;* 8° *Segundo segmento, a la distancia desde el vértice del segundo ángulo de la base al pie del perpendículo, contada hacia fuera cuando éste cae fuera del triángulo;* 9° *Primer ángulo vertical, el ángulo opuesto al primer segmento;* 10° *Segundo ángulo vertical, el ángulo opuesto al segundo segmento.*

Así, por ejemplo, en los dos triángulos esféricos ABC y ABC:

El ángulo del vértice es ABC; la base AC; el primer lado es AB; el segundo lado es BC; el primer ángulo de la base es A; el segundo ángulo de la base es C; el primer segmento es A$x$; el segundo segmento es C$x$; el primer ángulo vertical es AB$x$; el segundo ángulo vertical es CB$x$; B$x$ es el perpendículo.

47. *Si en un triángulo esférico se baja el perpendículo desde un vértice y además un arco de círculo máximo oblicuo a la misma base, tal que diste del pie del perpendículo lo mismo que el segundo lado del triángulo, dichos arcos oblicuo y segundo lado serán iguales.*

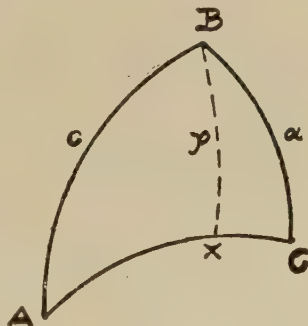


Fig. 15

En efecto: sea ABC el triángulo esférico propuesto y BD el perpendículo.

Tomemos DC′ igual a DC y tomemos el arco de círculo máximooblicuo BC′.

Los dos triángulos esféricos rectángulos DBC y DBC′ nos dan:

triángulo DBC

$$\cos BC = \cos BD \cos DC$$

triángulo DBC′ $\cos BC' = \cos BD \cos DC'$

y como por suposición es

$$DC' = DC,$$

resulta:

$$\cos DC' = \cos DC,$$

luego

$$\cos BC = \cos BC',$$

y por consiguiente:

$$BC = BC'.$$

48. *Si en un triángulo esférico se baja el perpendículo y desde el mismo vértice se traza a la base un arco de círculo máximo oblicuo que diste del pie del perpendículo más o menos que el segundo lado, el perpendículo será menor que dicho segundo lado y que el arco oblicuo, y de estos dos será menor el que menos diste del pie del perpendículo, si éste es menor que un cuadrante. Lo contrario se verifica si el perpendículo es mayor de 90°.*

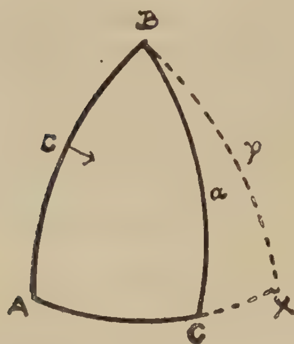


Fig. 16

En efecto, sea ABC el triángulo esférico, BD el perpendículo, BC el arco de círculo máximo oblicuo y $DC'' > DC$.

*a)* Supongamos primeramente que el perpendículo DB es menor que 90°.

1° En el triángulo esférico rectángulo CBD tendremos, número 13,2°, el ángulo

$$BCD < 90°,$$

luego el ángulo

$$BDC > BCD$$

y por lo tanto

$$BD < BC.$$

2° En el triángulo esférico rectángulo BDC′, el ángnlo BC′D es agudo; luego su suplemento BC′C″ es obtuso, y como el BC″ es agudo, tenemos

$$BC'C'' > BC''C',$$

y por tanto

$$BC'' > CB',$$

o bien

$$BC'' > BC.$$

3°

$$BC'' > BC.$$

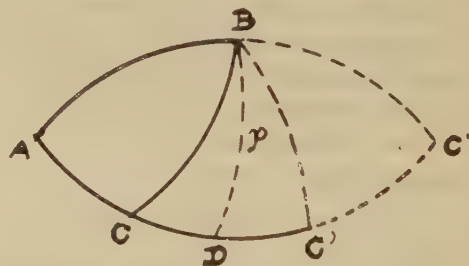


Fig. 17

Según el número 1°

$$BC > BD,$$

luego con más razón es

$$BC'' > BD.$$

*b)* Sea ahora el perpendículo

$$BD > 90°.$$

1° En el triángulo esférico rectángulo CBD, tendremos el ángulo

$$BCD > 90°;$$

luego

$$BCD > BDC$$

y por tanto

$$BD > BC.$$

2° En el triángulo esférico rectángulo BDC′ el ángulo BC′D es obtuso, luego su suplemento BC′C″ es agudo; y como el BC″D es obtuso, resulta

$$BC'C'' < BC''C'$$

y por lo tanto

$$BC'' < BC',$$

o bien

$$BC'' < BC.$$

3°

$$BC'' < BC.$$

Según el número 1°,

$$BC < BD,$$

luego con más razón es

$$BC'' < BD.$$

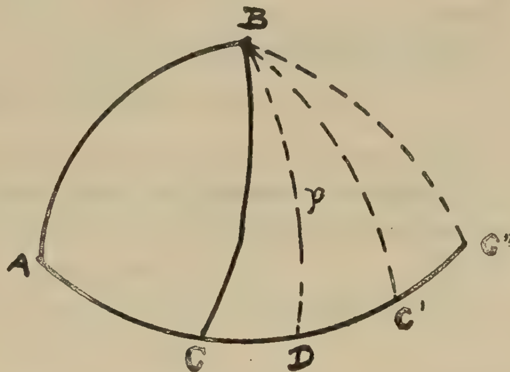


Fig. 18

49. *Cuando de un triángulo esférico* se dan conocidos dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos, si la suma de los dos lados es mayor que 180° y el ángulo conocido está opuesto al mayor lado, o la suma de los dos lados es menor que 180° y el ángulo conocido será opuesto al lado menor, el triángulo resulta *indeterminado* por convenir los mismos elementos a dos triángulos diferentes.

En efecto : sea ABC′ (fig. 18) el triángulo esférico propuesto, en el cual supongamos que se dan conocidos los dos lados AB, BC′, y el ángulo A. Bajemos desde B el perpendículo BD; supongamos primeramente que

$$AB + BC' > 180° \qquad y \qquad BC > BA.$$

En este caso (42) el ángulo A será obtuso, luego el perpendículo BD también será obtuso, y por lo tanto (48, 2°) el mayor de todos los arcos que pueden trazarse desde B al arco AC″, y como por suposición es

$$BC' > BA,$$

resulta

$$DA > DC'.$$

Luego, si tomamos

$$DC = DC'$$

y trazamos el arco de círculo máximo BC, éste será igual a BC′ y por consiguiente resultarán los dos triángulos ABC y ABC′ que tienen los mismos datos; en el primero el ángulo BCA es agudo por suplemento del BCD que es obtuso, y en el segundo el ángulo BC′A es obtuso.

2° Supongamos ahora que

$$AB + BC' < 180° \qquad y \qquad BC' < AB.$$

En este caso (42, 2°) el ángulo A será agudo, luego el perpendículo BD también será agudo, y por consiguiente el menor de todos los arcos que pueden bajarse desde B al arco AC″. Luego,

$$BC' > BD,$$

y como por suposición es

$$BC' < AB,$$

resulta

$$DC' < DA.$$

Por tanto, si tomamos

$$DC = DC'$$

y trazamos el arco de círculo máximo BC, tendremos :

$$CB' = BC.$$

Luego, los dos triángulos esféricos ABC y ABC′ convienen a los mismos datos; en el primero el ángulo BCA es obtuso por suplemento del agudo BCD, y en el segundo triángulo el ángulo BC′A es agudo.

50. *Cuando en un triángulo esférico se baja el perpendículo*, éste caerá dentro del triángulo si los dos ángulos de la base son de la misma especie, y caerá fuera, si dichos ángulos son de contraria especie.

En efecto, supongamos primero que los dos ángulos de la base BAC y BCA sean ambos agudos. Siendo agudo el ángulo BCA, su suplemento BCD es obtuso, luego si el perpendículo BD cayese fuera, a un mismo tiempo, habría de ser agudo y obtuso, lo que es absurdo.

Del mismo modo se demuestra el teorema en los otros dos casos.

El recíproco es cierto y se demuestra por reducción al absurdo.

De los teoremas anteriores se deducen fácilmente reglas para determinar, en algunos casos, la posición del perpendículo.

Las especies del primer segmento y del primer ángulo vertical se determinan por las reglas de los triángulos esféricos rectángulos.

Las especies del segundo segmento, del segundo ángulo vertical y del segundo lado se determinan por el número de términos obtusos de la analogía que deba emplearse. o por el triángulo esférico rectángulo de que son elementos, teniendo presente que el perpendículo es de la especie del primer ángulo de la base.

El segundo segmento es siempre igual a la diferencia entre el primero y la base, y el segundo ángulo vertical es igual a la diferencia entre el primero y el ángulo del vértice.

51. Es sabido que los triángulos esféricos oblicuángulos se resuelven comúnmente aplicando las fórmulas consignadas en los números 3 a 7 y rara vez son las de los sistemas V y VI, auxiliándose con las del II.

Mas nosotros tratamos de hacer ver que con sólo la regla de Manduit y algunas proposiciones pueden lograrse los mismos resultados.

## B. — RELACIONES PARA LA RESOLUCIÓN DE LOS TRIÁNGULOS ESFÉRICOS OBLICUÁNGULOS BAJANDO EL PERPENDÍCULO

52. Cuando haya de resolverse un triángulo esférico oblicuángulo bajando el perpendículo, éste se trazará desde el extremo de un lado conocido, y tal, que en el otro extremo tenga un ángulo dado; exceptúanse los casos de conocerse los tres lados o los tres ángulos, en que podrá trazarse desde cualquier vértice.

En efecto; el perpendículo cumple esas condiciones en los casos de darse : 1° un lado y dos ángulos; 2° dos lados y el ángulo comprendido; 3° dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos, que comprenden cuatro casos de resolución, pues el primero es doble, y así resultan dos triángulos esféricos rectángulos, uno de los cuales tiene dos elementos conocidos, y por tanto será fácil de resolver. El otro triángulo quedaría determinado, bien por medio de elementos deducidos del primero, bien por alguno de éstos y de algun elemento conocido del oblicuángulo.

En los casos de darse los tres lados o los tres ángulos es indiferente el vértice desde que se trace el perpendículo, pues en el triángulo propuesto o no se conocerá ningún ángulo o ningún lado.

53. En cualquiera de los cuatro primeros casos, caiga dentro o fuera del triángulo dado el perpendículo, siempre el primer segmento y el primer ángulo vertical serán un cateto y un ángulo oblicuo de un triángulo esférico rectángulo, en el cual se conocerán la hipotenusa que es el primer lado y el otro ángulo oblicuo que es el primer ángulo de la base.

Luego tendremos : *a) La tangente del primer segmento es igual a la tangente del primer lado multiplicada por el coseno del primer ángulo de la base.*

En caso de que fuera necesario restablecer el radio diríamos : *El radio de las tablas es al coseno del primer ángulo de la base, como la tangente del primer lado es á la tangente del primer segmento, agudo* si el número de términos obtusos de la analogía es *par,* y *obtuso* si es *impar.*

Para hallar el primer ángulo vertical en los mismos casos, tendremos : *b) La cotangente del primer ángulo vertical es igual al coseno del primer lado multiplicado por la tangente del primer ángulo de la base.*

Y restableciendo el radio diremos : El radio de *las tablas es al coseno del primer lado, como la tangente del primer ángulo de la base* es a la *cotangente del primer ángulo vertical,* agudo, si el número de términos obtusos de la analogía es par, y obtuso si es impar.

54. Los dos segmentos, en el caso de darse los tres lados, los dos ángulos verticales, en el de ser dados los tres ángulos, y los demás elementos, en los seis casos, se irán hallando por medio de sus correspondientes relaciones, que son las siguientes :

1ª *Relación entre los segmentos y los ángulos de la base.*

Los dos triángulos esféricos rectángulos ABD y CBD nos dan, siendo $p$ el perpendículo :

Triángulo ABD

$$\operatorname{tg} p = \operatorname{sen} s_1 \operatorname{tg} A,$$

triángulo DBC

$$\operatorname{tg} p = \operatorname{sen} s_2 \operatorname{tg} C.$$

Comparando y traduciendo dice que :

$$\operatorname{sen} s_1 \operatorname{tg} A = \operatorname{sen} s_2 \operatorname{tg} C \quad \therefore \quad \operatorname{sen} s_1 : \operatorname{sen} s_2 :: \operatorname{tg} C : \operatorname{tg} A.$$

*Los senos de los segmentos son recíprocamente proporcionales a las tangentes de los ángulos de la base.*

2ª *Relación entre segmentos y lados.*

Los mismos triángulos nos dan :

$$\cos c = \cos p \cos s_1, \qquad \cos a = \cos p \cos s_2,$$

y dividiendo ordenadamente

$$\frac{\cos c}{\cos a} = \frac{\cos p \cos s_1}{\cos p \cos s_2},$$

o bien

$$\cos s_1 : \cos s_2 = \cos c : \cos a.$$

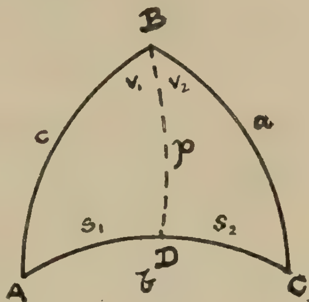


Fig. 19

En efecto : *los cosenos de los segmentos son directamente proporcionales a los cosenos de los lados.*

3ª *Relación entre segmentos y ángulos verticales.*

De los dos triángulos esféricos rectángulos se saca

$$\operatorname{tg} s_1 = \operatorname{sen} p \operatorname{tg} V_1, \qquad \operatorname{tg} s_2 = \operatorname{sen} p \operatorname{tg} V_2,$$

y eliminando sen $p$, resulta :

$$\frac{\operatorname{tg} s_1}{\operatorname{tg} s_2} = \frac{\operatorname{tg} V_1 \operatorname{sen} p}{\operatorname{tg} V_2 \operatorname{sen} p} = \frac{\operatorname{tg} V_1}{\operatorname{tg} V_2}$$

o

$$\operatorname{tg} V_1 : \operatorname{tg} V_2 :: \operatorname{tg} s_1 : \operatorname{tg} s_2.$$

Y expresa que : *las tangentes de los ángulos verticales son directamente proporcionales con las tangentes de los segmentos.*

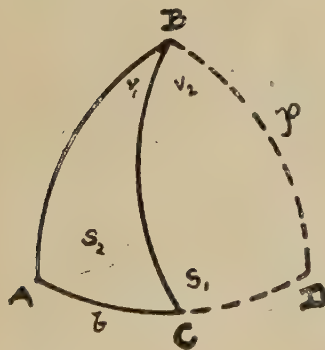


Fig. 20

4ª *Relación entre los ángulos verticales y los lados.*

Los citados triángulos dan también

$$\operatorname{tg} c \cos V_1 = \operatorname{tg} p, \qquad \operatorname{tg} a \cos V_2 = \operatorname{tg} p,$$

por tanto,

$$\operatorname{tg} c \cos V_1 = \operatorname{tg} a \cos V_2,$$

o bien

$$\cos V_1 : \cos V_2 = \operatorname{tg} a : \operatorname{tg} c.$$

Y dice que : *los cosenos de los ángulos verticales son recíprocamente proporcionales con las tangentes de los lados.*

La 5ª relación entre los lados y los ángulos de la base es la ya conocida de los senos.

6ª *Relación entre los ángulos verticales y los ángulos de la base.*

De los mismos triángulos se deduce :

$$\cos A = \operatorname{sen} V_1 \cos p, \qquad \cos C = \operatorname{sen} V_2 \cos p,$$

y eliminando por división ordenada cos $p$, sale

$$\cos A : \cos C = \operatorname{sen} V_1 : \operatorname{sen} V_2.$$

Proposición que dice : *los senos de los ángulos verticales son directamente proporcionales a los cosenos de los ángulos de la base.*

Tales son las relaciones que inscriben algunos antiguos tratados de trigonometría y que se demuestran también en una nota del Apéndice del *Tratado de navegación* de nuestro colega, el profesor de la Escuela naval, don Luis Pastor († en 1907).

Ellas bastan para resolver los cuatro primeros casos de los triángulos esféricos generales.

Pero existen además las siguientes :

7ª *Relación entre la base, los lados y los segmentos.*

Llamando $s_1$ y $s_2$ el primero y segundo segmento, $c$ y $a$ los dos lados primero y segundo y $b$ la base, la segunda relación (54) invertida es :

$$\cos s_2 : \cos s_1 :: \cos a : \cos c$$

y de ella se deduce aplicando propiedades de las proporciones, y conocimientos trigonométricos lo siguiente :

$$\frac{\cos s_2 - \cos s_1}{\cos s_2 + \cos s_1} = \frac{\cos a - \cos c}{\cos a + \cos c},$$

de donde

$$\frac{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2}(s_2 + s_1) \operatorname{sen} \frac{1}{2}(s_1 - s_2)}{2 \cos \frac{1}{2}(s_2 + s_1) \cos \frac{1}{2}(s_2 - s_1)} = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2}(a + c) \operatorname{sen} \frac{1}{2}(c - a)}{2 \cos \frac{1}{2}(a + c) \cos \frac{1}{2}(a - c)}$$

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(s_2 + s_1) \operatorname{tg} \frac{1}{2}(s_1 - s_2) = \operatorname{tg} \frac{1}{2}(a + c) \operatorname{tg} \frac{1}{2}(c - a). \qquad (\alpha)$$

Si el perpendículo cae dentro del triángulo $\frac{1}{2}(s_2 + s_1)$ es la semibase $\frac{1}{2} b$, y la incógnita es $\operatorname{tg} \frac{1}{2}(s_1 - s_2)$, por tanto

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(s_1 - s_2) = \operatorname{tg} \frac{1}{2}(a + c) \operatorname{tg} \frac{1}{2}(c - a) \operatorname{cotg} \frac{1}{2} b. \qquad (a)$$

*La tangente de la semidiferencia entre el primero y segundo segmento*

*es igual al producto de las tangentes de la semisuma y de la semidiferencia entre el primero y segundo lado, multiplicado por la cotangente de la semibase.*

En caso de que el perpendículo fuera exterior al triángulo, la semibase es $\frac{1}{2}(s_1 - s_2)$ y la incógnita es $\operatorname{tg}\frac{1}{2}(s_1 + s_2)$, por tanto,

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}(s_1 + s_1) = \operatorname{tg}\frac{1}{2}(a + c)\operatorname{tg}\frac{1}{2}(c - a)\operatorname{cotg}\frac{1}{2}b. \qquad (b)$$

8ª *Relación entre los ángulos de la base, el del vértice y los ángulos verticales.*

Llamando $V_1$ y $V_2$ al primero y segundo ángulo vertical y A y C al primero y segundo ángulo de la base, de la 6ª relación [nº (54)], dedúcese :

$$\operatorname{sen} V_1 : \operatorname{sen} V_2 = \cos A : \cos C$$

$$\frac{\operatorname{sen} V_1 - \operatorname{sen} V_2}{\operatorname{sen} V_1 + \operatorname{sen} V_2} = \frac{\cos A - \cos C}{\cos A + \cos C},$$

$$\frac{2\cos\frac{1}{2}(V_1 + V_2)\operatorname{sen}\frac{1}{2}(V_1 - V_2)}{2\operatorname{sen}\frac{1}{2}(V_1 + V_2)\cos\frac{1}{2}(V_1 - V_2)} = \frac{2\operatorname{sen}\frac{1}{2}(A + C)\operatorname{sen}\frac{1}{2}(C - A)}{2\cos\frac{1}{2}(A + C)\cos\frac{1}{2}(C - A)}$$

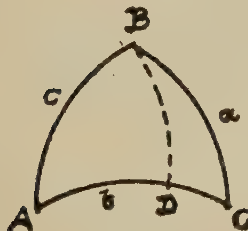


Fig. 21

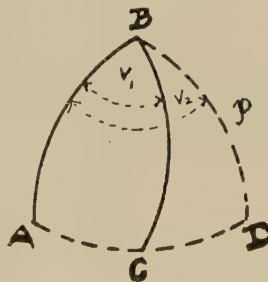


Fig. 22

$$\operatorname{cotg}\frac{1}{2}(V_1 + V_2)\operatorname{tg}\frac{1}{2}(V_1 - V_2) = \operatorname{tg}\frac{1}{2}(A + C)\operatorname{tg}\frac{1}{2}(C - A).$$

Si el perpendículo es interior $V_1 + V_2$ es igual al ángulo B del vértice, y por tanto

$$\operatorname{cotg}\frac{1}{2}B\operatorname{tg}\frac{1}{2}(V_1 - V_2) = \operatorname{tg}\frac{1}{2}(A + C)\operatorname{tg}\frac{1}{2}(C - A)$$

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}(V_1 - V_2) = \operatorname{tg}\frac{1}{2}(A + C)\operatorname{tg}\frac{1}{n}(C - A)\operatorname{tg}\frac{1}{2}B. \qquad (a)$$

Relación que puede emplearse para calcular la semidiferencia de los ángulos verticales, cuando se sepa que el perpendículo es interior.

En caso de ser exterior, la relación de partida se convierte en

$$\text{sen } V_1 : \text{sen } V_2 = \cos A : - \cos C,$$

y operando como antes, se tiene :

$$\frac{\text{sen } V_1 - \text{sen } V_2}{\text{sen } V_1 + \text{sen } V_2} = \frac{\cos A + \cos C}{\cos A - \cos C},$$

$$\frac{2 \cos \frac{1}{2}(V_1 + V_2) \text{ sen } \frac{1}{2}(V_1 - V_2)}{2 \text{ sen } \frac{1}{2}(V_1 + V_2) \cos \frac{1}{2}(V_1 - V_2)} = \frac{2 \cos \frac{1}{2}(A + C) \cos \frac{1}{2}(A - C)}{2 \text{ sen } \frac{1}{2}(A + C) \text{ sen } \frac{1}{2}(C - A)}$$

o dividiendo los denominadores por los numeradores, será

$$\text{tg } \frac{1}{2}(V_1 + V_2) \text{ cotg } \frac{1}{2}(V_1 - V_2) = \text{tg } \frac{1}{2}(A + C) \text{ tg } \frac{1}{2}(C - A).$$

En el supuesto, es

$$V_1 - V_2 = B,$$

luego

$$\text{tg } \frac{1}{2}(V_1 + V_2) = \text{tg } \frac{1}{2}(A + C) \text{ tg } \frac{1}{2}(C - A) \text{ tg } \frac{1}{2} B. \qquad (b)$$

*Observación importante.* — Las experiencias (*a*) y (*b*) de la séptima relación parecen tener iguales los dos segundos miembros, en cuyo supuesto los primeros deberían ser iguales también, teniéndose :

$$\text{tg } \frac{1}{2}(s_1 - s_2) = \text{tg } \frac{1}{2}(s_1 + s_2);$$

pero la supuesta igualdad es sólo aparente, porque en la (*a*) los ángulos que se oponen a *a* y *c* son de la misma especie y en la (*b*) son de contraria, y esto hace que los valores numéricos sean diferentes para ambos segundos miembros.

Análoga cosa ocurre con los valores (*a*) y (*b*) de la relación octava. En la (*a*), A y B son de idéntica especie, en la (*b*) son de contraria, y por tanto, cambian los valores numéricos de los dos segundos miembros.

### C. — EMPLEO DE LAS RELACIONES INVESTIGADAS

55. La primera relación se usará para calcular un segmento o un ángulo de la base, conocidos los demás elementos que en ella entran.

El término incógnito vendrá dado por el valor tabular, si los términos conocidos son agudos o si son dos los términos obtusos, y por el suplemento del valor tabular, si hay uno o tres términos obtusos. Esta regla vale siempre para todas las analogías.

La segunda relación se empleará en el cálculo de un segmento o de un lado y vale la misma regla anterior para determinar la especie de la incógnita.

La tercera relación sirve para calcular un segmento o un ángulo vertical conocidos los restantes elementos, y la incógnita se determinará con la regla enunciada, que vale para todos los casos y para cualquiera incógnita de la analogía.

La cuarta interviene en el cálculo de un ángulo vertical o un lado con idénticas advertencias.

La quinta sirve para calcular un lado o un ángulo, y si es posible conviene evitarla, a causa de que muchas veces deja indeterminada la especie de la incógnita.

La sexta es apropiada para calcular un ángulo vertical o un ángulo de la base, determinándose la especíe de la incógnita por la regla general.

Las dos formas de la relación séptima se emplean únicamente para calcular la semidiferencia o la semisuma de los dos segmentos.

Y las dos formas de la relación octava para calcular tan sólo la semidiferencia o la semisuma de los dos ángulos verticales.

La ventaja de estas ocho relaciones estriba en que por procedimientos sencillos podemos resolver todos los casos de los triángulos oblicuángulos, ofreciendo la comodidad de calcular los elementos haciendo uso de diferentes fórmulas, lo que permite contrastar los valores obtenidos para un mismo elemento, resultando así la incógnita con un grado de aproximación, en general, más grande del que produce el método ordinario.

## D. — RESOLUCIÓN DEL TRIÁNGULO ESFÉRICO OBLICUÁNGULO

56. Procediendo como se indicó en el número 16, viene a descubrirse que los casos que deben considerarse son los seis siguientes :

1° Conociéndose un lado ($a$) y los dos ángulos adyacentes (B y C), hallar los otros dos lados ($b$ y $c$) y el tercer ángulo (A);

2° Conociéndose un ángulo (A) y los dos lados que lo forman ($b$ y $c$), hallar el tercer lado ($a$) y los dos ángulos (B y C);

3° Conociéndose dos lados (*a* y *b*) y el ángulo (A) opuesto a uno de ellos (*a*), hallar el tercer lado (*c*) y los dos ángulos (B y C) restantes;

4° Dándose dos ángulos (A y B) y el lado opuesto (*a*) a uno de ellos (A), hallar el tercer ángulo (C) y los dos lados (*b* y *c*) restantes;

5° Dándose los tres lados (*a*, *b*, *c*), hallar los tres ángulos (A, B, C);

6° Dándose los tres ángulos (A, B, C), hallar los tres lados (*a*, *b*, *c*).

En rigor, los casos 2°, 4° y 6° podrían reducirse respectivamente a los casos 1°, 3° y 5° por medio del triángulo esférico suplementario, pero nosotros lo resolveremos directamente.

57. Caso 1°. — Sean *c* un lado y A y B los dos ángulos conocidos de un triángulo esférico oblicuángulo; se pide la resolución del triángulo.

Puede ocurrir que A y B sean ambos agudos o ambos obtusos, o uno agudo y otro obtuso, y en cada una de esas hipótesis *c* menor o mayor que 90°. Para fijar ideas supondremos que

$$c = 72°43'48'', \qquad A = 106°15'59'' \qquad y \qquad B = 125°02'01''.$$

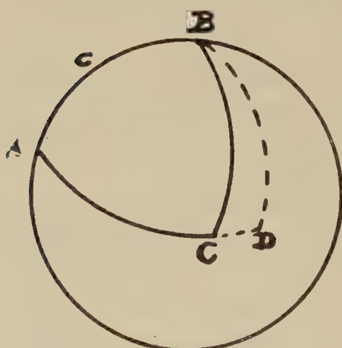


Fig. 23

Resolveremos el triángulo descomponiéndolo en dos rectángulos, por medio de un arco de círculo máximo perpendicular (perpendículo).

Según (52) el perpendículo podrá bajarse desde A o desde B; lo trazaremos desde B y construiremos aproximadamente el triángulo. Sea éste el ABC. Para hallar la posición del perpendículo BD calcularemos ante todo el primer ángulo vertical $V_1$ por la fórmula (53, *b*):

$$\text{cotg } V_1 = \cos c \text{ tg } A$$

$$\log \text{cotg } V_1 = \log \cos c + \log \text{tg } A.$$

*Cálculo numérico de* $V_1$ *y de* $V_2$. —

$$\begin{array}{rl} \log \cos c = & \bar{1},472492 \\ & 80 \\ \log \text{tg } A = & 0,534939\ (n) \\ \hline \log \cot V_1 = & 0,007511 \\ & 80 \\ \hline & 79 \end{array}$$

$$
\begin{array}{r}
V_1 \text{ tab.} = \phantom{1}44°30'19'' \\
\underline{180°\phantom{30'19''}} \\
V_1 = 135°29'41''
\end{array}
$$

$V_1$ debe resultar obtuso a causa de ser negativa tg A y positivo cos $c$. Como

$$V_1 = 135°29'41$$

ha resultado mayor que el ángulo del vértice B, el ángulo $V_2$, será :

$$V_2 = V_1 - B = 135°29'41'' - 125°02'01'' = 10°27'40''.$$

*Cálculo del primer segmento* $s_1$. — La fórmula es (53, $a$) :

$$\text{tg}\, c \cos A = \text{tg}\, s_1$$

$$\log \text{tg}\, s_1 = \log \text{tg}\, c + \log \cos A$$

$$
\begin{array}{rl}
\log \text{tg}\, c = & 0{,}507035 \\
 & \phantom{0{,}507}354 \\
\log \cos A = & \underline{\bar{1}{,}447319} \ (n) \\
\log \text{tg}\, s_1 = & \bar{1}{,}954708 \\
 & \phantom{0{,}954}\underline{691} \\
 & \phantom{0{,}9547}17
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
s_1 \text{ tab.} = \phantom{1}42°\ \ 1'\ \ 4'' \\
\underline{180°\phantom{58'56''}} \\
s_1 = 137°58'56''
\end{array}
$$

El primer segmento resulta negativo a causa de cos A que lo es, por tanto, su arco es el suplemento del valor tabular

$$s_1 = 137°58'56''.$$

*Cálculo del segundo segmento* $s_2$. — Podemos hallarlo por la relación

$$\text{tg}\, V_1 : \text{tg}\, V_2 :: \text{tg}\, s_1 : \text{tg}\, s_2, \qquad \text{tg}\, s_2 = \text{tg}\, s_1\, \text{tg}\, V_2 \cot g\, V_1,$$

$$\log \text{tg}\, s_2 = \log \text{tg}\, s_1 + \log \text{tg}\, V_2 + \log \cot g\, V_1$$

$$
\begin{array}{rl}
\log \text{tg}\, s_1 = & \bar{1}{,}954708 \ (n) \\
\log \text{tg}\, V_2 = & \bar{1}{,}265319 \\
\log \cot g\, V^1 = & \underline{0{,}007511} \ (n) \\
\log \text{tg}\, s_2 = & \bar{1}{,}228538 \\
 & \phantom{0{,}228}\underline{239} \\
 & \phantom{0{,}228}299
\end{array}
$$

$$s_2 = 9°36'24''.$$

El segundo segmento $s_2$ resulta positivo a causa de los dos valores negativos de tg $s_1$ y cotg $V_1$, por tanto $s_2$ es el arco tabular

$$s_2 = 9°36'24''.$$

*Cálculo de la base b.* — Conocidos $s_1$ y $s_2$, como $V_1$ resulta mayor que B, la base deberá ser menor que $s_1$, y así es

$$b = s_1 - s_2 = 128°22'32''.$$

*Cálculo del lado a.* — Podemos hallarlo de varios modos : 1° por la segunda de (54); 2° por la cuarta de (54); y 3° por el triángulo rectángulo CDB en que se conocen $V_2$ y $s_2$; pues aunque en este caso la incógnita viene dada por el seno, su valor está determinado por deber ser de la especie de su ángulo opuesto A, que es conocido:

$$\text{sen } s_2 = \text{sen } a \text{ sen } V_2 : \qquad \text{sen } a = \frac{\text{sen } s_2}{\text{sen } V_2}$$

$$\log \text{sen } a = \log \text{sen } s_2 + \text{colog sen } V_2$$

$$\begin{aligned} \log \text{sen } s_2 &= \bar{1},222412 \\ \text{colog sen } V_2 &= 0,740961 \\ \hline \log \text{sen } a &= \bar{1},963373 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a \text{ tab.} &= \ \ 66°47'58'' \\ & \ \ \ 180° \\ \hline a &= 113°12'05'' \end{aligned}$$

*Cálculo del segundo ángulo de la base* C. — Puede hallarse de varias maneras, por ejemplo, por la primera, por la sexta de (54) o por el triángulo esférico rectángulo BDC con los elementos $V_2$ y $s_2$, pues aunque la incógnita viene dada por el seno, su valor está determinado por la consideración de que, siendo $a$ obtuso e hipotenusa del triángulo BDC, los dos ángulos adyacentes a ellos deben ser de distinta especie (14 y 31) y como $V_2$ es agudo, BCD será obtuso, y como BCD es suplemento del ángulo ACB del triángulo propuesto, este ángulo será agudo, y por tanto deberemos tomar el valor tabular que resulte para BCD al calcular con este triángulo.

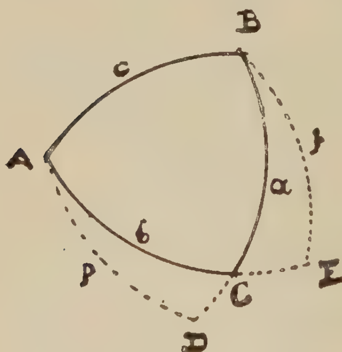


Fig. 24

Se tiene pues

$$\text{sen C} = \frac{\cos V_2}{\cos s_2}$$

$$\log \text{sen C} = \text{tg} \cos V_2 + \text{colog} \cos s_2$$

$$\log \cos V_2 = \bar{1},992721$$
$$\text{colog} \cos s_2 = 0,006133$$
$$\log \text{sen C} = \bar{1},998854$$

$$C = \text{arc. tab.}$$

$$C = 85°50'20''.$$

Hemos seguido todo el cálculo con las tablas de Vázquez Laceipo, en que el radio de las tablas es la unidad 1.

Queda así resuelto el triángulo.

58. Procedamos ahora según el método usual (fig. 24).

Hallar $b$. Al efecto disponemos de la fórmula

$$\text{cotg } b \text{ sen } c = \cos c \cos A + \text{sen A cotg B}. \quad \text{(I)}$$

En ella sacaremos cos $c$ es factor común del segundo miembro, y será

$$\text{cotg } b \text{ sen } c = \cos c \left[ \cos A + \text{sen A} \frac{\text{cotg B}}{\cos c} \right].$$

Y haciendo

$$\frac{\text{cotg B}}{\text{arc } c} = \text{tg } x \quad (a)$$

viene

$$\text{cotg } b = \text{cotg } c \, [\cos A + \text{sen A tg } x] = \frac{\text{cotg } c}{\cos x} [\cos (A - x)]. \quad (b)$$

Hallar $a$. La fórmula correlativa de la (I) que corresponne es :

$$\text{cotg } a \text{ sen } c = \cos c \cos B + \text{sen B cotg A}, \quad \text{(II)}$$

que con el mismo artificio viene a ser

$$\text{cotg } a \text{ sen } c = \cos c \left[ \cos B + \text{sen B} \frac{\text{cotg A}}{\cos c} \right].$$

Y poniendo

$$\frac{\text{cotg A}}{\cos c} = \text{tg } y, \quad (c)$$

tendremos

$$\operatorname{cotg} a = \frac{\operatorname{cotg} c}{\operatorname{cotg} y} \cos (B - y). \qquad (d)$$

Hallar C. La relación conveniente debe ligar los tres ángulos y un lado; la pertinente es :

$$\cos C = -\cos A \cos B + \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B \cos c. \qquad (III)$$

La que podría calcularse directamente con los logaritmos de Gauss. Para el cálculo usual, sacaremos cos A o cos B a factor común del segundo miembro,

$$\cos C = \cos A \left[ - \cos B + \frac{\operatorname{sen} A}{\cos A} \operatorname{sen} B \cos c \right].$$

Y poniendo

$$\operatorname{tg} A \cos c = \operatorname{cotg} z \qquad (e)$$

vendrá

$$\cos C = \cos A \left[ - \cos B + \frac{\cos z}{\operatorname{sen} z} \operatorname{sen} B \right] = \frac{\cos A}{\operatorname{sen} z} \operatorname{sen} (B - z). \qquad (f)$$

Estas seis fórmulas resuelven el caso considerado.

*Cálculo de b.* —

$$\log \operatorname{tg} x = \log \operatorname{cotg} B + \operatorname{colog} \cos c,$$

$$\log \operatorname{cotg} b = \log \operatorname{cotg} c + \log \cos (A - x) + \operatorname{colog} \cos x$$

$$c = \phantom{1}72°43'48''$$

$$A = 106°15'59''$$

$$B = 125°\ \ 2'\ \ 1''.$$

Los datos eran :

$$c = 72°43'48'', \qquad A = 106°15'59'', \qquad B = 125°2'1''.$$

*Cálculo del lado b.* — Tomando logaritmos en (*a*) y (*b*) tenemos :

$$\log \operatorname{tg} x = \log \operatorname{cotg} B + \operatorname{colog} \cos c \qquad (a')$$

$$\log \operatorname{cotg} b = \log \operatorname{cotg} c + \log \cos (A - x) \operatorname{colog} \cos x \qquad (b')$$

$$\log \operatorname{cotg} B = \bar{1},845768\ (n)$$
$$\operatorname{colog} \cos = 0,527427$$
$$\log \operatorname{tg} x = 0,373195$$
$$2851$$
$$344$$

$$x \text{ tab.} = 67° \ 2'59''$$
$$180°$$
$$x = 112°57'01''$$

$$\log \operatorname{cotg} c = \bar{1},492608$$
$$\log \cos (A - x) = \bar{1},997039$$
$$\operatorname{colog} \cos x = 0,409011 \ (n)$$
$$\log \operatorname{cotg} b = \bar{1},898658$$
$$789$$
$$131$$

$$b \text{ tab.} = 51°37'30''$$
$$180°$$
$$b = 128°22'30''$$

*Cálculo del lado a.* — Tomando logaritmos de ($c$) y ($d$) se tiene :

$$\log \operatorname{tg} y = \log \operatorname{cotg} A + \operatorname{colog} \cos c \qquad (c')$$

$$\log \operatorname{cotg} a = \log \operatorname{cotg} c + \log \cos (B - y) + \operatorname{colog} \cos y \qquad (d')$$

$$\log \operatorname{cotg} A = \bar{1},465061 \ (n)$$
$$\operatorname{colog} \cos c = 0,527427$$
$$\log \operatorname{tg} y = \bar{1},992488$$
$$20$$
$$68$$

$$y \text{ tab.} = 44°30'16''$$
$$180°$$
$$y = 135°29'44''$$

$$\log \operatorname{cotg} c = \bar{1},492608$$
$$\log \cos (B - y) = \bar{1},992719$$
$$\operatorname{colog} \cos y = 0,146787 \ (n)$$
$$\log \operatorname{cotg} a = \bar{1},632114$$
$$202$$
$$288$$

$$a \text{ tab.} = 66°47'49''$$
$$180°$$
$$a = 113°12'11''$$

*Cálculo del ángulo* C. — Tomando logaritmos en ($e$) y ($f$), viene :

$$\log \operatorname{cotg} z = \log \cos c + \log \operatorname{tg} A \qquad (e')$$

$$\log \cos C = \log \cos A + \log \operatorname{sen} (B - z) + \operatorname{colog} \operatorname{sen} z \qquad (f')$$

$$\begin{aligned} \log \cos c &= \bar{1},472573 \\ \log \operatorname{tg} A &= 0,534939\ (n) \\ \hline \log \operatorname{cotg} z &= 0,007512 \\ & \quad\quad\quad 80 \\ & \quad\quad\quad 68 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z \text{ tab.} &= \ \ 44°30'26'' \\ & \quad 180° \\ \hline z &= 135°29'44'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \cos A &= \bar{1},447319\ (n) \\ \log \operatorname{sen} (B - z) &= \bar{1},259073\ (n) \\ \operatorname{colog} \operatorname{sen} z &= 0,154304 \\ \hline \log \cos C' &= \bar{2},860696 \\ & \quad\quad\quad 1283 \\ & \quad\quad\quad 587 \end{aligned}$$

$$C' = 85°50'20''.$$

Comparando los valores así hallados a los antes obtenidos, vemos que concuerdan.

59. *Significado de las fórmulas empleadas en el método usual.* — Para calcular el lado $b$ hemos partido de las expresiones :

$$\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{cotg} B}{\cos c} \qquad (a)$$

y

$$\operatorname{cotg} b = \frac{\operatorname{cotg} c}{\cos x} \cos (A - x). \qquad (b)$$

La primera puede escribirse sucesivamente así :

$$\cos c \operatorname{tg} x = \operatorname{cotg} B, \qquad \cos c = \operatorname{cotg} B \operatorname{cotg} x. \qquad (a')$$

Bajo esta forma reconocemos que $\operatorname{cotg} x$ es la cotangente del primer ángulo vertical $V_1$ cuando el perpendículo se baja desde A, lo que vimos que puede hacerse.

La fórmula (*b*) equivale sucesivamente a

$$\cot b \cos x = \cot c \cos (A - x) \qquad \text{o} \qquad \frac{\cos x}{\operatorname{tg} b} = \frac{\cos (A - x)}{\operatorname{tg} c}.$$

Como $x$ es el primer ángulo vertical $V_1$ cuando el perpendículo se baja desde A al lado opuesto o a su prolongación, $A - x$ o $x - A$, según que el perpendículo sea interno o externo, representará al segundo ángulo vertical $V_2$, y así descubrimos que la proporción que antecede es la relación cuarta del número 54.

Para calcular el lado $a$ hemos partido de las fórmulas

$$\operatorname{tg} y = \frac{\cot A}{\cos c} \qquad (c)$$

y

$$\cot a = \frac{\cot c}{\cos y} \cos (B - y). \qquad (d)$$

La primera equivale sucesivamente a

$$\cos c \operatorname{tg} y = \cot A \qquad \text{o} \qquad \cos c = \cot A \cot y,$$

y en esta última forma, reconocemos que $y$ es el primer ángulo vertical $V_1$ cuando el perpendículo se baja desde B al lado opuesto $b$ o a su prolongación.

La fórmula (*d*) será ahora

$$\frac{\cot a}{\cot c} = \frac{\cos (B - y)}{\cos y} = \frac{\cos (B - V_1)}{\cos V_1} = \frac{\cos (V_1 - B)}{\cos V_1}.$$

Y $B - V_1$ o $V_1 - B$ representa el segundo ángulo vertical $V_2$ según que el perpendículo sea interior o exterior.

La proporción equivale a

$$\operatorname{tg} c : \operatorname{tg} a :: \cos V_2 : \cos V_1,$$

en la que reconocemos la misma relación cuarta del número 54.

El cálculo de C hizo necesarias las fórmulas

$$\cot z = \operatorname{tg} A \cos c \qquad (e)$$

y

$$\cos C = \frac{\cos A \operatorname{sen} (B - z)}{\operatorname{sen} z}. \qquad (f)$$

La primera equivale a

$$\cos c = \cot z \cot A \qquad \text{o} \qquad \cot z = \cot V_1,$$

es decir, que $z$ representa el primer ángulo vertical $V_1$ cuando el perpendículo se baja desde B.

Es evidente ahora que $B - z$ o $z - B$ es el segundo ángulo vertical $V_2$, conviniendo $B - z$ al caso de ser el perpendículo interno y $z - B$ al de ser externo.

Vemos, pues, que la fórmula resolvente del triángulo esférico, en el caso primero considerado, empleando el procedimiento usual, es la misma o equivalente a las olvidadas, y que estos nuestros razonamientos esperamos que tengan la virtud de volverlas a poner en honor, si demostramos que lo mismo ocurre para los demás casos.

60. Caso 2°. — Se dan dos lados y el ángulo comprendido. Sea el lado $a$ de 71°13′55″, el otro $c$ de 114°42′46″ y el ángulo comprendido B de 128°12′01″.

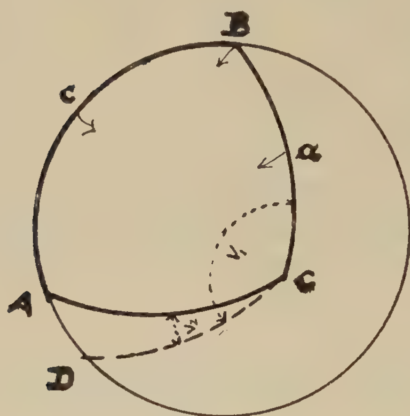


Fig. 25

El perpendículo puede trazarse (fig. 25), desde A o desde C, lo trazaremos desde C. En general, podría caer dentro o fuera de la base AB. Para averiguarlo se halla, ante todo, el primer segmento $s_1$ por la relación

$$\text{tg}\, s_1 = \text{tg}\, a \cos B.$$

Supondremos para variar que hacemos uso de tablas cuyo radio no es la unidad. La fórmula anterior se convertirá en tal virtud en

$$R \,.\, \text{tg}\, s_1 = \text{tg}\, a \cos B$$

∴

$$\text{tg}\, s_1 = \frac{\text{tg}\, a \,.\, \cos B}{R}; \qquad R = 10^{10}.$$

$$\log \text{tg}\, s_1 = \log \text{tg}\, a + \log \cos B - \log R.$$

$$\log \text{tg}\ 71°13'55'' = 0{,}46876$$
$$\log \cos 128°12'01'' = \underline{9{,}79128}\ (n)$$
$$\log \text{tg}\, s_1 = 0{,}26004$$
$$\frac{8}{4}$$

$$
\begin{aligned}
s_1 \text{ tab.} &= \phantom{1}61^\circ 12' 43'' \\
& \phantom{=1}\underline{180^\circ} \\
s_1 &= 118^\circ 47' 17''
\end{aligned}
$$

Como $s_1$ resulta mayor que la base $c$, el perpendículo cae *fuera*.

Para hallar el segundo segmento $s_2$, bastará restar la base $c$ del primero

$$s_2 = s_1 - c = 118^\circ 47' 17'' - 114^\circ 42' 46'' = 4^\circ 4' 31''.$$

*Cálculo del primer ángulo vertical* $V_1$. — La formula

$$\text{cotg } V_1 = \text{tg B} \cos a$$

se convierte en

$$\text{R . cotg } V_1 = \text{tg B} \cos a$$

o

$$\text{cotg } V_1 = \frac{\cos a \text{ tg B}}{\text{R}},$$

y tomando logaritmos

$$\log \text{cotg } V_1 = \log \cos a + \log \text{tg B} - \log \text{R}, \qquad \log \text{R} = 10.$$

$$
\begin{aligned}
\log \cos \phantom{1}71^\circ 13' 55'' &= 9{,}50749 \\
\log \text{tg } 128^\circ 12' 01'' &= \underline{0{,}10406} \; (n) \\
\log \text{cotg } V_1 &= 9{,}61155 \\
& \phantom{= 9{,}611}\underline{60} \\
& \phantom{= 9{,}6115}5
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
V_1 \text{ arc tab.} &= \phantom{1}67^\circ 45' 45'' \\
& \phantom{=1}\underline{180^\circ} \\
V_1 &= 112^\circ 14' 14''
\end{aligned}
$$

*Cálculo del segundo ángulo vertical* $V_2$. — Se aplicará la relación

$$\text{tg } s_1 : \text{tg } s_2 = \text{tg } V_1 : \text{tg } V_2$$

$$\log \text{tg } V_2 = \log \text{tg } V_1 + \log \text{tg } s_2 + \log \text{cotg } s_1.$$

$$
\begin{aligned}
\log \text{tg } 112^\circ 14' 14'' &= 0{,}38839 \; (n) \\
& \phantom{= 0{,}3883}2 \\
\log \text{tg } 4^\circ \; 4' 31'' &= 8{,}85273 \\
& \phantom{= 8{,}8527}3 \\
\log \text{cotg } 118^\circ 47' 17'' &= \underline{9{,}73995} \; (n) \\
\log \text{tg } V_2 &= 8{,}98109 \\
& \phantom{= 8{,}98}\underline{092} \\
& \phantom{= 8{,}981}17
\end{aligned}
$$

$$V_2 = 5^\circ 28' 8''.$$

Conocidos $V_1$ y $V_2$, el ángulo C viene dado por la diferencia

$$V_1 - V_2 = C$$

$$C = 112°14'14'' - 5°28'8'' = 106°46'6''.$$

*Cálculo del segundo ángulo de la base* A. — Puede hallarse de varios modos. Por la relación entre segmentos y ángulos de la base (54, 1ª). Por la proporción entre ángulos verticales y ángulos (54, 6ª) de la base o por el triángulo esférico rectángulo CDA en que se conocen el segundo segmento $s_2$ y el segundo ángulo vertical $V_2$; pero como en este último caso vendría dada la incógnita por el *seno*, la especie quedaría indeterminada, a menos que pudiéramos predecirla por otras consideraciones.

En efecto, el perpendículo CD debe ser obtuso por oponerse al ángulo B, obtuso también; el lado $AC = b$ será mayor que 90° necesariamente por oponerse al ángulo B mayor que 90°; pero el lado $b$ es la hipotenusa del triángulo esférico rectángulo CAD, luego siendo obtusa la hipotenusa, los ángulos $V_2$ y CAD adyacentes a ella, serán de distinta especie; y como $V_2$ es agudo CAD será obtuso, pero este ángulo es suplemento del A del triángulo BAC, luego el A de éste es necesariamente agudo, y por tanto, al resolver la ecuación

$$\cos V_2 = \operatorname{sen} CAD \cos s_3,$$

que da

$$\operatorname{sen} CAD = \frac{\cos V_2}{\cos s_2}$$

debemos tomar el valor tabular para obtener el triángulo BAC que es el que deseamos calcular.

Restableciendo el radio es

$$\operatorname{sen} A = \frac{\cos V_2 . R}{\cos s_2},$$

y tomando logaritmos :

$$\log \operatorname{sen} A = \log \cos V_2 + \log R + \operatorname{colog} s_2 - \log R$$

$$\log \cos 5°28'\ 8'' = 9{,}99801$$
$$\operatorname{colog} \cos 4°\ 4'31 = 0{,}00110$$
$$\log \operatorname{sen} A = 9{,}99911$$

$$A = 86°20'20''.$$

*Cálculo del segundo lado b.* — Podemos hallarlo de varias maneras. Por la relación entre segmentos y lados; por la de los senos, pues debe

ser $b$ de la especie de B que es conocida; por la de los ángulos verticales con los lados, y aun por el triángulo esférico rectángulo ADC en que se conocerá $V_2$ y $s_2$. Nos valdremos de éste porque a causa de la pequeñez de los catetos, viene el lado bien determinado en función del seno, ya que la fórmula es

$$\text{sen}\, s_2 = \text{sen}\, b\, \text{sen}\, V_2;$$

$$\text{sen}\, b = \frac{\text{sen}\, s_2}{\text{sen}\, V_2}$$

que, restableciendo el radio, viene a ser

$$\text{sen}\, b = \frac{R\,.\,\text{sen}\, s_2}{\text{sen}\, V_2},$$

$$\log \text{sen}\, b = \log \text{sen}\, s_2 + \log R + \text{colog sen}\, V_2 - \log R$$

$$\begin{aligned} \text{colog sen}\, 5°28'\ 8'' &= 1{,}02088 \\ \text{colog sen}\, 4°\ 4'31'' &= \underline{8{,}85164} \\ \log \text{sen}\, b &= 9{,}87252 \end{aligned}$$

$$b = 48°12'45''\ (\text{tab.})$$

Debemos tomar el suplemento

$$\begin{aligned} &180° \\ &\underline{\ 48°12'45''} \\ b = &131°47'15'' \end{aligned}$$

Queda así resuelto el triángulo.

61. Procedamos ahora según el método usual.

*Hallar el ángulo* C. — Se calcula por una de las relaciones que ligan cuatro elementos consecutivos; es la que se expresa por la fórmula

$$\text{cotg}\, c\, \text{sen}\, a = \cos a \cos B + \text{sen}\, B\, \text{cotg}\, C$$

$$\text{sen}\, B\, \text{cotg}\, C = \text{cotg}\, c\, \text{sen}\, a - \cos a \cos B. \qquad \text{(I)}$$

Debe sacarse a factor común en el segundo miembro cos B. Así viene :

$$\text{sen}\, B\, \text{cotg}\, C = \cos B \left[\frac{\text{cotg}\, c}{\cos B}\, \text{sen}\, a - \cos a\right].$$

Poniendo ahora

$$\frac{\text{cotg}\, c}{\cos B} = \text{cotg}\, x \qquad (a)$$

$$\text{sen B cotg C} = \cos \text{B} [\text{cotg}\, x \,\text{sen}\, a - \cos a] =$$

$$= \cos \text{B} \left[\frac{\cos x}{\text{sen}\, x} \text{sen}\, a - \cos a\right] = \frac{\cos \text{B}}{\text{sen}\, x} [\text{sen}\, a \cos x - \cos a \,\text{sen}\, x] =$$

$$= \frac{\cos \text{B}}{\text{sen}\, x} \text{sen}\, (a - x)$$

$$\text{cotg C} = \frac{\text{cotg B}}{\text{sen}\, x} \text{sen}\, (a - x). \qquad (b)$$

Las fórmulas $(a)$ y $(b)$ resuelven la cuestión.

*Hallar* A. La relación es de la misma especie que la anterior :

$$\text{cotg}\, a \,\text{sen}\, c = \cos c \cos \text{B} + \text{sen B cotg A}$$

$$\text{sen B cotg A} = \text{cotg}\, a \,\text{sen}\, c - \cos c \cos \text{B}.$$

Se saca a factor común cos B en el segundo miembro :

$$\text{sen B cotg A} = \cos \text{B} \left[\frac{\text{cotg}\, a}{\cos \text{B}} \text{sen}\, c - \cos c\right].$$

Y poniendo

$$\frac{\text{cotg}\, a}{\cos \text{B}} = \text{cotg}\, y \qquad (c)$$

la anterior se convierte en

$$\text{sen B cotg A} = \cos \text{B} [\text{cotg}\, y \,\text{sen}\, c - \cos c] =$$

$$= \frac{\cos \text{B}}{\text{sen}\, y} [\cos y \,\text{sen}\, c - \cos c \cos y]$$

$$\text{cotg A} = \frac{\text{cotg B}}{\text{sen}\, y} \text{sen}\, (c - y). \qquad (d)$$

*Hallar b*. La relación a emplearse debe ligar tres lados y un ángulo; de las tres de esta especie la pertinente es :

$$\cos b = \cos a \cos c + \text{sen}\, a \,\text{sen}\, c \cos \text{B}$$

que podría calcularse con logaritmos de Gauss.

Para el cálculo ordinario sacaremos cos $a$ o cos $b$ como factor común en el segundo miembro :

$$\cos b = \cos a \left[\cos c + \frac{\text{sen}\, a}{\cos a} \cos \text{B} \,\text{sen}\, c\right]$$

y pondremos

$$\text{tg}\, z = \text{tg}\, a \cos \text{B} \qquad (e)$$

con la cual la anterior viene a ser

$$\cos b = \frac{\cos a}{\cos z}[\cos c \cos z + \operatorname{sen} c \operatorname{sen} z] = \frac{\cos a}{\cos z}\cos(c - z). \qquad (f)$$

Apliquemos las fórmulas (*a*), (*b*), (*c*), (*d*) a los mismos datos del primer triángulo.

*Cálculo del ángulo* C. — Tomando logaritmos en (*a*) y (*b*) se tiene :

$$\log \operatorname{cotg} x = \log \operatorname{cotg} c + \operatorname{colog} \cos B \qquad (a')$$

$$\log \operatorname{cotg} C = \log \operatorname{cotg} B + \log \operatorname{sen}(a - x) + \operatorname{colog} \operatorname{sen} x$$

$$\begin{aligned} \log \operatorname{cotg} 114°42'46'' &= 9{,}66296\ (n) \\ \operatorname{colog} \cos 128°12'\ 1'' &= \underline{0{,}20872}\ (n) \\ \log \operatorname{cotg} x &= 9{,}87168 \\ & \qquad\ \ \underline{31} \\ & \qquad\quad 7 \end{aligned}$$

$$x = 53°20'43''$$

$$\begin{aligned} a &= 71°13'55'' \\ x &= \underline{53°20'43''} \\ a - x &= 17°53'12'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \operatorname{cotg} 128°12'01'' &= 9{,}89593\ (n) \\ \log \operatorname{sen} 17°53'12'' &= 9{,}48733 \\ \operatorname{colog} \operatorname{sen} 53°20'43'' &= \underline{0{,}09570} \\ \log \operatorname{cotg} C &= 9{,}47896 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C = \text{tab.} &= \ \ 73°14'01'' \\ & \quad \underline{180°\qquad\quad} \\ C &= 106°45'59'' \end{aligned}$$

*Cálculo del ángulo* A. — Tomando logaritmos en (*c*) y (*d*), se tiene :

$$\log \operatorname{cotg} y = \operatorname{tg} \operatorname{cotg} a + \operatorname{colog} \cos B \qquad (c')$$

$$\log \operatorname{cotg} A = \log \operatorname{cotg} B + \log \operatorname{sen}(c - y) + \operatorname{colog} \operatorname{sen} y \qquad (d')$$

$$\begin{aligned} \log \operatorname{cotg} 71°13'55'' &= 9{,}53119 \\ \operatorname{colog} \cos 128°12'01'' &= \underline{0{,}20872}\ (u) \\ \log \cot y &= 9{,}73991 \end{aligned}$$

$$y \text{ arc tab.} = \ \ 61°12'53''$$

$$\begin{aligned} & \underline{180°\qquad\quad} \\ y &= 118°47'07'' \end{aligned}$$

$$c = 114°42'46''$$
$$y = 118°47'07''$$
$$c - y = -\quad 4°05'21''$$

$$\log \text{cotg } 128°12'01'' = 9{,}89593\ (n)$$
$$\log \text{sen } (c - y) = 4°05'21'' = 8{,}85314\ (n)$$
$$\text{colog sen } y = 118°47'07'' = 0{,}05729$$
$$\log \text{cotg A} = 8{,}80636$$
$$041$$
$$05$$
$$\text{A} = 86°20'12''.$$

*Cálculo del lado b.* — Tomando logaritmos en ($e$) y ($f$) sale :

$$\log \text{tg } z = \log \text{tg } a + \log \cos \text{B} \qquad (e')$$

$$\log \cos b = \log \cos a + \log \cos (c - z) + \text{colog} \cos z \qquad (f')$$

$$\log \text{tg } 71°13'55 = 0{,}46880$$
$$\log \cos 128°12'01'' = 9{,}79128\ (n)$$
$$\log \text{tg } z = 0{,}26008$$

$$z \text{ arc tab.} = \quad 61°12'53''$$
$$180°$$
$$z = 118°47'10''$$

$$\log \cos 71°13'55'' = 9{,}50749$$
$$\log \cos 4°04'24'' = 9{,}99890$$
$$\text{colog} \cos 118°47'10'' = 0{,}31737\ (n)$$
$$\log \cos b = 9{,}82376$$

$$b \text{ arc tab.} = \quad 48°12'25''$$
$$180°$$
$$b = 131°47'35''$$

$$c = 114°42'46''$$
$$z = 118°47'10''$$
$$c - z = -\quad 4°04'24''$$

$$\cos (c - z) = \cos (z - c)$$

$$z - c = 4°04'24''.$$

El cálculo se ha hecho con las tablas de Callet, limitando la mantisa a cinco decimales.

Comparando los valores obtenidos por ambos métodos observamos que concuerdan.

62. Tratemos ahora de explicarnos el significado ds las fórmulas que intervienen en la resolución usual de este problema

La ($a$)

$$\operatorname{cotg} x = \frac{\operatorname{cotg} c}{\cos B},$$

puede escribirse

$$\operatorname{tg} x = \cos B \operatorname{tg} c. \qquad (a')$$

Pero esta expresión no es más que la respectiva del primer segmento obtenido, bajando el perpendículo desde A, el cual por la identidad de especie de B y C debe caer dentro de la base $a$, en el ejemplo numérico propuesto.

Por otra parte, la expresión ($b$)

$$\operatorname{cotg} C = \frac{\operatorname{cotg} B}{\operatorname{sen} x} \operatorname{sen}(a - x),$$

equivale a

$$\operatorname{tg} C = \frac{\operatorname{sen} x \operatorname{tg} B}{\operatorname{sen}(a - x)},$$

y ésta a

$$\operatorname{tg} C : \operatorname{tg} B = \operatorname{sen} x : \operatorname{sen}(a - x).$$

Como $x$ es el primer segmento y $(a - x)$ el segundo, reconocemos en esta analogía (1) la primera relación del número 54, 1°, pues C es el segundo ángulo de la base y B el primero.

La fórmula ($c$)

$$\operatorname{cotg} y = \frac{\operatorname{cotg} a}{\cos B},$$

puede escribirse

$$\operatorname{tg} y = \cos B \operatorname{tg} a \qquad (e')$$

y bajo esta forma reconocemos que es la expresión del primer segmento $s_1$ cuando el perpendículo se baja desde C a la base $c$ o a su prolongación.

Por otra parte, la ($d$) que es

$$\operatorname{cotg} A = \frac{\operatorname{cotg} B \operatorname{sen}(c - y)}{\operatorname{sen} y}$$

(1) *Analogía,* significaba, para los matemáticos antiguos, *proporción.*

igual a

$$\operatorname{tg} A = \frac{\operatorname{sen} y \operatorname{tg} B}{\operatorname{sen} (c - y)}$$

que, a su vez, podemos escribir

$$\operatorname{tg} A : \operatorname{tg} B = \operatorname{sen} y : \operatorname{sen} (c - y)$$

que es la relación entre segmentos y ángulos de la base (54, 1ª).

La (*e*)

$$\operatorname{tg} z = \operatorname{tg} a \cos B$$

es evidentemente la expresión del primer segmento $s_1$ cuando el perpendículo se baja desde C.

Y la ecuación (*f*)

$$\cos b = \frac{\cos a}{\cos z} \cos (c - z)$$

escrita bajo la forma

$$\cos z : \cos a = \cos (c - z) : \cos b$$

o bien

$$\cos z : \cos (c - z) :: \cos a : \cos b$$

nos permite reconocer la relación entre segmentos y lados (nº 54, 2º).

63. Caso 3º. — Se dan dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos. Sean *a* y *c* los lados y A el ángulo. Se pide el lado *b* y los ángulos B y C (fig. 26).

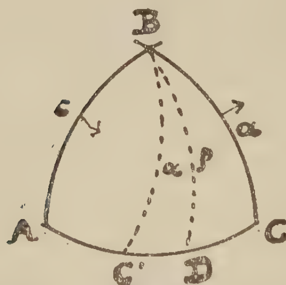



Fig. 26

El perpendículo se ha de bajar desde B, y caerá *dentro* del triángulo, si la suma de los dos lados es mayor que 180° y el ángulo conocido es obtuso y está opuesto al menor de dichos lados (44, 1ª), o bien, si (44, 2ª) la suma de los dos lados es menor que 180° y el ángulo conocido es agudo y está opuesto al mayor de dichos lados.

El perpendículo caerá *fuera* del triángulo : si la suma de los dos lados es mayor que 180° y el ángulo conocido es agudo y está opuesto al menor de dichos lados (44) ; o bien, si la suma de los dos lados es menor que 180° y el ángulo conocido es obtuso y está opuesto al mayor de dichos lados.

Además : si la suma de los dos lados es *mayor* que 180° y el ángulo conocido está opuesto al *mayor* lado ; o bien, si la suma de los dos la-

dos es *menor* que 180° y el ángulo conocido está opuesto al lado *menor,* queda (49) indeterminada la posicion del perpendículo, pues en ambos casos serán *dos* los *triángulos* que convendrán a los mismos datos, y el problema será indeterminado. Por estas razones, se llama éste el *caso dudoso de la trigonometría esférica.*

En los dos casos que resultan dos triángulos con los mismos datos, se resolverán ambos, teniendo presente que el pie del perpendículo lo será el punto medio de la base interceptada por los segundos lados de los dos triángulos.

64. Resolveremos uno de los casos de indeterminación.

Un ángulo de un triángulo esférico oblicuángulo es de 23°27′14″, su lado adyacente es de 41°4′16″ y su lado opuesto es de 25°7′33″. Hallar los demás elementos.

Construyamos, aproximadamente, el triángulo (fig. 27):

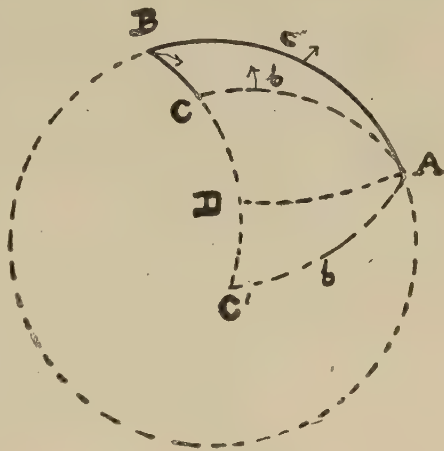


Fig. 27

$$B = 23°27'14''; \qquad c = 41°4'16''; \qquad b = 25°7'33''.$$

*Hallaremos el primer segmento $s_1$:*

$$\text{tg}\, s_1 = \text{tg}\, c \cos B \qquad \text{o} \qquad R \,.\, \text{tg}\, s_1 = \text{tg}\, c \cos B,$$

$$\log \text{tg}\, s_1 = \log \text{tg}\, c + \log \cos B - 10.$$

$$\log \text{tg}\, 41°\ 4'16'' = 9{,}94024$$
$$\log \cos 23°27'14'' = \underline{9{,}96255}$$
$$\log \text{tg}\, s_1\ 38°38'28'' = 9{,}90279$$

*Hallar el segundo segmento $s_2$:*

$$\cos c : \cos b :: \cos s_1 : \cos s_2; \qquad \cos s_2 = \frac{\cos b \cos s_1}{\cos c},$$

$$\log \cos s_2 = \log \cos b + \log \cos s_1 + \text{colog} \cos c =$$
$$= \log \cos b + \log \cos s_1 + \log \sec c.$$

$$\begin{aligned} \log \cos 25° \ \ 7'35'' &= 9{,}95683 \\ \log \cos 38°38'28'' &= 9{,}89268 \\ \log \sec 41° \ \ 4'16'' &= 0{,}12266 \\ &\quad\ \ \underline{\phantom{0000}3} \\ \log \cos s_2 &= 9{,}97220 \end{aligned}$$

$$s_2 = 20°17'$$

$$BC = BD - CD = s_1 - s_2$$

$$s_1 - s_2 = BC = 18°21'28''$$

$$s_1 + s_2 = BC' = 58°55'28''$$

*Hallar el primer ángulo vertical* $V_1$ *:*

$$\cot V_1 = \cos c \operatorname{tg} B \qquad \text{o} \qquad \cot V_1 = \frac{\cos c \operatorname{tg} B}{R},$$

$$\log \cot V_1 = \log \cos c + \log \operatorname{tg} B - 10.$$

$$\begin{aligned} \log \cos 41° \ \ 4'16'' &= 9{,}87731 \\ \log \operatorname{tg} 23°27'14'' &= 9{,}63726 \\ &\quad\ \ \underline{\phantom{0000}8} \\ \log \cot V_1 &= 9{,}51465 \\ &\quad\ \ \underline{\phantom{000}78} \\ &\quad\ \ \phantom{000}13 \end{aligned}$$

$$V_1 = 71°53'18''.$$

*Hallar el segundo ángulo vertical* $V_2$*:* Puede calcularse de varios modos. Por la relación entre segmentos y ángulos verticales; por la de ángulos verticales y lados; o por el triángulo esférico rectángulo ADC en que se conocen $b = AC$, $DB' = s_2$.

$$\operatorname{sen} s_2 = \operatorname{sen} b \operatorname{sen} V_2 \qquad \text{o} \qquad R \operatorname{sen} s_2 = \operatorname{sen} b \operatorname{sen} V_1$$

$$\log \operatorname{sen} V_2 = \log \operatorname{sen} s_2 + 10 - \log \operatorname{sen} b = \log \operatorname{sen} s_2 + \operatorname{colog} \operatorname{sen} b =$$
$$= \log \operatorname{sen} s_2 + \log \operatorname{cosec} b.$$

$$\begin{aligned} \text{los sen } (s\ 20°17') &= 9{,}53991 \\ \log \operatorname{cosec} (b\ 25°7'35'') &= 0{,}37189 \\ &\quad\ \ \underline{\phantom{000}11} \\ \log \operatorname{sen} V_2 &= 9{,}91191 \\ &\quad\ \ \underline{\phantom{000}85} \\ &\quad\ \ \phantom{0000}6 \end{aligned}$$

$$V_2 = 54°43'40''.$$

Los dos ángulos BAC y BAC′ son respectivamente :

$$BAC = V_1 - V_2 = 71°53'18'' - 54°43'40'' = 17°09'38''$$

$$BAC' = V_1 + V_2 = 126°36'58''.$$

*Hallar los segundos ángulos de la base* C *o* C′*:* Pueden calcularse por medio de la relación entre segmentos y ángulos de la base, o de la que hay entre ángulos verticales y ángulos de la base, o por la fórmula de los senos, que no es conveniente, o por los triángulos esféricos rectángulos iguales DAC, DAC′ en que se conocen $b$ y $s_2$, o $b$ y $V_2$.

Resolviendo el triángulo ADC′, hallaremos, pues, el verdadero valor de C′; resolviendo el ADC, debe tomarse el suplemento del valor que para C se obtenga, lo que hace palpable la figura.

$$\operatorname{tg} b \cos C' = \operatorname{tg} s_2 \qquad \text{o} \qquad \operatorname{tg} s_2 = \frac{\operatorname{tg} b \cos C'}{R};$$

$$\cos C' = \frac{R \operatorname{tg} s_2}{\operatorname{tg} b}; \qquad \cos C' = R \operatorname{tg} s_2 \operatorname{cotg} b;$$

$$\log \cos C' = 10 + \log \operatorname{tg} s_2 + \log \operatorname{cotg} b.$$

$$\begin{array}{rr} \log \operatorname{tg} s_2 = 20°17' \quad = & 9,56771 \\ \log \operatorname{cotg} b = 25° \; 7'35'' = & 9,32869 \\ & 19 \\ \hline \log \cos C' = & 9,89659 \\ & 67 \\ \hline & 4 \end{array}$$

$$C' = 37°59'24''$$

$$C = 180° - C' = 142°00'36''.$$

65. Procedamos ahora según el método usual.

*Hallamos el ángulo (o ángulos)* C*:* Aplicando la relación de los senos, se tiene :

$$\operatorname{sen} b : \operatorname{sen} B = \operatorname{sen} c : \operatorname{sen} C \qquad \text{(I)}$$

$$\operatorname{sen} C = \frac{\operatorname{sen} B \operatorname{sen} c}{\operatorname{sen} b}. \qquad (a)$$

Como la incógnita viene dada por su seno, no queda bien determinada, y le corresponderá, en general, tanto el valor tabular como el suplementario. Deberemos, pues, examinar con cuidado los datos para descubrir el caso en que nos encontramos de los indicados en el número 63.

Hallado, pues, el valor, o los dos valores del ángulo C, podremos calcular el ángulo A, por ejemplo, por la relación

$$\cot b \operatorname{sen} c = \cos c \cos A + \operatorname{sen} A \cot B \qquad \text{(II)}$$

$$\cot b \operatorname{sen} c = \cos c \left[\cos A + \operatorname{sen} A \frac{\cot B}{\cos c}\right].$$

Poniendo

$$\frac{\cot B}{\cos c} = \cot x, \qquad (b)$$

se tiene :

$$\cot b \operatorname{sen} c = \frac{\cos c}{\operatorname{sen} x}[\cos A \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} A \cos x] = \frac{\cos c}{\operatorname{sen} x} \operatorname{sen} A\,(A + x),$$

de donde

$$\operatorname{sen}(A + x) = \cot b \operatorname{tg} c \operatorname{sen} x. \qquad (c)$$

Esta expresión dará, en general, dos valores para $A + x$, el tabular y su suplementario, de donde surgirán otros tantos para A.

Para hallar el valor o valores de $a$, disponemos de la relación

$$\cos b = \cos a \cos c + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} c \cos B \qquad \text{(III)}$$

$$\cos b = \cos c \left[\cos a + \operatorname{sen} a \frac{\operatorname{sen} c}{\cos c} \cos B\right],$$

y poniendo

$$\operatorname{tg} c \,.\, \cos B = \cot y, \qquad (d)$$

resulta :

$$\cos b = \cos c \left[\cos a + \frac{\cos y}{\operatorname{sen} y} \operatorname{sen} a\right] = \frac{\cos c}{\operatorname{sen} y} \operatorname{sen}(a + y),$$

de donde

$$\operatorname{sen}(a + y) = \frac{\cos b \operatorname{sen} y}{\cos c}, \qquad (e)$$

y obtendremos para $a + y$ dos valores, en general, que originarán otros tantos para $a$.

66. Apliquemos estos resultados al cálculo del triángulo cuyos datos son :

$$c = 41°4'16'', \qquad b = 25°7'35'', \qquad B = 23°27'14''.$$

Hallar C. Tomando logaritmos de $(a)$ se tiene :

$$\log \operatorname{sen} C = \log \operatorname{sen} B + \log \operatorname{sen} c + \log \operatorname{cosec} b \qquad (a')$$

$$\log \operatorname{sen} (B = 23°27'14'' = 9{,}59983$$
$$7$$
$$\log \operatorname{sen} (c = 41° \ 4'16'' = 9{,}81752$$
$$4$$
$$\log \operatorname{cosec} (b = 25° \ 7'35'' = 0{,}37189$$
$$11$$
$$\log \operatorname{sen} C = 9{,}78946$$
$$34$$
$$12$$
$$C = 38°00'45''$$
$$180°$$
$$C = 141°59'15''$$

Hallar A. Tomando logaritmos de (*b*) y (*c*) se tiene :

$$\log \operatorname{cotg} x = \log \operatorname{cotg} b + \log \sec c \qquad (b')$$

$$\log \operatorname{sen} (A + x) = \log \operatorname{cotg} b + \log \operatorname{tg} c + \log \operatorname{sen} x \qquad (c')$$

$$\log \operatorname{cotg} 23°27'14'' = 0{,}36239$$
$$27$$
$$\log \sec 41° \ 4'16'' = 0{,}12266$$
$$3$$
$$\log \operatorname{cotg} x = 0{,}48535$$
$$65$$
$$30$$
$$x = 18°6'42''$$

$$\log \operatorname{cotg} 25°7'35'' = 0{,}32869$$
$$14$$
$$\log \operatorname{tg} 41°4'16'' = 9{,}94018$$
$$6$$
$$\log \operatorname{sen} 18°6'40'' = 9{,}49231$$
$$25$$
$$9{,}76163$$

$$\log \operatorname{sen} (A + x) = 35°16'$$

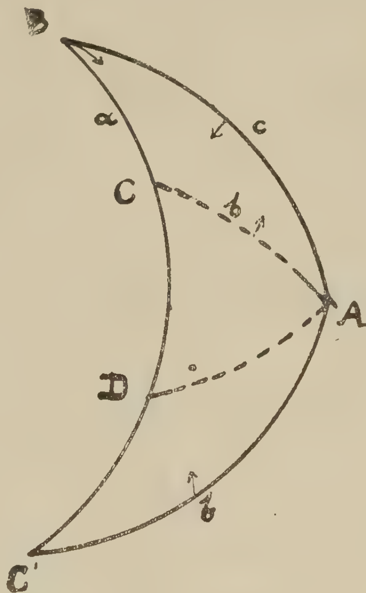


Fig. 28

$$A + x = 35°16'57''$$
$$180°$$
$$(A + x) = 144°43'03''$$

$$\begin{array}{r} \text{Restando de } 35°16'57'' \\ \text{el valor de } x = 18°\ \ 6'40'' \\ \hline A = 17°10'17'' \end{array}$$

Si del segundo valor de $A + x = 144°43'03''$ se resta $x = 18°6'40''$ viene el segundo valor de $A = 126°36'23''$.

Hallar $a$. Tomando logaritmos en ($d$) y ($e$) se tiene :

$$\log \operatorname{cotg} y = \log \operatorname{tg} c + \log \cos B \qquad (d')$$

$$\log \operatorname{sen} (a + y) = \log \cos b + \log \operatorname{sen} y + \log \sec c \qquad (e')$$

$$\begin{array}{r} \log \operatorname{tg} (c = 41°\ \ 4'16'') = 9{,}94025 \\ \log \cos (B = 23°27'14'') = 9{,}96252 \\ \hline \log \operatorname{cotg} y = 9{,}90277 \\ 94 \\ \hline 17 \end{array}$$

$$y = 51°21'38''$$

$$\begin{array}{r} \log \cos (b = 25°\ \ 7'35'') = 9{,}95680 \\ 3 \\ \log \operatorname{sen} (y = 51°21'28'') = 9{,}89270 \\ \log \sec (c = 46°\ \ 4'16'') = 0{,}12269 \\ \hline \log \operatorname{sen} (a + y) = 9{,}97222 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a + y = \ \ 69°43'30'' \\ 180° \qquad \\ \hline a + y = 110°27'30'' \end{array}$$

Si de $a + y = 69°43'30''$ se resta $y = 51°21'38''$ se tiene :

$$a = 18°21'54''.$$

Y si del segundo valor de $a + y = 110°17'30''$ se resta $y = 51°21'38''$ se obtiene :

$$a = 58°54'52''.$$

Los resultados son bastante concordantes, y lo serían más, si hubiéramos empleado tablas de siete decimales.

67. Pasemos ahora a explicar el significado de las fórmulas usuales en este caso.

($b$) es

$$\operatorname{cotg} x = \frac{\operatorname{cotg} B}{\cos c}$$

que puede escribirse

$$\cos c \operatorname{cotg} x = \operatorname{cotg} B; \qquad \cos c = \operatorname{cotg} B \operatorname{tg} x;$$

$$\cos c = \operatorname{cotg} B \operatorname{cotg} (90° - x).$$

Bajo esta forma descubrimos que el arco $(90° - x)$ viene a ser el primer ángulo vertical $V_1$.

Además, la relación que con la $(b)$ da el valor de $A + x$, que es:

$$\operatorname{sen} (A + x) = \operatorname{cotg} b \operatorname{tg} c \operatorname{sen} x \qquad (c)$$

podemos escribirla sucesivamente como sigue:

$$\frac{\operatorname{sen} (A + x)}{\operatorname{sen} x} = \operatorname{cotg} b \operatorname{tg} c = \frac{\operatorname{tg} c}{\operatorname{tg} b}. \qquad (c')$$

Y si en virtud de la relación

$$90° - x = V_1$$

ponemos

$$x = 90° - V_1,$$

la $(c')$ se convierte en

$$\frac{\operatorname{sen} (A + 90° - V_1)}{\operatorname{sen} (90° - V_1)} = \frac{\operatorname{tg} c}{\operatorname{tg} b}. \qquad (c'')$$

Y ésta equivale a

$$\frac{\cos (V_1 - A)}{\cos V_1} = \frac{\operatorname{tg} c}{\operatorname{tg} b}. \qquad (c''')$$

Y como $\cos (V_1 - A)$ es igual a $\cos (A - V_1)$, observamos que o $V_1 - A$ o $A - V_1$ es el segundo ángulo vertical $V_2$, llegando así a la relación conocida

$$\cos V_2 : \cos V_1 = \operatorname{tg} c : \operatorname{tg} b, \qquad (54, 4^a)$$

que nos llevaría al conocimiento del doble valor del ángulo A mediante el de los dos ángulos verticales.

La fórmula $(d)$ del método usual

$$\operatorname{cotg} y = \operatorname{tg} c \cos B \qquad (d)$$

equivale a

$$\operatorname{tg} (90° - y) \operatorname{tg} c \cos B, \qquad (d')$$

y así reconocemos que arco $90° - y$ es igual al primer segmento $s_1$;

$$90° - y = s_1. \qquad (\alpha)$$

La fórmula ($e$)

$$\operatorname{sen}(a+y)=\frac{\cos b \operatorname{sen} y}{\cos c} \qquad (e)$$

equivale a

$$\frac{\operatorname{sen}(a+y)}{\operatorname{sen} y}=\frac{\cos b}{\cos c}.$$

Y si en ésta ponemos en vez de $y$ su valor sacado de ($\alpha$)

$$y=90^\circ-s_1,$$

viene

$$\frac{\operatorname{sen}(a+90^\circ-s_1)}{\operatorname{sen}(90^\circ-s_1)}=\frac{\cos(s_1-a)}{\cos s_1}=\frac{\cos b}{\cos c}.$$

Como

$$\cos(s_1-a)=\cos(a-s_1),$$

será $s_1-a$ o $a-s_1$ el segundo segmento $s_2$; y así llegamos a la relación del número 54, 2ª :

$$\cos s_2 : \cos s_1 :: \cos b : \cos c.$$

Observamos, pues, que las fórmulas del sistema en uso vienen esencialmente a ser las mismas del *sistema injustamente olvidado,* en cuyo honor, nosotros, necesitadores de viejos conocimientos, venimos hoy *a romper una lanza.*

Pero es justo dejar sentado que las correlaciones que estamos estableciendo no las hemos encontrado en libros viejos ni nuevos, sino que son resultado de nuestras investigaciones sobre este asunto.

68. Caso 4°. — *Se dan dos ángulos y el lado opuesto a uno de ellos.* Puede reducirse al caso anterior por medio del triángulo esférico suplementario, pero lo resolveremos directamente.

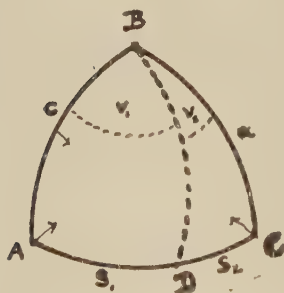


Fig. 29

Supongamos que los ángulos sean los A y C y el lado $c$ opuesto a C (fig. 29).

El perpendículo debe bajarse desde B. Si los ángulos A y C son de la misma especie, él caerá dentro del triángulo; si son de contraria especie, caerá fuera.

Si los datos son $c=48^\circ37'7'$, su ángulo adyacente $A=37^\circ51'18''$, y el ángulo opuesto a $c$ es de $70^\circ42'25''$, el perpendículo será interno.

*Hallar el primer segmento $s_1$ :* La relación es

$$\operatorname{tg} c \cos A = \operatorname{tg} s_1$$

o bien

$$\operatorname{tg} c \cos A = \operatorname{tg} s_1 . R; \qquad \operatorname{tg} s_1 = \frac{\operatorname{tg} c \cos A}{R}, \qquad (a)$$

y tomando logaritmos en $(a)$

$$\log \operatorname{tg} s_1 = \log \operatorname{tg} c + \log \cos A - \log R$$

$$\begin{array}{r} \log \operatorname{tg} 48°37'\ 7'' = 0{,}0549739 \\ 297 \\ \log \cos 37°51'18'' = 9{,}8973853 \\ 33 \\ \hline \log \operatorname{tg} s_1 = 9{,}9523922 \\ 621 \\ \hline 301 \end{array}$$

$$s_1 = 41°51'57''.$$

*Hallar el segundo segmento $s_2$:* Debemos valernos de la relación entre los segmentos y los ángulos de la base (nº 54, 1ª).

$$\operatorname{tg} C : \operatorname{tg} A :: \operatorname{sen} s_2 : \operatorname{sen} s_2, \qquad \operatorname{sen} s_2 = \frac{\operatorname{tg} A \operatorname{sen} s_1}{\operatorname{tg} C},$$

$$\operatorname{sen} s_2 = \operatorname{tg} A \operatorname{sen} s_1 \operatorname{cotg} C,$$

y tomando logaritmos

$$\log \operatorname{sen} s_2 = \log \operatorname{tg} A + \log \operatorname{sen} s_1 + \log \operatorname{cotg} C.$$

$$\begin{array}{r} 347 \\ \log \operatorname{tg} (A = 37°51'18'') = 9{,}8905082 \\ \log \operatorname{sen} (s_1 = 41°51'57'') = 9{,}8243623 \\ 165 \\ \log \operatorname{cotg} (C = 70°42'25'') = 9{,}5441074 \\ 338 \\ \hline \log \operatorname{sen} s_2 = 9{,}2590629 \end{array}$$

$$s_2 = 10°27'42''.$$

Como el perpendículo es interno, la base $b$ es igual a la suma de los segmentos

$$b = s_1 + s_2 = 52°19'39''.$$

*Hallar el segmento lado $a$:* Podemos calcularlo de varios modos : 1º por la relación de los senos (que no es conveniente); 2º por la que

hay entre segmentos y lados, y más sencillamente por el triángulo esférico rectángulo BDC en que se conocen el ángulo C y el segmento $s_2$, empleando la fórmula

$$\operatorname{tg} a \cos C = \operatorname{tg} s_2 \qquad \text{o} \qquad \operatorname{tg} a \cos C = R \operatorname{tg} s_2; \qquad \operatorname{tg} a = \frac{R \operatorname{tg} s_2}{\cos C};$$

y tomando logaritmos

$$\log \operatorname{tg} a = \log R + \log \operatorname{tg} s_2 = \operatorname{colog} \cos C - \log R.$$

$$\begin{aligned} \log \operatorname{tg} (s_2 = 10°27'42'') &= 9{,}2663189 \\ &\phantom{= 9{,}266}236 \\ \operatorname{colog} \cos (C = 70°42'25'') &= 0{,}4809600 \\ \hline \log \operatorname{tg} a &= 9{,}7473025 \\ &\phantom{= 9{,}747}\underline{2700} \\ &\phantom{= 9{,}7473}325 \end{aligned}$$

$$a = 29°11'56''.$$

*Hallar el primer ángulo vertical* $V_1$ *:* La fórmula neperiana

$$\cos c = \operatorname{cotg} A \operatorname{cotg} V_1$$

o bien

$$R . \cos c = \operatorname{cotg} A \operatorname{cotg} V_1$$

da

$$\operatorname{cotg} V_1 = R . \cos c \operatorname{tg} A$$

y tomando logaritmos :

$$\log \operatorname{cotg} V_1 = \log \cos c + \log \operatorname{tg} A.$$

$$\begin{aligned} \log \cos (c = 48°37'\ 7'') &= 9{,}8202391 \\ &\phantom{= 9{,}82023}48 \\ \log \operatorname{tg} (A = 37°51'18'') &= 9{,}8905082 \\ &\phantom{= 9{,}8905}347 \\ \hline \log \operatorname{cotg} V_1 &= 9{,}7107868 \\ &\phantom{= 9{,}710}\underline{8005} \\ &\phantom{= 9{,}7107}137 \end{aligned}$$

$$V_1 = 62°48'22''6.$$

*Hallar el segundo ángulo vertical* $V_2$ *:* Puede calcularse por la relación entre segmentos y ángulos verticales; por la existente entre ángulos de la base y ángulos verticales, o por la entre éstas y los lados; pero es más sencillo deducir $V_2$ del triángulo esférico rectángulo BDC con el ángulo C y el segmento $s_2$, o con el lado $a$ (hipotenusa y el án-

gulo C. Ésta conviene más, porque $V_2$ vendrá dado por su cotangente.

En efecto, la relación de Neper,

$$\cos a = \text{cotg } C \text{ cotg } V_2$$

da

$$\text{cotg } V_2 = \cos a \text{ tg } C,$$

y tomando logaritmos es :

$$\log \text{cotg } V_2 = \log \cos a + \log \text{tg } C.$$

$$\log \text{tg } (a = 29°11'56'') = 9{,}9409755$$
$$47$$
$$\log \text{tg } (C = 70°42'25'') = 0{,}4558250$$
$$338$$
$$\log \text{cotg } V_2 = 0{,}3968390$$
$$729$$
$$337$$

$$V_2 = 21°51'5''5'''.$$

El ángulo del vértice B es igual a la suma de los ángulos verticales

$$V_1 + V_2 = 34°39'28''.$$

Con lo que queda resuelto el triángulo.

69. Vengamos ahora a la resolución empleando las fórmulas generales (fig. 30).

Para hallar $b$ nos valdremos de la relación

$$\text{cotg } c \text{ sen } b = \cos b \cos A + \text{sen } A \text{ cotg } C. \quad \text{(I)}$$

De ella se deduce

$$\text{sen } A \text{ cotg } C = \text{cotg } c \text{ sen } b - \cos b \cos A.$$

En el segundo miembro conviene sacar al factor común cos A, y tendremos :

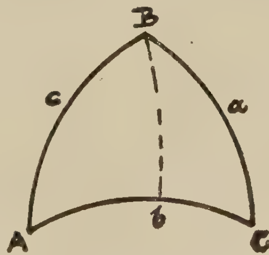


Fig. 30

$$\text{sen } A \text{ cotg } C = \cos A \left[\frac{\text{cotg } c}{\cos A} \text{ sen } b - \cos b\right].$$

Pondremos

$$\frac{\text{cotg } c}{\cos A} = \text{cotg } x \qquad (a)$$

$$\text{sen A cotg C} = \text{cos A} [\text{cotg } x \text{ sen } b - \cos b =$$

$$= \frac{\text{cos A}}{\text{sen } x} [\cos x \text{ sen } b \text{ sen } x \cos b];$$

$$\text{sen A cotg C} = \frac{\text{cos A}}{\text{sen } x} \text{ sen } (b - x);$$

$$\text{sen } (b - x) = \text{tg A cotg C sen } x. \qquad (b)$$

Las fórmulas $(a)$ y $(b)$ permiten calcular $b$.

Para hallar $a$ podemos valernos de la relación

$$\frac{\text{sen C}}{\text{sen } c} = \frac{\text{sen A}}{\text{sen } a}; \qquad \text{sen } a = \frac{\text{sen } c \text{ sen A}}{\text{sen C}}. \qquad \text{(II)}$$

Esta fórmula parece dejar indeterminada la especie de $a$, mas en ciertos casos puede producirse. Así, si $A + C < 180°$, también $c + a$ será menor que 180°, y si $C > A$, también $c$ será mayor que $a$, por tanto, $a$ será agudo y menor que $c$.

Análogamente, si $A + C > 180°$ y C es obtuso, $a + c$ será mayor que 180°, y $c$ será mayor que $a$.

Este caso, como el tercero, es uno de los casos llamados dudosos.

La teoría de uno y otro es difícil; pero en la práctica, los casos imposibles resultan de la contradicción existente entre la característica de un logaritmo seno o logaritmo coseno, éste resultante del cálculo con los valores que éstas debieran asumir según su naturaleza.

Una vez conocido $b$, podemos valernos de este lado para calcular el $a$, mediante la fórmula

$$\cos a = \cos b \cos c + \text{sen } b \text{ sen } c \cos \text{A} \qquad \text{(II')}$$

$$\cos a = \cos c \left[\cos b + \frac{\text{sen } c}{\cos c} \cos \text{A sen } b\right],$$

y poniendo

$$\text{tg } c \cos \text{A} = \text{tg } x \qquad (c)$$

será

$$\cos a = \frac{\cos c}{\cos x} [\cos b \cos x + \text{sen } b \text{ sen } x] = \frac{\cos c}{\cos x} \cos (b - x). \qquad (d)$$

Para hallar el ángulo B disponemos de la fórmula

$$\cos \text{C} = -\cos \text{A} \cos \text{B} + \text{sen A sen B} \cos c \qquad \text{(III)}$$

y sacando el factor común en el segundo miembro cos $A_1$ tendremos :

$$\cos \text{C} = \cos \text{A} \left[-\cos \text{B} + \frac{\text{sen A}}{\cos \text{A}} \cos c \,.\, \text{sen B}\right],$$

y suponiendo

$$\operatorname{tg} A \cos c = \operatorname{cotg} y \qquad (e)$$

la anterior se convierte en

$$\cos C = \frac{\cos A}{\operatorname{sen} y} [- \cos B \operatorname{sen} y + \operatorname{sen} B \cos y] = \frac{\cos A}{\operatorname{sen} y} \operatorname{sen} (B - y)$$

$$\operatorname{sen} (B - y) = \frac{\cos C \operatorname{sen} y}{\cos A} = \cos C \operatorname{sen} y \sec . A. \qquad (f)$$

Si los datos son los mismos del problema que resolvimos con el auxilio del perpendículo, tendremos :

*Cálculo de b.* — Tomando logaritmos en ($a$) y ($b$)

$$\log \operatorname{cotg} x = \log \operatorname{cotg} c + \operatorname{colog} \cos A$$

$$\begin{aligned} \log \operatorname{cotg} c = 48°37'\ 7'' &= 9{,}9449836 \\ &\phantom{=}\ \ 127 \\ \operatorname{colg}_{10} \cos A = 37°51'18'' &= \underline{0{,}1026114} \\ \log \operatorname{cotg} x &= 0{,}0476077 \\ &\phantom{=}\ \ \underline{379} \\ &\phantom{=}\ \ 302 \end{aligned}$$

$$x = 41°51'57''$$

$$\log \operatorname{sen} (b - x) = \log \operatorname{tg} A + \log \operatorname{cotg} C + \log \operatorname{sen} x.$$

$$\begin{aligned} \log \operatorname{tg} (A = 37°51'18'') &= 9{,}8905082 \\ &\phantom{=}\ \ 347 \\ \log \operatorname{cotg} (C = 70°42'25'') &= 9{,}5441074 \\ &\phantom{=}\ \ 338 \\ \log \operatorname{sen} (x = 41°51'57'') &= 9{,}8243623 \\ &\phantom{=}\ \ \underline{165} \\ \log \operatorname{sen} (b - x) &= 9{,}2590629 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b - x &= 10°27'42'' \\ x &= \underline{41°51'57''} \\ b &= 52°19'39'' \end{aligned}$$

*Cálculo de a.* — $a$) Relación de los senos. Tomando logaritmos en (II) viene :

$$\log \operatorname{sen} a = \log \operatorname{sen} c + \log \operatorname{sen} A + \operatorname{colog}_{10} \operatorname{sen} C.$$

$$\log \operatorname{sen}(c = 48°37'07'') = 9{,}8752369$$
$$130$$
$$\log \operatorname{sen}(A = 37°51'18'') = 9{,}7877099$$
$$\operatorname{colog} \operatorname{sen}(C = 70°42'25'') = 0{,}0251217$$
$$011$$
$$\log \operatorname{sen} a = 9{,}6882826$$
$$572$$
$$254$$
$$a \,(\text{arc tab.}) = 29°11'57''.$$

*Cálculo de a haciendo intervenir el lado b.* — *b)* Tomando logaritmos en $(c)$ y $(d)$, será :

$$\log \operatorname{tg} x = \log \operatorname{tg} c + \log \cos A \qquad (e')$$

$$\log \cos a = \log \cos c + \log \cos (b - x) + \operatorname{colog}_{10} \cos x.$$

$$\log \operatorname{tg}(c = 48°30'07'') = 0{,}0550036$$
$$\log \cos(A = 37°51'48'') = 9{,}8973886$$
$$\log \operatorname{tg} x = 9{,}9523922$$

$$x = 41°51'57'', \qquad b = 52°19'39''$$

$$b - x = 10°27'42''.$$

$$\log \cos(c = 48°37'07'') = 9{,}8202439$$
$$31$$
$$\log \cos [(b - x) = 10°27'42'') = 9{,}9927168$$
$$\operatorname{colog}_{10} \cos(x = 41°51'57'') = 0{,}1280130$$
$$\log \cos a = 9{,}9409768$$
$$871$$
$$104$$
$$a = 29°11'59''.$$

70. Caso 5°. — Se dan los tres lados $a$, $b$, $c$ y se piden los tres ángulos A, B, C de un triángulo esférico oblicuángulo.

Bajaremos el perpendículo, lo cual podrá hacerse desde cualquier vértice. Si la construcción del triángulo se hace rigurosamente de acuerdo con los procedimientos de la proyección estereográfica, podremos saber si el perpendículo cae *dentro* o *fuera* del triángulo.

En la práctica, podemos conjeturar mediante el examen de los valores de los lados si el perpendículo, bajado desde tal o cual vértice,

caerá dentro o fuera del triángulo; pero sin la construcción exacta de éste, nada podemos afirmar *a priori* sobre la posición del perpendículo.

En el caso de que por algún medio hayamos descubierto que el perpendículo es interior, si es $c$ el primer lado y $a$ el segundo, la relación a emplear es la que toma por incógnita la diferencia de los segmentos

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}b : \operatorname{tg}\frac{1}{2}(c+a) :: \operatorname{tg}\frac{1}{2}(c-a) : \operatorname{tg}\frac{1}{2}(s_1 - s_2). \quad (54, 7^a, 1^a)$$

En este supuesto se tiene :

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}(s_1 - s_2) = \operatorname{tg}\frac{1}{2}(c+a)\operatorname{tg}\frac{1}{2}(c-a)\operatorname{cotg}\frac{1}{2}b$$

y tomando logaritmos

$$\log\operatorname{tg}\frac{1}{2}(s_1 - s_2) = \log\operatorname{tg}\frac{1}{2}(c+a) + \log\operatorname{tg}\frac{1}{2}(c-a) + \log\operatorname{cotg}\frac{1}{2}b. \ (a)$$

Deduciríamos de aquí

$$\frac{1}{2}(s_1 - s_2),$$

y como conocemos

$$\frac{1}{2}(s_1 + s_2) = \frac{b}{2},$$

sería

$$s_1 = \frac{b}{2} + \frac{n}{2}, \qquad s_2 = \frac{b}{2} - \frac{n}{2},$$

llamando $\frac{n}{2}$ el valor obtenido para

$$\frac{1}{2}(s_1 - s_2).$$

Hallados los valores de la base A y C por medio de los triángulos esféricos rectángulos ADB y BDC, en que se conocen respectivamente $c$ y $s_1$, $a$ y $s_2$ (fig. 31 *a*), en seguida hallaremos los ángulos verticales $V_1$ y $V_2$ por los mismos triángulos, con $c$ y $s_1$, y con $a$ y $s_2$. Y por último, se hallaría B por la relación

$$B = V_1 + V_2.$$

71. De un modo análogo se resolvería el triángulo oblicuángulo, si el perpendículo fuera exterior (fig. 31 *b*).

La relación de partida sería

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}b : \operatorname{tg}\frac{1}{2}(c+a) = \operatorname{tg}\frac{1}{2}(c-a) : \operatorname{tg}\frac{1}{2}(s_1+s_2),$$

en que $b$ es

$$s_1 - s_2.$$

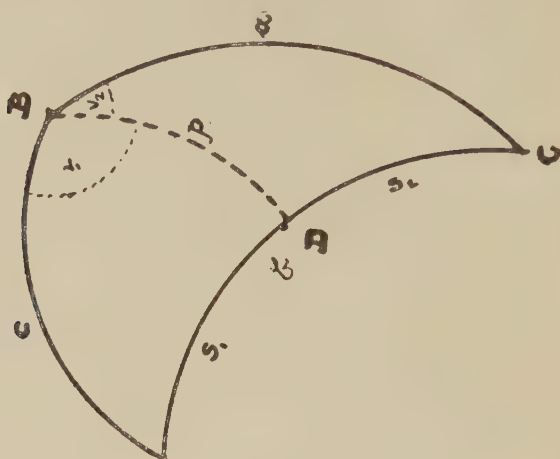


Fig. 31 *a*

72. *Ejemplo 1º*. — Sea el triángulo esférico oblicuángulo de lados

$$a = 125°13'15'', \qquad b = 111°56'51'' \qquad \text{y} \qquad c = 99°58'44''.$$

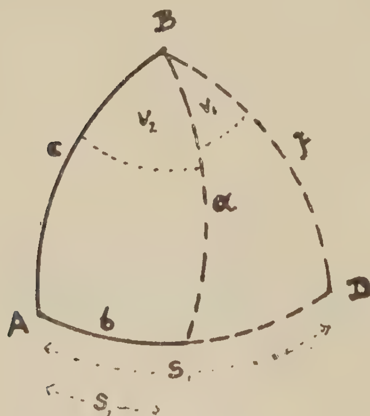



Fig. 31 *b*

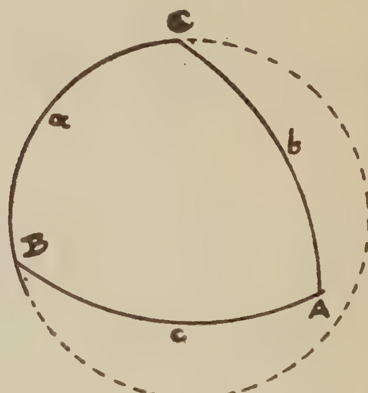



Fig. 32

Construído aproximadamente el triángulo con esos valores, tendría poco más o menos la forma del ABC (fig. 32). La inspección de la fi-

gura nos hace conjeturar que si tomamos $c$ como base, el perpendículo bajado desde C debe ser interior al triángulo. Pero como *conjetura* no es *certeza,* nosotros proponemos, para despejar la duda, calcular el valor del ángulo B opuesto al menor de los lados elegidos como tales, por la fórmula

$$\cos b = \cos a \cos c + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} c \cos B$$

que da

$$\cos B = \frac{\cos b - \cos a \cos c}{\operatorname{sen} a \operatorname{sen} c}. \tag{I}$$

Esta fórmula puede calcularse rápidamente con los logaritmos de Gauss. En caso de servirnos de los ordinarios, se nos ha ocurrido la siguiente transformación.

Pongamos

$$\cos x = \cos a \cos c. \tag{$a$}$$

Con lo cual la (I) será :

$$\cos B = \frac{\cos b - \cos x}{\operatorname{sen} a \operatorname{sen} c} = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2}(b+x) \operatorname{sen} \frac{1}{2}(x-b)}{\operatorname{sen} a \operatorname{sen} c}, \tag{$b$}$$

y tomando logaritmos en ambas expresiones, será

$$\log \cos x = \log \cos a + \log \cos c \tag{$a'$}$$

$$\log \cos B = \log 2 + \log \operatorname{sen} \frac{1}{2}(b+x) +$$
$$+ \log \operatorname{sen} \frac{1}{2}(x-b) + \log \operatorname{cosec} a + \operatorname{cosec} c$$

$$\log \cos a = 9{,}76098\ (n)$$
$$\log \cos c = \underline{9{,}23876}\ (n)$$
$$\log \cos v = 8{,}99974$$

$$x = 84^\circ 15' 51''$$
$$\frac{b+x}{2} = 98^\circ 06' 21''$$
$$\frac{x-b}{2} = -13^\circ 50' 30''$$

$$\log 2 = 0{,}30103$$

$$\log \operatorname{sen} \frac{1}{2}(b + x) = 9{,}99564$$

$$\log \operatorname{sen} \frac{1}{2}(x - b) = 9{,}37883\ (n)$$

$$\log \operatorname{cosec} a = 0{,}08781$$

$$\log \operatorname{cosec} c = 0{,}00663$$

$$\log \cos B = 9{,}76964$$

$$B \text{ tab.} = 53°55'50''$$

$$180°$$

$$B = 126°04'10''$$

Como el ángulo B ha resultado obtuso, y el A lo será evidentemente por oponerse a mayor lado, pues $a > b$, los dos ángulos A y B de la base son de la misma especie (obtusos), y por tanto el perpendículo será interior (50) si lo bajamos desde C.

Luego la fórmula con que debemos operar, es, si tomamos $a$ como primer lado,

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} c : \operatorname{tg} \frac{1}{2}(a + b) :: \operatorname{tg} \frac{1}{2}(a - b) : \operatorname{tg} \frac{1}{2}(s_1 - s_2).$$

Despejando $\operatorname{tg} \frac{1}{2}(s_1 - s_2)$ y tomando logaritmos es :

$$\log \operatorname{tg} \frac{1}{2}(s_1 - s_2) = \log \operatorname{tg} \frac{1}{2}(a + b) + \log \operatorname{tg} \frac{1}{2}(a - b) + \log \operatorname{cotg} \frac{1}{2} c.$$

$$\frac{1}{2}(a + b) = 118°35'3''; \qquad \frac{1}{2}(a - b) = 6°38'12; \qquad \frac{1}{2} c = 49°58'22''.$$

$$\log \operatorname{tg} \frac{1}{2}(a + b) = 0{,}26372\ (n)$$

$$\log \operatorname{tg} \frac{1}{2}(a - b) = 9{,}06574$$

$$\log \operatorname{cotg} \frac{1}{2} c = 9{,}92398$$

$$\log \operatorname{tg} \frac{1}{2}(s_1 - s_2) = 9{,}25344$$

$$\frac{1}{2}(s_1 - s_2) = -10°09'43''$$

$$\frac{1}{2}(s_2 - s_1) = \quad 10°09'43''$$

$$\frac{1}{2}(s_2 + s_1) = \quad \underline{40°59'22''}$$

$$s_2 = \quad 60°09'05''$$

$$s_1 = \quad 39°49'29''$$

En vez de tomar para $\frac{1}{2}(s_1 - s_2)$ el suplemento del arco tabular, conviene considerar el arco mismo, pero negativo, que tiene la misma tangente; y así el valor numérico corresponde a la semidiferencia de los segmentos cambiada de signo, resultando $s_2$ mayor que $s_1$.

*Hallar los ángulos de la base* B *y* A*:* De las fórmulas

$$\text{tg}\, a \cos B = \text{tg}\, s_1, \qquad \text{tg}\, b \cos A = \text{tg}\, s_2,$$

se deduce

$$\cos B = \text{tg}\, s_1 \,\text{cotg}\, a, \qquad \cos A = \text{tg}\, s_2 \,\text{cotg}\, b,$$

$$\log \cos B = \log \text{tg}\, s_1 + \log \text{cotg}\, a, \quad \log \cos A = \log \text{tg}\, s_2 + \log \text{cotg}\, b.$$

$$\log \text{tg}\, s_1 = 9{,}82116$$
$$\log \text{cotg}\, a = \underline{9{,}84878}\ (n)$$
$$\log \cos B = 9{,}66994$$

$$B \text{ tab.} = \quad 53°55'50''$$
$$\underline{180°\qquad\quad}$$
$$B = 126°04'10''$$

$$\log \text{tg}\, s_2 = 0{,}24121$$
$$\log \text{cotg}\, b = \underline{9{,}60527}\ (n)$$
$$\log \cos A = 6{,}84648$$

$$A \text{ tab.} = \quad 45°23'35''$$
$$\underline{180°\qquad\quad}$$
$$A = 134°36'25''$$

*Hallar los ángulos verticales* $V_1$ y $V_2$*:* Los triángulos rectángulos CDB y CDA dan respectivamente

$$\text{sen}\, V_1 = \frac{\text{sen}\, s_1}{\text{sen}\, a}, \qquad \text{sen}\, V_2 = \frac{\text{sen}\, s_2}{\text{sen}\, b},$$

$$\log \operatorname{sen} V_1 = \log \operatorname{sen} s_1 + \operatorname{colog} \operatorname{sen} a,$$

$$\log \operatorname{sen} V_2 = \log \operatorname{sen} s_2 + \operatorname{colog} \operatorname{sen} b.$$

$$\begin{aligned} \log \operatorname{sen} s_1 &= 9{,}80650 \\ \operatorname{colog} \operatorname{sen} a &= \underline{0{,}08781} \\ \log_{10} \operatorname{sen} V_1 &= 9{,}89431 \end{aligned}$$

$$V_1 = 51°37'40''$$

$$\begin{aligned} \log \operatorname{sen} s_2 &= 9{,}93819 \\ \operatorname{colg}_{10} \operatorname{sen} b &= \underline{0{,}03267} \\ \log \operatorname{sen} V_2 &= 9{,}97086 \end{aligned}$$

$$V_2 = 69°14'40''$$

El ángulo C es la suma

$$V_1 + V_2 = 120°52'40''.$$

Resuelto el triángulo por las fórmulas usuales, la de los cosenos, por ejemplo, se obtiene empleando tablas de siete decimales.

$A = 134°36'30''$, $B = 126°04'11''2$. $C = 120°52'36''$.

Como se advertirá las diferencias son pequeñas.

73. *Ejemplo* 2°. — Sea un triángulo esférico cuyos lados tengan los valores siguientes :

$$a = 114°42'46'';$$

$$b = 71°13'55''$$

y

$$131°47'17'' \text{ (fig. 33)}.$$

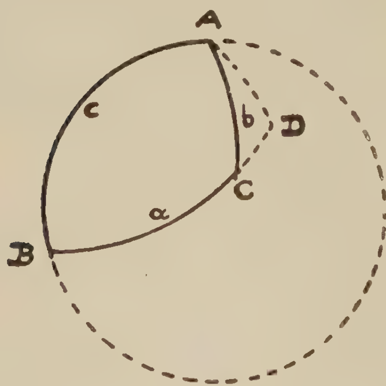


Fig. 33

Construído aproximadamente el triángulo tendrá la forma del ABC. Si tomamos por base $a$, como los lados $c + b$ suman más de 180°, el ángulo C opuesto al mayor lado será evidentemente obtuso, mientras que el ángulo B presumimos que sea agudo. En este supuesto, el perpendículo bajado desde A cae *fuera* del triángulo. Para dar mejor base a nuestra conjetura, calcularemos de antemano el ángulo B por

la relación

$$\cos b = \cos a \cos c + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} c \cos B$$

$$\cos B = \frac{\cos b - \cos a \cos c}{\operatorname{sen} a \operatorname{sen} c} = \frac{\cos b}{\operatorname{sen} a \operatorname{sen} c} - \operatorname{cotg} a \operatorname{cotg} c,$$

$$\cos B = \cos b \operatorname{cosec} a \operatorname{cosec} c - \operatorname{cotg} a \operatorname{cotg} c.$$

$$\begin{aligned} \log \cos b &= 9{,}50750 \\ \log \operatorname{cosec} a &= 0{,}04172 \\ \log \operatorname{cosec} c &= \underline{0{,}12751} \\ \log 1^{\text{er}} \text{ térm.} &= 9{,}67673 \\ \log \text{de subst.} &= \underline{0{,}87234} \\ \log \cos B &= 8{,}80439 \end{aligned}$$

$$B = 86°20'45''.$$

$$\begin{aligned} \log \operatorname{cotg} a &= 9{,}66296\ (n) \\ \log \operatorname{cotg} c &= \underline{9{,}95120}\ (n) \\ \log 2^{\text{o}} \text{ térm.} &= 9{,}61416 \\ \log \text{mayor} &= \underline{9{,}67673} \\ \text{arg. de subst.} &= \bar{1}{,}93743 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \text{aprox.} &= 0{,}86956 \quad \text{dif.} = 646 \\ \text{corrección} &= \underline{\qquad 278} \\ \log \text{de subst.} &= 0{,}87234 \end{aligned}$$

Los dos términos resultan positivos, por tanto se conserva el signo de operación, que es una resta, hay, pues, substracción, cuyo logaritmo debe aplicarse substractivamente al logaritmo mayor, que es el del primer término, y así resulta $B = 86°20'45''$ (agudo); luego los ángulos C y B son de especie contraria y el perpendículo es externo.

Hay, pues, que *calcular la semisuma de los segmentos*

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(s_1 + s_2) = \operatorname{tg} \frac{1}{2}(c + b) \operatorname{tg} \frac{1}{2}(c - b) \operatorname{cotg} \frac{1}{2} a,$$

$$\log \operatorname{tg} \frac{1}{2}(s_1 + s_2) = \log \operatorname{tg} \frac{1}{2}(c + b) + \log \operatorname{tg} \frac{1}{2}(e - b) + \log \operatorname{cotg} \frac{1}{2} a,$$

$$\frac{1}{2}(c + b) = 101°30'36'', \qquad \frac{1}{2}(c - b)\ 30°16'41'', \qquad \frac{1}{2} a = 57°21'23''.$$

$$\log \operatorname{tg} \frac{1}{2}(c+b) = 0{,}69115\ (n)$$

$$\log \operatorname{tg} \frac{1}{2}(c-b) = 9{,}76629$$

$$\log \operatorname{cotg} \frac{1}{2} a = \underline{9{,}80658}$$

$$\log \operatorname{tg} \frac{1}{2}(s_1+s_2) = 0{,}26402$$

$$\frac{398}{4}$$

$$\frac{1}{2}(s_1+s_2) \text{ tab.} = \quad 61°25'58''$$

$$\underline{180°\qquad}$$

$$\frac{1}{2}(s_1+s_2) = 118°34'02''$$

$$\frac{1}{2}(s_1-s_2) = \quad \underline{57°21'23''}$$

$$s_1 = 175°55'25''$$

$$s_2 = \quad 61°12'39''$$

A causa de la tg $\frac{1}{2}(c+b)$ que es negativa, resulta obtuso $\frac{1}{2}(s_1+s_2)$.

Se calcularán ahora los dos ángulos B y C de la base por las relaciones

$$\cos B = \frac{\operatorname{tg} s_1}{\operatorname{tg} c} = \operatorname{tg} s_1 \operatorname{cotg} c$$

$$\cos (180° - C) = \frac{\operatorname{tg} s_2}{\operatorname{tg} b} = \operatorname{tg} s_2 \operatorname{cotg} b$$

$$\log \operatorname{tg} s_1 = 8{,}85289\ (n)$$

$$\log \operatorname{cotg} c = \underline{9{,}95121}\ (n)$$

$$\log \cos B = 8{,}80410$$

$$B = 86°20'54''.$$

$$\log \operatorname{tg} s_2 = 0{,}26003$$

$$\log \operatorname{cotg} b = \underline{9{,}53123}$$

$$\log \cos (180° - C) = 9{,}79126$$

$$180° - C = 51°48'05''$$

$$C = 180° - 51°48'05'' = 128°11'55''.$$

*Hallar los ángulos verticales* $V_1$ *y* $V_2$ *:* Se emplearán las relaciones

$$\operatorname{sen} V_1 = \frac{\operatorname{sen} s_1}{\operatorname{sen} c} = \operatorname{sen} s_1 \operatorname{cosec} c, \qquad \operatorname{sen} V_2 = \frac{\operatorname{sen} s_2}{\operatorname{sen} b} = \operatorname{sen} s_2 \operatorname{cosec} b,$$

pues las especies de $V_1$ y $V_2$ son conocidas por serlo las de sus lados opuestos $s_1$ y $s_2$.

$$\begin{aligned} \log \operatorname{sen} s_1 &= 8{,}85179 \\ \log \operatorname{cosec} c &= \underline{0{,}12747} \\ \log \operatorname{sen} V_1 &= 8{,}97926 \\ & \quad\;\; \underline{16} \\ & \quad\;\; 10 \\ V_1 \text{ tab.} &= \quad 5°28'04'' \\ & \;\; \underline{180°} \\ V_1 &= 174°31'56'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \operatorname{sen} s_2 &= 9{,}94270 \\ \log \operatorname{cosec} b &= \underline{0{,}02372} \\ \log \operatorname{sen} V_2 &= 9{,}96642 \end{aligned}$$

$$V_2 = 67°45'30''.$$

El ángulo A del vértice es

$$V_1 - V_2 = A = 106°46'26''.$$

Con tablas de siete decimales se obtiene :

$$A = 106°46'04''4. \qquad B = 86°20'55''7, \qquad C = 128°12'01''.$$

Se ve que únicamente A es el ángulo que resulta algo erróneo, por unos 22″ en exceso, según nuestro cálculo.

74. Caso 6°. — Se dan los tres ángulos A, B, C, y se piden los tres lados $a$, $b$, $c$.

Podemos bajar el perpendículo desde cualquier vértice y hacer uso de la relación conveniente entre las dos que investigamos en el número 54, 8ª, y que son, llamando A al primer ángulo de la base, C al segundo y B al del vértice desde el que se traza el perpendículo

$$\operatorname{cotg} \frac{1}{2} B : \operatorname{tg} \frac{1}{2}(A + C) :: \operatorname{tg} \frac{1}{2}(C - A) : \operatorname{tg} \frac{1}{2}(V_1 - V_2), \qquad (a)$$

$$\operatorname{cotg} \frac{1}{2} B : \operatorname{tg} \frac{1}{2}(A + C) :: \operatorname{tg} \frac{1}{2}(C - A) : \operatorname{tg} \frac{1}{2}(V_1 + V_2). \qquad (b)$$

Podemos predecir en el caso numérico en que nos encontremos, si el perpendículo será interior o exterior, una vez elegido el vértice desde el que queremos trazarle; puesto que conoceremos los dos ángulos de la base, sabiendo, por tanto, si son o no de la misma especie.

Si el perpendículo es interno operaremos por la ($a$) y calcularemos la semidiferencia de los ángulos verticales. En seguida, con el semiángulo del vértice, determinaremos cada uno de los ángulos $V_1$ y $V_2$.

Hallados éstos calcularemos el primer lado $c$ por la fórmula

$$\cot V_1 = \cos c \operatorname{tg} A, \qquad \cos c = \cot V_1 \cot A.$$

El segundo lado viene dado por

$$\cos a = \cot V_2 \cot C.$$

Hallaremos luego el primer segmento $s_1$ por la fórmula

$$\cos V_1 = \operatorname{sen} A \cos s_1, \qquad \cos s_1 = \cos V_1 \operatorname{cosec} A,$$

y el segundo segmento por la relación análoga

$$\cos s_2 = \cos V_2 \operatorname{cosec} C.$$

Podríamos calcular este último también por la analogía

$$\operatorname{tg} V_1 : \operatorname{tg} V_2 :: \operatorname{tg} s_1 : \operatorname{tg} s_2.$$

y ésta, aunque de más largo cálculo, lo dará con mayor exactitud.

La suma $s_1 + s_2$ de los segmentos dará la base $b$, tercer lado del triángulo.

75. Si el perpendículo es exterior, calcularemos por la ($b$) la semisuma de los ángulos verticales; y con la semidiferencia de los mismos, conocida, por ser igual a $\frac{1}{2}$ B, hallaremos $V_1$ y $V_2$.

Después se sigue la misma marcha que en la anterior hipótesis.

Esclareceremos el problema con los dos ejemplos siguientes.

76. *Ejemplo 1°.* — Se dan

$$A = 18°33'31'', \quad B = 30°42'21'' \quad y \quad C = 136°48'21''.$$

Se piden $a$, $b$ y $c$.

Construyamos aproximadamente el triángulo; éste asumirá una forma parecida a la del ABC de la figura 34.

Si el perpendículo lo trazamos desde C, como los ángulos A y B son ambos de la misma especie (agudos), el perpendículo será interior.

El primer ángulo de la base es B, el segundo es A; C es el ángulo del vértice; *a* y *b* el primero y segundo lado, y *c* la base.

La relación a emplear es la (*a*) que se escribirá :

$$\cot g \frac{1}{2} C : tg \frac{1}{2}(B+A) :: tg \frac{1}{2}(A-B) : tg \frac{1}{2}(V_1 - V_2)$$

$$\frac{1}{2}(B+A) = 24°37'56'', \quad \frac{1}{2}(A-B) = -6°4'25'',$$

$$\frac{C}{2} = 68°24'10''5.$$

Tomando logaritmos y despejando

$$\log tg \frac{1}{2}(V_1 - V_2) = \log tg \frac{1}{2}(B+A) + \log tg \frac{1}{2}(A-B) + \log tg \frac{1}{2} C.$$

$$\log tg \frac{1}{2}(B+A) = 9{,}6613213$$
$$334$$
$$\log tg \frac{1}{2}(A-B) = 9{,}0269534\ (n)$$
$$\log tg \frac{1}{2} C = \underline{0{,}4024760}$$
$$\log tg \frac{1}{2}(V_1 - V_2) = 9{,}0907841$$
$$\underline{076}$$
$$765$$

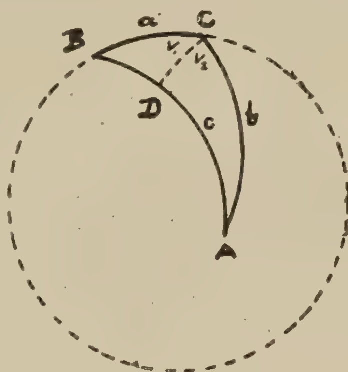



Fig. 34

$$\frac{1}{2}(V_1 - V_2)\ \text{tab.} = 7°01'34''4$$
$$\frac{1}{2}(V_2 - V_1) = 7°\ 1'34''4$$
$$\frac{1}{2}(V_2 + V_1) = \underline{68°24'10''5}$$
$$V_2 = 75°25'44''9$$
$$V_1 = 61°22'36''1$$

A causa del arco negativo $\frac{1}{2}(A-B)$ resulta $\frac{1}{2}(V_1 - V_2)$ negativo; debemos tomarlo así, en vez del arco suplementario, y cambiaremos el signo al arco, resultando positivo $\frac{1}{2}(V_2 - V_1)$.

*Cálculo de los lados a y b.* —

$$\cos a = \operatorname{cotg} B \operatorname{cotg} V_1$$

$$\log \cos a = \log \operatorname{cotg} B + \log \operatorname{cotg} V_1$$

$$\log \operatorname{cotg} B = 0{,}2262909$$
$$\log \operatorname{cotg} V_1 = 9{,}7369907$$
$$\log \cos a = 9{,}9632816$$
$$92$$
$$76$$

$$a = 23°13'48''4.$$

$$\cos b = \operatorname{cotg} A \operatorname{cotg} V_2$$

$$\log \cos b = \log \operatorname{cotg} A + \log \operatorname{cotg} V_2$$

$$\log \operatorname{cotg} A = 0{,}4740057$$
$$\log \operatorname{cotg} V_2 = 9{,}4148680$$
$$\log \cos b = 9{,}8888737$$
$$752$$
$$15$$

$$b = 39°15'50''6.$$

*Cálculo de los segmentos $s_1$ y $s_2$.* —

$$\cos s_1 = \frac{\cos V_1 \,.\, R}{\operatorname{sen} B}, \qquad \cos s_2 = \frac{\cos V_2 \,.\, R}{\operatorname{sen} A},$$

$$\log \cos s_1 = \log \cos V_1 + \operatorname{colog} \operatorname{sen} a$$

$$\log \cos V_1 = 9{,}6803798$$
$$\operatorname{colog}_{10} \operatorname{sen} B = 0{,}2918933$$
$$0{,}9722731$$
$$59$$
$$28$$

$$s_1 = 20°15'23''6.$$

$$\log \cos s_2 = \log \cos V_2 + \operatorname{colog} \operatorname{sen} b.$$

$$\log \cos V_2 = 9{,}4006712$$
$$\operatorname{colog}_{10} \operatorname{sen} A = 0{,}4972607$$
$$9{,}8979319$$
$$408$$

$$s_2 = 37°45'45''4.$$

El lado $c$ es evidentemente

$$s_1 + s_2 = 58°01'09''.$$

El cálculo hecho por el procedimiento usual da estos mismos valores con pequeñas diferencias.

*Ejemplo* 2°. — Se dan

$$A = 33°23'16'', \qquad B = 72°01'20'', \qquad C = 118°05'54''7.$$

Hallar los tres lados *a*, *b*, *c*.

Construyamos aproximadamente el triángulo, y tendrá una forma parecida a la del ABC (fig. 35).

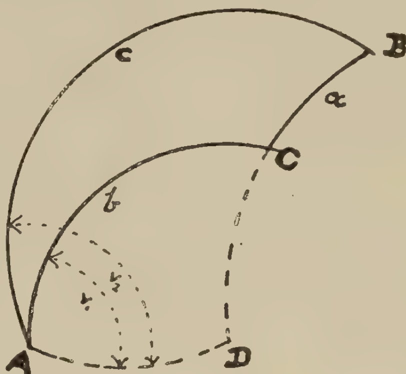


Fig. 35

Si el perpendículo se bajará desde C, sería interno y estaríamos en el caso anterior ya estudiado. Supongamos ahora que se bajara desde A; como B y C son ángulos de diferente especie, el perpendículo será exterior cayendo su pie en la prolongación de BC. Debemos, por tanto, *hallar la semisuma de los ángulos verticales.*

Los ángulos de la base son respectivamente B el primero y C el segundo;

$$BAD = V_1, \qquad CAD = V_2 \qquad y \qquad A = V_1 - V_2,$$

$$\frac{B+C}{2} = 95°03'37''3, \qquad \frac{C-B}{2} = 23°02'17''4, \qquad \frac{A}{2} = 16°41'38'',$$

$$\operatorname{cotg}\frac{A}{2} : \operatorname{tg}\frac{1}{2}(B+C) :: \operatorname{tg}\frac{1}{2}(C-B) : \operatorname{tg}\frac{1}{2}(V_1+V_2)$$

$$\log\operatorname{tg}\frac{1}{2}(V_1+V_2) = \log\operatorname{tg}\frac{1}{2}(B+C) + \log\operatorname{tg}\frac{1}{2}(C-B) + \log\operatorname{tg}\frac{A}{2}.$$

$$\log\operatorname{tg}\frac{1}{2}(B+C) = 1{,}0528138\,(n)$$

$$\log\operatorname{tg}\frac{1}{2}(C-B) = 9{,}6286558$$

$$\log\operatorname{tg}\frac{A}{2} = \underline{9{,}4769738}$$

$$\log\operatorname{tg}(V_1+V_2) = 0{,}1584434$$

$$\underline{083}$$

$$51$$

$$\frac{1}{2}(V_1 + V_2)\text{ tab.} = \phantom{1}55°13'31''1$$
$$\underline{180°\phantom{13'31''1}}$$
$$\frac{1}{2}(V_1 + V_2) = 124°46'29''$$

$$\frac{1}{2}(V_1 + V_2) = 124°46'29''$$
$$\frac{1}{2}(V_1 - V_2) = \underline{\phantom{1}16°41'38''}$$
$$V_1 = 141°28'07''$$
$$V_2 = 108°04'51''$$

*Cálculo de los lados b y c.* —

$$\text{R} \cos c = \text{cotg } V_1 \text{ cotg B}, \qquad \text{R} \cos b = \text{cotg } V_2 \text{ cotg } (180° - \text{C}),$$

$$\log \text{cotg } V_1 = 0{,}0989065\ (n)$$
$$\log \text{cotg B} = \underline{9{,}5112026}$$
$$\log \cos c = 9{,}6101091$$

$$c \text{ tab.} = \phantom{1}65°57'11''5$$
$$\underline{180°\phantom{57'11''5}}$$
$$c = 114°02'48''5$$

$$\log \text{cotg } V_2 = 9{,}5138568\ (n)$$
$$\log \text{cotg } (180° - \text{C}) = \underline{9{,}7274738}$$
$$\log \cos b = 9{,}2413306$$
$$\underline{87}$$
$$81$$
$$b \text{ tab.} = \phantom{1}79°57'40''7$$
$$\underline{180°\phantom{57'40''7}}$$
$$b = 100°02'19''3$$

*Cálculo de los segmentos $s_1$ y $s_2$.* —

$$\cos s_1 = \frac{\text{R} \cos V_1}{\text{sen B}}, \qquad \text{tg } s_2 = \frac{\text{tg } V_2 \text{ tg } s_1}{\text{tg } V_1} = \text{tg } V_2 \text{ tg } s_1 \text{ cotg } V_1.$$

$$\log \cos V_1 = 9{,}8933550\ (n)$$
$$\text{colog sen B} = 0{,}0217390$$
$$\log \cos s_1 = 9{,}9150940$$
$$\underline{1082}$$
$$142$$

$$
\begin{array}{rl}
s_1 \text{ tab.} = & 34°40'19''8 \\
 & \underline{180°\phantom{0000000}} \\
s_1 = & 145°19'40''2
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl}
\log \operatorname{tg} V_2 = & 0{,}4861432\ (n) \\
\log \operatorname{tg} s_1 = & 9{,}8399277\ (n) \\
\log \operatorname{cotg} V_1 = & \underline{0{,}0989065}\ (n) \\
\log \operatorname{tg} s_2 = & 0{,}4249774 \\
 & \phantom{0{,}4249}\underline{562} \\
 & \phantom{0{,}4249}212
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl}
s_2 \text{ tab.} = & 69°24'\ 3''3 \\
 & \underline{180°\phantom{0000000}} \\
s_2 = & 110°35'56''7
\end{array}
$$

El lado $a$ es la diferencia

$$s_1 - s_2 = 35°43'43''5.$$

77. Resuelto el problema con las fórmulas usuales, los nuevos valores hallados para las incógnitas son coincidentes con gran aproximación.

Por vía de comparación, calculemos los lados $a$ y $b$ con las tablas Bachmann Pastor de cinco decimales, usadas en la marina de guerra.

Tenemos para calcular $a$ la fórmula

$$\cos A = -\cos B \cos C + \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C \cos a$$

∴

$$\cos a = \frac{\cos A + \cos B \cos C}{\operatorname{sen} B \operatorname{sen} C},$$

la que podría resolverse con logaritmos de adición y substracción, que sería lo más breve.

Otro cálculo no tan rápido, pero sí más que el que ordinariamente se acostumbra a ejecutar, es el siguiente.

Como el producto de dos cosenos es menor que la unidad, podemos escribir

$$\cos y = \cos B \cos C \qquad (1)$$

con lo cual la primera se transforma sucesivamente en

$$\cos a = \frac{\cos a + \cos y}{\operatorname{sen} B \operatorname{sen} C} = \frac{2 \cos \frac{1}{2}(y + a) \cos \frac{1}{2}(y - a)}{\operatorname{sen} B \operatorname{sen} C}. \qquad (2)$$

Tomando logaritmos en (1) y (2) será

$$\log\cos y = \log\cos B + \log\cos C \qquad (1')$$

$$\log\cos a = \log 2 + \log\cos\frac{1}{2}(y + A) + \log\cos\frac{1}{2}(y - A) +$$

$$+ \operatorname{colog}_{10}\operatorname{sen} B + \operatorname{colog}_{10}\operatorname{sen} C =$$

$$= \log 2 + \log\cos\frac{1}{2}(y + A) + \log\cos\frac{1}{2}(y - A) +$$

$$+ \log\operatorname{cosec} B + \log\operatorname{cosec} C.$$

$$\log\cos B = 9{,}48946$$
$$\log\cos C = 9{,}67301\ (n)$$
$$\log\cos y = 9{,}16247$$
$$87$$
$$42$$

$$y \text{ tab.} = 81°38'30''$$
$$180°$$
$$y = 98°21'30''$$

$$y = 98°21'30''$$
$$A = 33°23'16''$$
$$y + A = 131°44'44''$$
$$y - A = 64°58'14''$$
$$\frac{y + A}{2} = 65°52'23''$$
$$\frac{y - A}{2} = 32°29'07''$$

$$\log 2 = 0{,}30103$$
$$\log\cos\frac{1}{2}(A + y) = 9{,}61146$$
$$\log\cos\frac{1}{2}(y - A) = 9{,}92610$$
$$\log\operatorname{cosec} B = 0{,}02173$$
$$\log\operatorname{cosec} C = 0{,}05446$$
$$\log\cos a = 9{,}91478$$

$$a = 34°43'54''.$$

El mismo cálculo para $b$, hubiera dado

$$b = 100°02'14'',$$

que es un valor aún más aproximado.

Efectuemos ahora el cálculo de $b$ por la fórmula

$$\cos \frac{1}{2} b = \sqrt{\frac{\cos (P - A) \cos (P - C)}{\operatorname{sen} A \operatorname{sen} C}}$$

en la que P es

$$\frac{1}{2} (A + B + C).$$

$$\begin{aligned} A &= \phantom{1}33°23'16'' \\ B &= \phantom{1}72°01'20'' \\ C &= 118°03'54''7 \\ 2P &= 223°30'30''7 \\ \hline P &= 111°45'15''3 \end{aligned}$$

$$P - A = 73°21'59''3, \qquad P - C = 7°40'39''7.$$

Redondeando estos valores serán :

$$P - A = 78°22', \qquad P - C = 7°40'40'', \qquad P = 111°45'15''.$$

porque esos valores aproximados facilitan el cálculo sin producir error de entidad en los resultados.

Tomando logaritmos será :

$$\log \cos \frac{1}{2} b = \frac{1}{2} [\log \cos (P - A) + \log \cos (P - C) +$$
$$+ \log \operatorname{cosec} A + \log \operatorname{cosec} C].$$

$$\begin{aligned} \log \cos (P - A) &= \phantom{1}9{,}30459 \\ \log \cos (P - C) &= \phantom{1}9{,}99609 \\ \log \operatorname{cosec} A &= \phantom{1}0{,}25940 \\ \log \operatorname{cosec} C &= \phantom{1}0{,}05446 \\ \hline \log \cos^2 \frac{1}{2} b &= 19{,}61454 \\ \log \cos \frac{1}{2} b &= \phantom{1}9{,}80727 \end{aligned}$$

$$\frac{31}{4}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} b &= \phantom{1}50°05'15'' \\ & \phantom{= 100°10'3}2 \\ \hline b &= 100°10'30'' \end{aligned}$$

Observamos que esta fórmula nos da para $b$ un valor que difiere en unos 8′ de los anteriormente obtenidos, y como esa diferencia no es ya despreciable, debemos tratar de explicárnosla.

Creemos que consista en que estando los arcos del numerador hacia los extremos del cuadrante, la variación de los logaritmos cosenos es muy pequeña, lo que comporta cierta indeterminación para el arco buscado. Por otra parte, el logaritmo sen de A para el denominador, así como el de C varían poco también, y la combinación de sus variaciones, en vez de contrabalancearse, pueden tender a dar un resultado en que los errores vengan acrecentados.

Para contrastar mejor los valores de $b$ debemos operar con la fórmula

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}b=\sqrt{\frac{\operatorname{sen}E\operatorname{sen}(B-E)}{\operatorname{sen}(A-E)\operatorname{sen}(C-E)}}$$

en la que E es el *exceso esférico* definido por

$$2E=(A+B+C)-180^\circ$$

o como

$$A+B+C=2P \qquad \text{por} \qquad E=P-90^\circ.$$

En nuestro caso los valores con que debemos operar son :

$$E=21^\circ\,45'15'', \qquad A-E=11^\circ 38', \qquad B-E=50^\circ 16'15'',$$

$$C-E=96^\circ 20'40''.$$

$$\log\operatorname{tg}\frac{1}{2}b=\frac{1}{2}[\log\operatorname{sen}E+\log\operatorname{sen}(B-E)+$$
$$+\log\operatorname{cosec}(A-E)+\log\operatorname{cosec}(C-E)].$$

$$\begin{aligned}\log\operatorname{sen}E &= 9{,}56894\\ \log\operatorname{sen}(B-E) &= 9{,}88595\\ \log\operatorname{cosec}(A-E) &= 0{,}69541\\ \log\operatorname{cosec}(C-E) &= \underline{0{,}00267}\\ \log\operatorname{tg}^2\frac{1}{2}b &= 20{,}15297\\ \log\operatorname{tg}\frac{1}{2}b &= 0{,}07648\\ & \quad\ \frac{4}{4}\\ \frac{1}{2}b &= 50^\circ 01'09''\\ & \quad\ \underline{\quad 2}\\ b &= 100^\circ 02'18''\end{aligned}$$

Resulta

$$b = 100°02'18''.$$

Comparando ese valor con el que se obtiene por el método que preconizamos (bajando el perpendículo)

$$b = 100°\ 02'19''3.$$

Se ve que la diferencia es despreciable.

Aplicando la fórmula de tg $\frac{1}{2} a$ al cálculo de este lado, viene :

$$a = 34°43'40'',$$

mientras que hallada por la diferencia de los segmentos es

$$a = 34°43'43''5.$$

Vemos, pues, que la doctrina que acabamos de exponer, contrastada por los más rigurosos métodos de cálculos, no cede en exactitud a la de los más reputados procedimientos.

Podemos, por tanto, afirmar que el método de resolución de los triángulos esféricos, que consiste en dividir el triángulo oblicuángulo dado en dos rectángulos, trazando un arco de círculo máximo perpendicular desde un vértice convenientemente elegido, ofrece una solución cómoda de los principales problemas de que se ocupa la trigonometría esférica en sus aplicaciones prácticas.

Tal método, sólo requiere para su acertado empleo el uso de la regla de Neper, modificada por Manduit, y el conocimiento de unas pocas proposiciones que pueden establecerse mediante esta regla.

Los arcos auxiliares de que se vale el método ordinario de la resolución de triángulos esféricos, no son otra cosa que el *primer segmento* y el *primer ángulo vertical* que en el triángulo oblicuángulo ocasiona el *perpendículo*.

Las fórmulas segundas con que se determinan las incógnitas en los cuatro primeros casos de resolución de aquél, vienen a ser, como hemos probado [59, 62, 67] las relaciones o analogías (54, 1ª a 8ª) deducidas por la fórmula de Manduit.

Quiere esto decir que, en la aplicación del método usual a la resolución de los triángulos esféricos, nada hay nuevo que no pueda explicarse por el olvidado procedimiento cuya rigurosa teórica y aplicaciones acabamos de exponer.

No queremos con esto significar que la trigonometría esférica empiece y termine en el método preconizado. No es esa nuestra mente;

bien sabemos que hay modos de calcular en la actualidad, que, sin menoscabo de la exactitud, ofrecen mayor rapidez de ejecución. En nuestras anteriores disquisiciones trigonométricas lo hemos expuesto con no pocos detalles.

Tenemos especial veneración por el que se vulgarizó aquí entre los marinos, gracias a los logaritmos de Gauss que introdujo en la enseñanza de la Escuela naval en 1882 su director, el ilustre astrónomo señor Beuf.

Tampoco echamos en olvido el método de cálculo ideado por Guijou, mediante el empleo logarítmico de las *latitudes crecientes*, sobre el cual escribió Barreda, en España, y a quien nosotros comentamos en la Argentina, añadiendo nuestro grano de arena a la meritoria obra del esclarecido marino español.

Bien se nos alcanza también que los cuatro primeros casos se resuelven con facilidad y rapidez por las llamadas analogías de Neper, y que este procedimiento tiende a generalizarse cada día más. Pero, aun así, el método que acabamos de exponer tiene, a más de su importancia histórica, merecimientos que creemos haber puesto de relieve en el presente trabajo.

Buenos Aires, marzo de 1920.

NOTA PRELIMINAR

SOBRE

# BRAQUIÓPODOS FÓSILES DE LA ARGENTINA

REFERIDOS AL GÉNERO BOUCHARDIA

Y

## SOBRE LA POSICIÓN DEL HORIZONTE SALAMANQUENSE

POR MARTÍN DOELLO-JURADO

---

La revisión de las especies del Cretáceo superior y del Terciario de la Argentina referidas al género *Bouchardia Davidson* me han conducido a resultados interesantes, que expondré sucintamente en esta comunicación (1).

He examinado todos los ejemplares que han servido de base a las publicaciones del doctor v. Ihering. Este autor había descrito solamente los caracteres exteriores y por lo tanto he procedido a preparar las valvas, en la mayor parte de los casos firmemente unidas, para analizar los caracteres cardinales y el aparato braquial (lo que no ha sido posible en todos los casos).

### **BOUCHARDIA** Davidson

#### **Bouchardia transplatina** Ih.

Además de los ejemplares típicos he examinado uno, en excelente estado de conservación, que procede de la perforación próxima al arroyo del Pescado (La Plata), de la cual me he ocupado en una pu-

(1) El presente artículo fué presentado en la reunión de comunicaciones de la Sociedad Argentina de Ciencias Naturales, del 30 de julio de 1921 y un resumen del mismo aparece en *Physis,* número 20, tomo V, página 303, 1922.

blicación anterior (1) y que fué obtenido posteriormente. Tanto la charnela como el *septum* y las *lamellae transversae* muestran una semejanza completa con la única especie viviente del género, *Bouchardia rosea* (Mawe), de la cual difiere sólo específicamente.

## **Bouchardia Zitteli** Ih.

Entre los diversos ejemplares examinados, no hay ninguno tan bien conservado como el de la especie anterior, pero lo suficiente para poder afirmar que se trata de una verdadera *Bouchardia*. En efecto, además de la característica cresta acanalada en forma de V, como *B. rosea*, muestra vestigios de las *lamellae transversae* sobre el *septum*.

Respecto de las ilustraciones de esta especie dadas por Ihering hay que hacer una rectificación. La especie ya había sido figurada por su autor en 1897 (2); pero en su estudio de 1903 (3), al dar una nueva figura de esta especie y de *B. patagonica* Ih., los números de las respectivas figuras aparecen cambiados : la figura 9 de la plancha III es *B. patagonica* (y no la 10), y la figura 10, plancha III, es un ejemplar joven de *B. Zitteli* (y no la 9). El error está en el texto y en la explicación de las planchas y ha sido repetido por el autor en su libro de 1907, *Les mollusques fossiles*, etc., y hubiera sido casi imposible rectificarlo sin los ejemplares a la vista, pues *B. Zitteli* cuando joven tiene una configuración subtriangular muy distinta de la del adulto. En un estudio reciente sobre estos Braquiópodos, el doctor

(1) M. Doello-Jurado, *Algunos moluscos marinos terciarios*, etc., *Physis*, tomo I, página 592-598, Buenos Aires, 1915.

Los tres ejemplares de *B. transplatina* que hasta ahora se conocían proceden de perforaciones cerca de Buenos Aires y La Plata, que han atravesado la formación pampeana y alcanzado a unos 80 metros de profundidad, las capas marinas de la formación entrerriana. Los ejemplares de Ihering fueron obtenidos en la perforación de Puente Alsina. La única excepción es una valva aislada que hallé en mayo de 1915 en la parte superior del pequeño cerro Bautista, un poco al norte de la desembocadura del arroyo de las Víboras, próximo al río Uruguay, en la República Oriental del Uruguay, donde aflora la misma formación; pero el estado de conservación del ejemplar es bastante deficiente.

(2) H. v. Ihering, *Os molluscos dos terrenos terciarios da Patagonia*, *Revista Museu Paulista*, tomo II, página 268, figura 6. São Paulo, 1897.

(3) H. v. Ihering, *Les Brachiopodes tertiaires de Patagonie*, en *Anales del Museo Nacional de Buenos Aires*, tomo IX, serie 3ª, tomo II, página 334, plancha III, figura 9, 1903.

J. Allan Thomson (1) ha copiado las figuras de Ihering y naturalmente los nombres de estas dos especies están cambiados. Thomson ha agregado otro dato equivocado al decir que *B. patagonica* corresponde geológicamente a la formación patagónica, pues procede del Salamanquense.

En resumen, las dos únicas especies de las que por ahora puede afirmarse que pertenecen al género *Bouchardia* son *B. Zitteli* Ih. y *B. transplatina* Ih.

## LAS ESPECIES FÓSILES ANTÁRTICAS DE BOUCHARDIA

Es interesante considerar aquí las especies descubiertas en la isla Seymour por la expedición sueca de 1902 y descritas por Buckman (2). Como ya lo ha observado Thomson (3), estas especies antárticas se asemejan mucho a *B. transplatina* Ih. Sin embargo, creo que la mayor semejanza no es con *B. angusta* Buck. sino con *B. antarctica* Buck., que es la única de aquellas formas que posee una carena en la valva ventral. En *B. transplatina* Ih. esta valva es aún más fuertemente carenada, y la valva dorsal es más deprimida que la otra, mientras que en *B. antarctica* ambas tienen más o menos la misma curvatura. A juzgar por estos caracteres, *B. antarctica* se asemejaría más a *B. rosea* que *B. transplatina,* pudiendo quizá ocupar una posición intermediaria entre estas dos últimas especies.

Pero del punto de vista presente es más interesante poder definir si, como parece, esas especies antárticas son verdaderas *Bouchardia.* En sus decripciones, Buckman nada dice de los caracteres interiores; pero su figura 2, plancha III, donde muestra el interior de la valva dorsal de *B. angusta,* deja ver claramente que por lo menos el proceso cardinal coincide bien con la especie genotípica y además, en la explicación de sus figuras, el autor se refiere a las « *V — shaped grooved*

(1) J. Allam Thomson, *Brachiopod Genera : The position of Schells with Magaselliform Loops, and of Shells with Bouchardiform beak characters. Transactions of the New Zealand Institute,* volumen XLVII, 1914.

La figura 4, *a,* de la página 398, que aparece como *B. Zitteli,* representa *B. patagonica;* mientras que la figura 4, *b,* que aparece como *B. patagonica* es *B. Zitteli.*

(2) S. S. Buckman, *Antarctic Fossil Brachiopoda, Wissenschaftiche Ergebnise der Südpolar Expedition,* 1901-1903, Band. III, *Geologie und Paleontologie,* página 14.

(3) Allan Thomson, *The genus « Bouchardia » and the age of the Younger beds of Seymour Island* [*Extracted from the Geological Magazine,* decade VI, vol. V, nº 648, pp. 258-63. London, 1918.]

*ridges»*; pero no hace ninguna referencia a las *lamellae*, ni sus figuras muestran nada que indique su existencia o al menos los vestigios de su inserción en el *septum* (como quedan siempre en *B. Zitteli* y *B. transplatina*).

En resumen, parece sin embargo lo más probable que las especies de la isla Seymour sean verdaderas *Bouchardia*.

## BOUCHARDIELLA, gen. nov.

El examen de los ejemplares típicos me obliga a fundar este nuevo género para *Bouchardia patagonica*, Ihering. A pesar de la gran semejanza externa, la preparación de las valvas demuestra que el proceso cardinal es completamente distinto, pues faltan en la valva dorsal las características crestas acanaladas a que se ha hecho referencia, y existe en cambio una foseta de contorno subcuadrangular. El proceso, en su conjunto, es muy fuerte y desarrollado. Por otra parte, el *septum* muestra en algunos ejemplares, claramente, la base de las *lamellae transversae*, por lo que sus afinidades con *Bouchardia* quedan evidenciadas.

Al describir su *Bouchardia patagonica*, Ihering *(An. del Museo Nac. de Buenos Aires*, t. IX (serie 3ª, t. II), pág. 210, 1903) hizo notar que tiene el *deltidium* mucho más alto y con el surco del medio más profundo que *B. Zitteli* y que, en cambio, el foramen del ápice es más pequeño. Por estos caracteres deducía que *B. patagonica* es la forma precursora de *B. Zitteli*. La comprobación que se acaba de hacer respecto de los caracteres del proceso cardinal, demuestra que las diferencias son de mayor importancia y que se trata probablemente de la forma antecesora del género *Bouchardia*, que aparece, por lo que hasta ahora se sabe, sólo en el Terciario inferior, correspondiendo *Bouchardiella* al Cretáceo superior. Hasta ahora nada se sabía sobre la filogenia de estos Braquiópodos.

La especie, que debe ahora llevar el nombre *Bouchardiella patagonica* (Ih.), ha sido equivocadamente figurada como *B. Zitteli*, según se ha explicado al tratar de esta última especie.

Los ejemplares típicos (Catálogo de Invertebrados fósiles del Museo de Historia Natural de Buenos Aires, nº 46) proceden de la costa del golfo San Jorge, algo al norte del Pico Salamanca, de los estratos que han recibido el nombre de esta localidad. Más abajo se consignan algunas observaciones sobre este punto.

## Bouchardia (?) jorgensis (Ih.)

Esta forma, procedente del patagónico inferior de Punta Casamayor (golfo San Jorge), ha sido designada por Ihering *(An. del Museo Nac. de Buenos Aires, loc. cit.,* pág. 210) como *Bouchardia patagonica* var. *jorgensis,* limitándose a decir que era « de forma más estrecha y alargada y más ventricosa » que la especie correspondiente.

Los caracteres externos dejaban ver ya, en efecto, diferencias bastante considerables, pues la región deltidiana es muy angosta y terminada en punta. Ihering sospecha que sean todos ejemplares jóvenes, pero esto no parece fundado, pues los 19 especímenes que tengo a la vista, presentan todos caracteres muy constantes y semejantes entre sí, y dimensiones que varían sólo de 6 $^{3}/_{4}$ a 8 milímetros en su mayor longitud (o sea la altura). Comparada con ejemplares realmente jóvenes de *B. patagonica* y de *B. Zitteli,* las diferencias son igualmente notables y es forzoso admitir que si la forma *jorgensis* alcanza mayores dimensiones, sus caracteres no pueden tender a los de ninguna de aquellas especies.

El examen de los caracteres de la charnela deja ver también diferencias importantes. pero, desgraciadamente, de un modo no muy claro. La mayor parte de los ejemplares han experimentado una cristalización parcial de su substancia calcárea y con esto se hace imposible, en muchos casos, observar los caracteres internos. Pero, por lo que se puede ver en uno de los especímenes, el proceso cardinal es distinto, tanto de *Bouchardia* como de *Bouchardiella.* Faltan, como en este último género, las crestas en forma de V de la valva superior, pero hay en la parte media del proceso cardinal, una depresión de forma lanceolada, con el ápice dirigido hacia arriba, muy diferente de la de *B. patagonica,* y que representa quizá un esbozo de las citadas crestas de *Bouchardia.* El conjunto del proceso cardinal es aún mayor, en proporción, que en *B. patagonica.* En cambio, tiene, aunque muy deficientemente conservadas, las *lamellae* del *septum :* una de ellas, desprendida en su base, hace ver que eran de dimensiones reducidas, comparadas con las de *Bouchardia,* y de forma triangular alargada. Todo esto basta para demostrar que es una especie independiente. En cuanto al género, necesariamente debe quedar como dudoso, hasta que se encuentre nuevo material o sea posible preparar mejor alguno de los ejemplares existentes.

No se debe creer que en esta especie, como tampoco en *Bouchardie-*

*lla patagonica,* los caracteres cardinales que aquí se han descrito sean juveniles, como podría suponerse por ser ejemplares de dimensiones reducidas si se comparan con los adultos de *B. Zitteli.* Los ejemplares pequeños de esta última especie, de sólo 8 milímetros, presentan ya en su valva dorsal las características bien definidas del género *Bouchardia.*

Es posible que esta especie represente otro género o subgénero distinto; pero por ahora parece más prudente referirla, con interrogante, a *Bouchardia.*

Es también posible que *B. jorgensis* (Ih.) tenga afinidades con la especie recientemente descrita por Allan Thomson con el nombre de *Bouchardia minima* (1), del « Oamaruian » superior de Nueva Zelandia, « generalmente considerado como Mioceno ». Es igualmente, como el nombre lo indica, una especie muy pequeña, de 4 $^1/_2$ a 5 milímetros. A juzgar por la figura, la charnela muestra semejanza con *B. jorgensis,* pero el autor habla de «*two narrow converging ridges*» que aquí no se ven, pero que podrían tener una homología en los bordes de la depresión lanceolada de la especie de Casamayor, de que se ha hablado más arriba. *B. minima* no muestra tener *lamellae transversae* ni nada equivalente a ellas. Todo esto hace pensar que la especie pequeña de Nueva Zelandia tampoco fuera una verdadera *Bouchardia.*

Este último punto me parece muy interesante de dilucidar y por eso me he adelantado a comunicar por carta los resultados de este estudio al doctor J. Allan Thomson, director del Dominion Museum de Wellington, Nueva Zelandia, cuyos estudios sobre Braquiópodos terciarios y actuales son de reconocida importancia. Las especies « bouchardiformes » del Terciario de Nueva Zelandia, que anteriormente habían sido referidos a aquel género, han resultado pertenecer, como ya Ihering lo había supuesto y el mismo Thomson lo ha demostrado, a géneros nuevos, completamente distintos de *Bouchardia.*

## NOTA SOBRE EL HORIZONTE SALAMANQUENSE

Siendo *Bouchardiella patagonica* (Ih.), uno de los fósiles característicos del Salamanquense o Salamanqueano, creo necesario decir algunas palabras sobre este horizonte geológico, tanto más que algunas

(1) J. Allan Thomson, *loc. cit.*, página 260, figura 1.

publicaciones recientes justifican dichas palabras. Aunque próximamente deberé volver sobre este punto, para tratar de aclararlo lo mejor posible en lo que se refiere a su aspecto paleontológico, me considero obligado (como encargado de las colecciones de moluscos fósiles del Museo Nacional de Buenos Aires, donde ahora se conservan todas las especies descritas por Ihering) a hacer la presente rectificación, sin ánimo de entrar en polémica con los distinguidos colegas cuyas opiniones no puedo compartir. Muchos de ellos (Roth, Keidel, Wichmann, Windhausen, Groeber) han tenido la deferencia de confiarme para su estudio algunos moluscos fósiles recogidos por ellos en aquellos estratos o en otros semejantes y este material, incorporado al ya existente, contribuirá a dar una base más sólida a estas investigaciones.

La edad de estos estratos marinos, fundados por el doctor v. Ihering en base a las colecciones e investigaciones de Carlos Ameghino y aceptados por Florentino Ameghino, es aún dudosa, pero está ahora averiguado que deben ubicarse en el Cretáceo superior (Daniano o más abajo, hasta el límite del Senoniano). Pero dejando de lado su edad, no hay la menor duda de que el Salamanquense es un horizonte bien distinto de la formación patagónica y mucho más antiguo que ella. Llama mucho la atención, pues, la afirmación reciente del doctor Schiller (1), de que el Salamanquense no tiene razón de ser estratigráficamente y de que los fósiles que se han atribuído a aquel horizonte deben haber sido recogidos en las capas inferiores de la formación patagónica. Esta suposición está basada en el solo hecho de que el autor, en sus excursiones, no ha hallado aquellos fósiles en el Pico Salamanca. Esta circunstancia (aunque no tuviera la explicación que se verá en seguida) no autorizaría por sí sola aquella conclusión, pues habría que ver si, paleontológicamente, hay la posibilidad de que los fósiles salamanquenses se hallan en las capas patagónicas. Ya Ihering había explicado suficientemente la cuestión al describir las especies respectivas; pero recientemente, y con este motivo, he vuelto a revisar todos sus ejemplares y puedo afirmar que las diferencias faunísticas entre aquellos dos estratos son perfectamente claras, y que si bien algunas especies de uno y otro son afines entre sí, no hay especies iguales. Por otra parte, algunas de las que se suponía afines, como *Bouchardia patagonica* Ih. y *B. Zitteli* Ih., resultan pertenecer, como se acaba de ver, a géneros distintos.

(1) W. Schiller, *Geologie und Erdöl von Comodoro Rivadavia Geologische Rundschau*, B. X, Heft. 1, páginas 14-31, 1919.

Schiller tiene razón al decir que en el mismo Pico Salamanca on existen las capas de este nombre o que al menos no es allí donde los primeros fósiles característicos fueron recogidos. Carlos Ameghino, a quien he pedido verbalmente una aclaración, me ha manifestado y autorizado a hacerlo público, que en realidad los fósiles que Ihering y Florentino Ameghino mencionaron como de Pico Salamanca, proceden de unas dos o tres leguas más al norte sobre la costa del golfo San Jorge (1); pero el nombre dado a aquellas capas no resulta, de todos modos, incorrecto, pues se entiende aplicada a la región vecina, de la cual el pico es el accidente geográfico dominante.

En el estado actual de los conocimientos sobre la geología de aquella interesante región de la Patagonia es, a nuestro modo de ver, lo más razonable mantener no sólo el nombre sino la entidad estratigráfica del Salamanquense. Si resultase probado lo que algunos de los geólogos antes citados han supuesto, esto es, de que junto con los fósiles atribuídos al Salamanquense hay algunos que corresponden a un horizonte distinto, quizá al Rocanense, esto tampoco sería razón suficiente para borrar el nombre de aquel horizonte : sería sólo el caso de tachar de la lista de sus fósiles aquellas especies, y el resto serían las que caracterizaran, entonces de un modo más preciso, los estratos de Salamanca.

Si se llegara a probar, por otra parte, que estos estratos, juntamente con otros del Cretáceo superior de Patagonia (Luisaense, Rocanense, etc.), deben ser considerados como de una misma gran formación marina, entonces habría que ver cuál nombre corresponde aplicar al conjunto. Es lo que ya propuso hacer el doctor Wilckens: pero el nombre de *georgiano* (o *géorgien)* empleado por este autor podría prestarse a confusión, pues como lo observa Haug en su *Traité de géologie* (t. II, fasc. 3°, pág. 1415), una designación igual ya ha sido empleada para otro horizonte de una era distinta, Cámbrico inferior (de Georgia, estado de Vermont, E. U.).

(1) El doctor Windhausen me ha entregado el año pasado (1920) varias valvas de uno de los fósiles característicos del Salamanquense, *Gryphaea pyrotheriorum* Ih., hallados por él unas tres leguas al norte de Pico Salamanca.

# TROIS NOUVEAUX HYMÉNOPTÈRES D'ARGENTINE

RECUEILLIS PAR C. BRUCH

ET DÉCRITS PAR J. J. KIEFFER
Docteur ès sciences (Bitche)

---

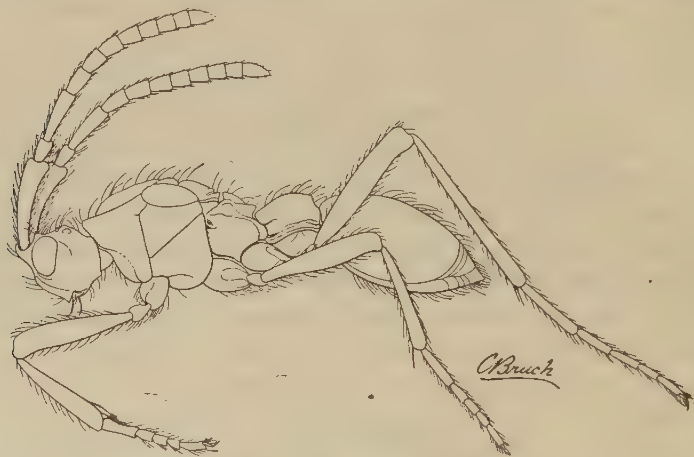
## 1. PHILOLESTES n. g.

Ce nouveau genre revient à la famille des *Diapriidae,* sous-famille *Diapriinae,* et trouve sa place dans le tableau synoptique, que j'ai donné pour les genres de cette sous-famille, à côté du genre myrmécophile *Solenopsia* Wasm., dont il diffère par le pétiole abdominal dépourvu d'écaille dressée et par l'antenne dépourvue de massue *(Das Tierreich,* vol. 44, *Diapriidae,* 1916). Le type est :

### P. rufus n. sp.

♀. *Forme aptère.* Roux brun, luisant, abdomen d'un roux plus clair, sauf le pétiole, et mat. Corps finement chagriné, parsemé de poils rares, jaunes et assez longs. Tête subglobuleuse, un peu aminci en col au bord postérieur, avec une rangée transversale de trois petites dents, située en arrière de l'insertion des antennes. Front lisse et plan, bouche petite. Yeux glabres, ovalaires, deux fois aussi longs que la joue. Ocelles en triangle équilatéral, deux fois plus distants des yeux que l'un de l'autre, plus éloignés du bord occipital que des yeux. Palpes pâles, courts, n'offrant qu'un article après la flexion. Antennes de onze articles, plus claires distalement; scape un peu plus long que les articles 2 et 3 réunis, subcylindrique, à peine aminci proximalement, avec deux petites dents à l'extrémité, à peine plus gros que les articles suivants, 2ᵉ article à peine plus court que le 4ᵉ, 3ᵉ presque deux fois aussi long que le 2ᵉ, 4ᵉ de deux tiers plus long que gros, cylindrique comme les précédents, 5ᵉ à peine plus long que

gros, 5-10 graduellement un peu plus gros et plus courts, 10e un peu transversal, 11e ovoïdal. Prothorax très étroit au milieu, découpé profondément en arc postérieurement. Mesonotum allongé, graduellement aminci en avant, très convexe, presque en crête médialement, ayant de chaque côté, au tiers postérieur, un sillon longitudinal. Scutellum avec un sillon profond, en croissant renversé, strié en travers et dont le milieu touche presque le bord postérieur du mesonotum, qui est droit. Segment médian sans arête. Thorax vu d'en haut graduellement aminci en avant et en arrière. Fémurs et tibias tous subcylindriques, non en massue, articles tarsaux allongés, 5e égal au 3e. Pétiole gros, vu d'en haut deux fois aussi long que large, sans feu-




*Philolestes rufus* Kieffer. Forme aptère

trage, graduellement abaissé en avant; reste de l'abdomen ellipsoïdal, convexe dessus et dessous; 2e tergite atteignant presque l'extrémité postérieure de l'abdomen, celle-ci pointue et formée de quatre segments très courts, tarière parfois un peu proéminente. Abdomen avec pétiole aussi long que le reste du corps.

Long.: 4,5 mm.

*Forme ailée.* ♀. Ressemble en tout point à la forme aptère. Aile dépassant beaucoup l'abdomen, large distalement, très brièvement ciliée au bord postérieur, large distalement, subhyaline, quart basal jaune brunâtre, cette couleur se prolongeant en deux bandes divergentes brunes jusqu'au milieu de l'aile; nervure sous-costale formant bord, ne dépassant pas le quart proximal; stigmatique remplacée par un petit appendice oblique et cunéiforme; médiale s'arrêtant vis-à-vis

de l'extrémité de la stigmatique, son tiers distal grossi en forme de trait brun; basale indiquée par une trace et reliée à l'extrémité de la stigmatique par un gros trait brun; sans autre nervure.

Long. : 4 mm.



*Philolestes rufus* Kieffer. Ailes

*Mœurs et patrie.* La forme aptère est hôte d'*Eciton dulcius* var. *jujuyensis* Forel, avec lequel elle a beaucoup de ressemblance quant à sa coloration et la conformation générale du corps. Trois ♀ aptères ont été recueillies avec *Eciton dulcius* var. *jujuyensis;* le 3-XII et 4-XII 1921. Plusieurs ♀ ailées ont été capturées à la lumière I-II, 1922, en même temps que l'*Eciton* (L.) *sulcatum* Mayr. Alta Gracia, Córdoba. Enfin, antérieurement Mr. Max Birabén a trouvé de la même espèce quelques ♀ ailées avec *Eciton* var. *jujuyensis*. Unquilla. Córdoba.

## 2. **Rhopalopria photophila** n. sp.

♀. Roux brillant et lisse. Abdomen noir, sauf le pétiole. Tête globuleuse. Yeux ovalaires, glabres, un peu plus longs que les joues ou que leur distance du bord occipital. Ocelles également distants l'un de l'autre et des yeux. Antenne de 12 articles; scape assez fortement aminci proximalement, égalant presque les quatre articles suivants réunis, 2e article un peu plus court que le 3e, égal au 4e, un peu plus long que gros, 4-6 graduellement un peu raccourcis, 6-12 formant la massue, 6-11 presque transversaux, plus gros que les précédents, 12e ovoïdal. Mesonotum presque plan, graduellement aminci en avant. Scutellum à fossette unique, striée densément. Segment médian à arête peu marquée. Mésopleures sans sillon. Aile dépassant beaucoup l'abdomen, hyaline, ciliée assez longuement; sous-costale formant le bord, ne dépassant pas le quart proximal, son extrémité un peu épaissie en coin; sans autre nervure. Fémur et tibia des pattes intermédiaires en massue, les postérieurs subcylindriques. Pétiole deux fois aussi long que gros, cylindrique, lisse, sans feutrage; abdomen proprement dit brièvement fusiforme, 2e tergite presque deux fois aussi long que les quatre suivants réunis.

Long. : 2 mm. Une ♀ capturée à la lumière, avec l'espèce précédente, le 23-II. Alta Gracia, Córdoba.

### 3. **Gasteruption tenue** n. sp.

♀. Noir; propleures, écaillettes, une bande oblique sur la limite des mésopleures et des métapleures roux brun; quatre pattes antérieures brunes, genou, tibia, sauf le côté ventral et tarse, sauf les quatre derniers articles du tarse intermédiaire, blancs; patte postérieure noire, avec un large anneau blanc, au-dessus de la base des tibias. Bouche et palpes jaunâtres, mandibules à dents noires, conformées comme chez *G. valens* (fig. 64, *Evaniidae,* pag. 337), sauf que la dent supérieure est droite. Corps très grêle. Tête très allongée, mate, finement chagrinée; occiput presque aussi long que large, graduellement aminci en arrière, à bord postérieur un peu relevé mais sans collerette. Yeux allongés, glabres, distants du bord occipital de deux tiers de leur longueur. Ocelles postérieurs situés vis-à-vis du bord postérieur des yeux, dont ils sont un peu plus rapprochés que l'un de l'autre. Joues à peu près nulles. Face un peu soyeuse de blanc. Prothorax grêle, long, aussi long que la distance de l'écaillette du bord antérieur du mesonotum, très finement strié en travers. Dessus du thorax mat et très finement chagriné, pleures chagrinées plus grossièrement. Aile hyaline, cellule discoïdale antérieure triangulaire, un peu plus courte et beaucoup plus mince que la postérieure. Métatarse postérieur aussi long que les quatre articles suivants réunis. Tarière aussi longue que le corps, valves noires, quart postérieur jaune clair.



*Gasteruption tenue* Kieffer

Long.: 11,5 mm. Alta Gracia, Córdoba, 1-25, I, 1922, sur les fleurs de *Amni visnaga.*

Cette espèce trouve place entre *G. sartor* et *G. Guildingi* à la page 238, au tableau synoptique que j'ai donné pour les espèces du genre *Gasteruption (Tierreich,* vol. 30, *Evaniidae,* 1912).

# PRIMER CINCUENTENARIO DE LA SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

(1872-1922)

---

El 28 de julio próximo pasado nuestra asociación cumplió cincuenta años de existencia; mas, como lo hizo en los precedentes aniversarios, postergó la celebración del homenaje por rendir a nuestra honrosa efemérides social, hasta la primavera ya próxima.

Designadas las comisiones que debían proyectar el programa de las fiestas, éstas dieron oportuno cumplimiento a su misión; pero las dificultades que hallamos para conseguir un local adecuado, sólo nos permitió realizar el acto el 5 del presente mes de diciembre.

Resuelta la Junta directiva a poner nuestra festividad bajo el auspicio moral de las autoridades de la Nación, las que tienen la grata misión de fomentar la alta cultura del país, pidió una audiencia al excelentísimo señor presidente de la Nación, doctor Marcelo T. de Alvear, la que fué deferentemente concedida.

En tal virtud, una comisión compuesta del señor presidente de nuestra asociación, ingeniero Santiago E. Barabino, del señor doctor Nicolás Lozano, vicepresidente de la misma, de los señores consocios doctor Gregorio Aráoz Alfaro, ingeniero Antonio Paitoví, doctor Atilio A. Bado, ingeniero Edmundo Parodi y de los secretarios doctores Reinaldo Vanossi y Rogelio A. Trelles, entrevistó al señor doctor Alvear y le invitó a presidir nuestra fiesta cultural.

La comisión halló en el excelentísimo señor presidente una marcadísima simpatía por la Sociedad Científica Argentina, cuya labor apreció muy honrosamente, manifestándole, sin reserva, su decisión de prestar especial atención a los problemas de la enseñanza en el país, de acuerdo con las necesidades del mismo y con los progresos de la cultura mundial, agregando que prestaría su eficaz apoyo a las asociaciones que, como la nuestra, tenían el generoso objetivo del progreso de las ciencias y de sus aplicaciones en la Argentina.

Agregó que haría acto de presencia en nuestra velada y que dejaba a la decisión del señor ministro de justicia e instrucción pública, doctor Marcó, la aceptación de la presidencia de la simpática fiesta.

La comisión se retiró agradeciendo vivamente al señor presidente, doctor Alvear, su amable recepción, y pasó a visitar a su excelencia el señor ministro de justicia e instrucción pública, doctor Marcó, para ofrecerle la presidencia del acto, la que aceptó complacido, demostrando su aprecio por nuestra semisecular asociación cultural y el empeño con que abordará los grandes problemas de la instrucción pública en el país.

Muy gratos al señor ministro, doctor Marcó, la comisión se retiró convencida de que una era de progreso educacional se iniciaba en estos momentos.

Conseguido al fin el bello teatro Cervantes, que su locatario, señor Da Rosa, nos cedió generosamente, la Junta directiva solicitó del señor intendente de la Capital, doctor Carlos Noel, la concesión de la banda municipal y la ornamentación del salón, lo que fué gentilmente acordado.

Establecida, entonces, la fecha y la forma de la celebración de nuestra velada, se pasó la siguiente invitación :

Buenos Aires, diciembre de 1922.

*Señor . . .*

La Junta directiva tiene el agrado de invitar a usted y familia al acto que, con la asistencia del excelentísimo señor presidente de la Nación, doctor Marcelo T. de Alvear, del señor intendente municipal, doctor Carlos Noel, y presidido por su excelencia el señor ministro de justicia e instrucción pública, doctor Celestino J. Marcó, se celebrará el 5 de diciembre de 1922, a las 21.30, en el teatro Cervantes, festejando el cincuentenario de la Sociedad.

Saluda a usted con su consideración más distinguida.

SANTIAGO E. BARABINO,
Presidente.

*Reinaldo Vanossi. — Rogelio A. Trelles,*
Secretarios.

PROGRAMA

*Primera parte*

1. Himno nacional.
2. Discurso del señor presidente de Sociedad, ingeniero Santiago E. Barabino.
3. *Cincuentenario,* marcha triunfal, dedicada a la Sociedad Científica Argentina, Barabino.
4. Discurso del doctor Ricardo Rojas.
5. *Minuetto,* Paderewski.

*Segunda parte*

1. *Nocturno en fa,* Chopin ; *Danza gitana,* Falla ; piano, por el señor Jorge C. Fanelli.
2. *Orientale,* César Cui ; *Rapsodia húngara,* Popper ; violoncello y piano, por los señores Adolfo Morpurgo y Jorge C. Fanelli.
3. *Vieille Chanson,* Chaminade ; *L'Africana (O Paradiso)* Meyerbeer ; para canto, por el tenor señor Pedro Mirassou, al piano el señor Jorge C. Fanelli.
4. *Marcha final,* por la Banda municipal.

La Banda municipal ha sido cedida gentilmente por el señor Intendente.

Fueron invitados nuestros altos funcionarios políticos y culturales, nuestros consocios, descollantes hombres de ciencia ajenos a nuestra institución y numerosas familias.

El 5 de diciembre, a las 21,30 en punto, hicieron acto de presencia en el teatro Cervantes el excelentísimo señor presidente de la Nación, doctor Alvear y su excelencia el señor ministro de justicia e instrucción pública, doctor Marcó, los que fueron recibidos con una nutrida salva de aplausos por los miembros de la Junta directiva y por el público que les esperaba en el vestíbulo, y, luego, por el que llenaba ya la sala del teatro.

Èsta presentaba un aspecto simpático e imponente a la vez, gracias a la presencia de tantas damas y niñas y a la numerosa y distinguida concurrencia que llenaba todas las localidades, salvo algunos palcos de propiedad particular que no fué posible aprovechar.

Levantado el telón se presentó ante el público la comisión de honor, constituída por los expresidentes de la Sociedad Científica, entre los que recordamos a los ingenieros Santiago Brian, general Arturo M. Lugones, Emilio Palacio, Domingo Noceti, Nicolás Besio Moreno, doctor Marcial R. Candioti, doctor Francisco P. Lavalle, ingeniero Jorge Duclout, por los vicepresidentes ingeniero Antonio Paitoví y doctor Nicolás Lozano ; por nuestro sabio consocio honorario doctor Eduardo L. Holmberg y por los consocios ingeniero Ferruccio A. Soldano, doctor Atilio A. Bado, ingeniero Julio R. Castiñeiras, ingeniero Evaristo V. Moreno, ingeniero Manuel J. Arce e ingeniero Juan José Carabelli, miembros de la Junta directiva ; y por el profesor Pablo A. Pizzurno y el gerente de la institunión don Juan Botto, presididos por los señores doctor Celestino J. Marcó, ministro de justicia e instrucción pública, ingeniero Santiago E. Barabino, presidente de la Sociedad Científica y el doctor Ricardo Rojas, decano de la Facultad de filosofía y letras. Los doctores Gregorio Aráoz Alfaro y Carlos María Morales excusaron su inasistencia por duelo de familia.

Acto continuo la banda municipal ejecutó el Himno nacional, que fué escuchado de pie y, como siempre, estusiastamente aplaudido.

Terminados los aplausos, abrió el acto su presidente, el señor ministro de Justicia e instrucción pública, doctor Celestino J. Marcó, pronunciando una elocuente alocución, en breves pero sujerentes conceptos, que fueron dignamente apreciados y sumamente aplaudidos, pues ellos corroboraban las ideas del señor presidente, doctor Alvear, sobre fomento de la intrucción pública en la Nación.

Lamentamos no haber podido conseguir el discurso del señor ministro, pero vamos a tratar de recordar lo más fielmente posible, siquiera sea lo más esencial.

Dijo el señor Marcó, que tanto el señor presidente, doctor Alvear, cuanto él mismo, habían aceptado complacidos la invitación de la semisecular Sociedad Científica Argentina para auspiciar su fiesta cincuentenaria, por cuanto actos de esta naturaleza, celebrados por respetables instituciones culturales, entran en el programa que el gobierno de la Nación se ha propuesto cumplir en lo que respecta al desarrollo de la enseñanza superior, científica y técnica, porque ella constituye la más sólida base del progreso de un país.

La presencia del señor presidente de la Nación en esta velada de alta cultura, agregó, y mi aceptación de la presidencia de la misma, constituyen una prueba fehaciente de tan alto propósito.

El gobierno prestará siempre — dentro de lo posible — a las instituciones científicas el apoyo necesario para que puedan eficazmente desenvolverse, en beneficio de la cultura general del país.

Más aún, atenderá gustoso las indicaciones que las mismas crean conveniente presentar al ministerio de su cargo, pues con el concurso de los elementos cultos siempre será posible esperar un más ponderado acierto en la sistematización de la enseñanza y en sus aplicaciones prácticas a la vida nacional, lo que constituye el más sólido pedestal para la civilización de un pueblo.

Especializándose, luego, con la Sociedad Científica Argentina manifestó que conocía su vida de sacrificio, su constante dedicación y sus luchas con las dificultades de tiempo y ambiente que le han obstruído el camino, y que, sin embargo, ha conseguido cumplir con honor sus primeros cincuenta años de existencia, creando un centro de cultura científica que ha hecho conocer con honra, ante el mundo intelectual, nacional y extranjero, el nombre de la Nación Argentina, gracias a su ponderada obra intelectual, registrada en gran parte en sus reputados Anales, que alcanzan ya a un respetable número de volúmenes y figuran en las principales bibliotecas. En tal virtud, que prestaría siempre la atención a que se ha hecho realmente acreedora nuestra asociación.

Terminó haciendo votos por el progreso siempre creciente de la misma.

Creemos excusado decir con cuánta satisfacción escucharon al señor ministro los miembros de la asociación; cuán sincera y calurosamente fueron

aplaudidas sus amables palabras y las esperanzas que surgen para la misma ante esta nueva aurora educacional, de feliz presagio para los que trabajamos por el progreso intelectual del país.

Acallados los aplausos, hizo uso de la palabra el señor presidente de nuestra institución.

## DISCURSO DEL SEÑOR PRESIDENTE DE LA SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA INGENIERO SANTIAGO E. BARABINO

Excelentísimo señor presidente de la Nación,
Excelentísimo señor ministro de Justicia e instrucción pública,
Señoras y señores :

Mi primera palabra tiene que ser lógicamente de agradecimiento, en nombre de la Sociedad Científica Argentina, al excelentísimo señor presidente de la Nación, doctor Marcelo T. de Alvear, por habernos honrado haciendo acto de presencia en nuestra modesta fiesta, y a su excelencia el señor ministro de justicia e instrucción pública, doctor Celestino J. Marcó, por haberse dignado presidirla.

Es un hecho que deseo hacer resaltar por la importancia real que, para el porvenir de la cultura superior argentina, representa esta franca adhesión de las altas autoridades actualmente encargadas de fomentarla.

Debo agradecer también al señor intendente, doctor Carlos Noel, el apoyo que nos ha prestado para el mayor éxito de nuestra velada.

Señores :

La Sociedad Científica Argentina celebra hoy sus bodas de oro con la ciencia nacional, entregándose jubilosa a este momento de grato esparcimiento, como recompensa de una larga vida de estudio. Con tan grato motivo, tócame dirigiros la palabra por imponérmelo el cargo que en ella invisto, y haberme cabido la fortuna de presidirla al cumplirse su primer cincuentenario.

Deseara poder hacerlo en términos que correspondieran a la importancia de nuestra efemérides, pues la brillantez del argumento requiere el esplendor de la forma para que le sirva de nimbo; pero si mi mente concibe la grandeza del fondo, mi pluma no se presta para

crearle una digna aureola. Por esto hemos confiado tan delicada misión a un maestro del decir, el doctor Ricardo Rojas, cuya elocuente palabra responde ampliamente a la indicada condición, y a quien desde ya me complazco en agradecerle su valioso concurso.

Por mi parte me concretaré a deciros algunas palabras sobre nuestra institución cincuentenaria.

Dirigiendo una mirada retrospectiva hacia el momento en que con juvenil osadía surgió nuestra institución, y rehaciendo luego mentalmente el camino andado, nos sentimos satisfechos de la labor realizada, por cuanto modesta sea, pues en aquellos tiempos, señores, el país no estaba aún preparado para que en él germinara exhuberante la simiente científica.

Apenas librados del caos nacional, producido en los largos años de desquicio que siguieron durante casi cuatro décadas a la epopeya de nuestra libertad e independencia ; época de barbarie caudillesca, de cruentas tiranías lugareñas, de envilecentes ambiciones desmedidas, de premeditado horror por la civilizadora escuela, en aquellos momentos, decía, recién normalizada la vida nacional, la vida fraternal de las provincias del Plata, al fin realmente unidas, las aspiraciones latentes se exteriorizaron en el libertado pueblo argentino mediante una labor fecunda que permitió que arraigaran y florecieran la ganadería, la agricultura, el comercio y, por fin, la enseñanza primaria y secundaria, gracias a los patricios que, habiendo sufrido las calamitosas circunstancias mencionadas, reaccionaron con verdadero fervor patriótico.

En los estudios superiores, universitarios diré, sólo dos ramas científicas habían podido valorizar su acción : la jurisprudencia y la medicina ; pero las matemáticas, la física y la química, las ciencias naturales en sus diversas ramificaciones, o no figuraban en nuestros programas de estudio o se hallaban aún en su lento desarrollo inicial.

No existían, pues, elementos nacionales para crear las facultades correspondientes, por cuya razón nuestros primeros gobernantes constitucionales tuvieron la genial previsión de traer reputados mentores, y aun sabios, para que integraran e intensificaran la educación intelectual de nuestro pueblo, ávido de poseer el arma poderosa de la ciencia, fruto del estudio y de la meditación.

A este período inicial de las ciencias físico matemáticas puras y aplicadas, debo referirme aunque someramente, porque en él se produjo la creación de nuestra institución cultural.

Era a mediados de 1872. Los hombres de ciencia en el país no existían. Bastaría dar los nombres de los meritorios caballeros que crearon nuestra asociación para justificar mi aserto. Por eso nuestra institución al iniciar sus tareas tuvo que desarrollarlas en un ambiente social poco aparente para las disciplinas científicas. Debió, ante todo, roturar un campo culturalmente virgen, abrir surcos y arrojar la simiente para que con el correr del tiempo fructificara.

Tiempos difíciles fueron aquéllos, tanto que si me preguntárais qué hizo la Sociedad en ese entonces, podría, parodiando al famoso político francés, el abate Sièyes, cuando le preguntaron que había hecho en los tiempos difíciles de la revolución francesa, contestaros justificadamente: Vivir! Y no sería poco lo hecho por nuestra asociación con sólo haber vivido, en tiempos en los cuales las fáciles y remuneradoras tareas comerciales, ganaderas y agrícolas, desviaban a la gran mayoría del pueblo de las especulaciones científicas, penosas y mal recompensadas.

Pero para satisfacción nuestra, señores, no sólo hemos vivido, sino que también hemos trabajado y producido; y, sea dicho sin jactancia ni falsa modestia, realizado obra buena, como lo demuestran los datos que voy a exponeros en forma lo más sintética posible.

En nuestro salón social se han realizado unas 650 conferencias de carácter científico, artístico, industrial y social, dadas por distinguidas mentalidades argentinas y extranjeras, socios de la misma, o pertenecientes a otras instituciones a las que siempre ha cedido graciosamente su local, o por otros hombres de ciencia de paso en nuestro país.

La Sociedad ha efectuado 441 visitas colectivas a establecimientos industriales, obras públicas o privadas, con el objeto de estudiar las aplicaciones de la ciencia que ellos ofrecían.

Uno de los primeros pasos dados por ella fué el de auspiciar y costear la cuarta expedición argentina a la Patagonia septentrional, dirigida por el doctor Francisco P. Moreno, la que dió a conocer bajo sus diversos aspectos una extensa zona de ese desierto territorio.

Inició y realizó en el país, a su costo, en 1875 y 1876, las primeras exposiciones industriales, las que dieron lugar a las grandes exposiciones que poco después hicieron conocer la capacidad industrial de nuestro país, fomentando a la vez una actividad técnica de real importancia. Creó los congresos científicos, celebrando el primero « Cien-

tífico latino americano», cuyos trabajos fueron publicados en cinco volúmenes, que suman unas 2000 páginas de labor intelectual. Organizó y celebró en 1910 el « Congreso científico internacional americano », del centenario, el más importante de los celebrados hasta hoy en la América latina, del que, por falta de fondos, sólo pudo publicarse los dos primeros volúmenes, que abarcan un total de 1356 páginas; y, por separado, un notable trabajo sobre *El cerebro de los mamíferos de la República Argentina*. Esta suspensión de las publicaciones, debida a la falta del apoyo que teníamos derecho a esperar, importó una sensible dispersión y pérdida de un acervo cientifico que hubiera llenado unos veinte volúmenes, y cuya importancia se desprende con solo nombrar a los sabios argentinos y extranjeros que las redactaron: doctor Ameghino, contralmirante M. García Mansilla, doctor F. P. Moreno, doctor Horacio Piñero, general Riccheri, doctor Arata, etc.; el gran matemático Vito Volterra; ingeniero Luis Luiggi y general Alfredo Dallolio; ingeniero don Leonardo Torres Quevedo; commander A. P. Niblack; profesores Ópin, Vallee, Widal, Martinenche y Lorin; almirante H. M. Field; doctor C. E. Porter y tantos otros que sería pesado mencionar. Dicho congreso mereció de parte de la « IVª Conferencia internacional americana », celebrada en la misma fecha en esta Capital, un voto de felicitación y la aprobación de varios de sus propios votos.

Nuestra asociación se ha adherido y hecho representar en todos los congresos celebrados en el país y en el exterior, como lo hará con todos a los que fuere invitada.

Ha realizado, entre otras, una excursión a la cantera de granito y de cal en Sierra Baya, en el cerro antes denominado « Largo », hoy « Sociedad Científica Argentina ». Contribuyó con fondos de la Sociedad a la excursión a los ventisqueros del Tupungato, realizada por una comisión especial. Bajo su auspicio se efectuó otra exploración a los esteros de la laguna Iberá, que ha servido de guía a los nuevos estudios efectuados recientemente.

Cuando la Nación carecía de las reparticiones técnicas que hoy posee, asesoró desinteresadamente al gobierno, informándole sobre las múltiples consultas que le sometiera a su estudio, como lo hará toda vez que se le solicite.

Ha realizado más de veinte concursos sobre temas de su incumbencia, adjudicando premios a los mejores trabajos.

En su local se dictaron clases gratuitas de idiomas, taquigrafía, etc.

En 1920 inició la organización de un Congreso universitario na-

cional, el cual, dadas las circunstancias por qué pasaban la enseñanza superior y aun la secundaria, hubiera sido de proficuos resultados para la marcha progresiva de la instrucción pública en el país, pues a él llamamos y acudieron las personalidades más destacadas de la ciencia pedagógica argentina, que abarcaban todas las escuelas, todas las tendencias educacionales. No tuvimos la satisfacción de poder prestar tan importante servicio al país porque los que más debieron y pudieron ayudarnos, por causas que me eximo de especificar aquí, obstruyeron deliberadamente nuestro camino.

La labor intelectual de nuestra asociación figura en gran parte en los numerosos trabajos publicados en sus *Anales,* que constituyen ya una valiosa enciclopedia de 94 volúmenes, con un total de 53.496 páginas de nutrida contribución de los hombres de ciencia del país y de los colaboradores del exterior.

Nuestra revista se canjea con 212 publicaciones de igual carácter, nacionales y extranjeras, y se envía gratuitamente a las bibliotecas públicas argentinas y sudamericanas.

Para celebrar más dignamente nuestro primer cincuentenario, la Junta directiva resolvió crear un documento histórico de nuestra cultura, publicando una crónica de la evolución científica del país en el indicado período, confiando esta labor a un núcleo de especialistas que figuran entre los más descollantes de nuestros hombres de ciencia.

Este trabajo, por su naturaleza, constituirá una obra de consulta para las generaciones futuras.

Por lo demás, la Sociedad también ha tenido momentos de real satisfacción, pues, a parte de la del deber cumplido, ha sido objeto de distinciones que importan un premio a su larga labor. He aquí una nómina de las principales recompensas recibidas :

Diploma de honor y medalla de plata en el Congreso internacional de geografía, efectuado en Roma en 1881.

Medalla de plata en la Exposición internacional de París, en 1889.

Mención honorífica en la Exposición nacional, preliminar de la de Chicago, en 1898 y medalla de plata en ésta.

Medalla de oro en la Exposición de Saint-Louis (Estados Unidos) en 1904.

Diploma de honor en la Exposición internacional del norte de Francia, Roubaix, en 1911.

Medalla de oro en la exposición universal de Gantes, en 1913.

Diploma y medalla de honor en la Exposición universal de Panamá-Pacífico, en San Francisco, en 1915.

Recientemente, con motivo de nuestro primer cincuentenario, la Intendencia y el honorable Concejo, municipales, nos han favorecido cediéndonos, por cincuenta años, un solar con destino a nuestro futuro local social, más amplio y en mayor correspondencia con su importante misión. Por la misma razón y con igual objeto, el señor diputado Ricardo J. Davel ha presentado a la honorable Cámara de diputados, de la que forma parte, un proyecto concediendo a nuestra asociación un subsidio de pesos 25.000, que es dable suponer será sancionado.

Debo agregar que acabamos de recibir las siguientes comunicaciones, las cuales, dadas las sabias instituciones que nos las dirigen, mucho nos honran y mucho agradecemos.

La Academia nacional de Córdoba, nos envió el siguiente telegrama :

« Córdoba, 5 de diciembre de 1922.

« *Señor presidente de la Sociedad Científica Argentina:*

« Academia nacional de ciencias de Córdoba se asocia al cincuentenario que hoy celebra la Sociedad Científica Argentina cuya obra representa para la República un considerable acervo de beneficios en el orden de la investigación pura y aplicada.

« Al adherir a la fausta fecha, la Academia formula votos porque continúe la prosperidad de la prestigiosa Sociedad.

« ADOLFO DOERING,
« Presidente.

« *Enrique Sparn,*
« Secretario. »

A su vez la Sociedad Científica Alemana nos remitió la siguiente atenta nota, que importa un honroso rasgo de fraternidad científica :

« Buenos Aires, diciembre 5 de 1922.

« *A la Junta directiva de la Sociedad Científica Argentina.*

Capital.

« Muy señores nuestros :

« En nombre de la Sociedad Científica Alemana, que tengo el honor de dirigir como presidente, les agradezco la invitación que aca-

bamos de recibir para la función que se celebrará esta noche con motivo del cincuentenario de la Sociedad Científica Argentina, y me es grato comunicarle que el Consejo directivo de la Sociedad Científica Alemana ha decidido adherirse en la forma más cordial al homenaje que en esta oportunidad se ofrecerá a la tan digna y meritoria entidad cultural que ustedes representan con una eficacia y un éxito conocidos y apreciados en la República y en el exterior.

« El cincuentenario de la Sociedad Científica Argentina brinda a la Sociedad Científica Alemana una grata oportunidad para manifestar la admiración con la cual, en varias ocasiones, ha podido seguir los trabajos desempeñados por la distinguida entidad argentina.

« Las publicaciones y las reuniones de la Sociedad Científica Argentina, a nosotros nos ha servido como estímulo para que perseveremos en una labor que sólo puede alcanzar sus fines por la cooperación de todos los gremios que se inspiran en los altos principios de la ciencia y de los progresos del espíritu humano.

« Con este motivo, nos es grato presentar en el día festivo de hoy, a la Sociedad Científica Argentina nuestros homenajes expontáneos y sinceros, esperando que, por el bien de la evolución cultural en la República Argentina y en el interés general del mundo científico de todos los países, esa distinguida entidad hallará en los años venideros nuevas oportunidades para afirmar la alta estimación que ha sabido conquistarse por la seguridad y la serenidad de sus actuaciones.

« Les saludan en nombre de la Sociedad Científica Alemana con la expresión de su más alta consideración.

« DR. W. RÖHMER,
« Presidente.
« *G. Eisig*,
« Secretario ».

Para proseguir su honrosa tarea, la Sociedad Científica Argentina cuenta hoy con 418 socios, entre activos honorarios y correspondientes; posee una biblioteca que contiene más de 16.500 volúmenes, casi todos de carácter científico; y su sala de lectura ofrece, además, las numerosas revistas que indiqué, es decir, las más reputadas y modernas de ambos mundos; y cuenta, sobre todo, con el aliciente de vuestra simpatía, que ello importa vuestra amable presencia en nuestra festividad social, la que os agradezco sinceramente.

Señores :

El campo de nuestra cultura nacional está felizmente, en gran parte, roturado y cultivado. Toca a las actuales y futuras energías científicas, integrar e intensificar su producción para honra del país y de sus hijos.

Muy bien recibidas fueron las palabras del señor presidente, ingeniero Barabino, mereciendo prolongados aplausos.

Prosiguiendo el programa establecido, la Banda municipal ejecutó la marcha triunfal *Cincuentenario,* del propio señor Barabino, dedicada a nuestra asociación, muy bella y muy aplaudida.

Luego hizo uso de la palabra el doctor Ricardo Rojas, leyendo una hermosa disertación en la que se hermanan la maestría de la dicción con la profundidad del pensamiento y la elocuencia de la forma.

Damos a continuación esta bella pieza oratoria.

## DISCURSO DEL SEÑOR DECANO DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS, DOCTOR RICARDO ROJAS

Excelentísimo señor presidente de la Nación,
Excelentísimo señor ministro de Instrucción pública,
Señor presidente de la Sociedad científica argentina,
Señoras y señores :

La civilización egipcia legó a su posteridad dos monumentos que solemos contemplar como símbolos de la creación de Dios en la naturaleza y de la creación del hombre en la historia. La Esfinge y la Pirámide son esos monumentos, que, labrados en piedra perdurable, se alzan desde hace siglos entre las movibles aguas del mar y las movedizas arenas del desierto. El uno plasma en sus heterogéneas formas biológicas la unidad vital de los seres en el gran ser misterioso que es el cosmos, y a éste lo simboliza la Esfinge; mientras el otro plasma en sus homogéneas formas geométricas la unidad lógica de las ciencias en la gran ciencia que es el ideal, y a éste lo simboliza la Pirámide. Así, estos dos emblemas enormes son como hilos que demarcan la esfera universal de la cultura, materializando el uno lo desconocido que imanta nuestra ambición, y materializando el

otro nuestra ambición que remonta metódica al luminoso culmen de la verdad. Arte, sabiduría, misticismo y acción, todo ello se refunde en tales mitos, que así resultan elevados símbolos de la ciencia. Por eso la vida y la muerte yacen en sus entrañas de piedra; la tierra obscura sírveles de pedestal; la luz del claro empíreo las envuelve; y la intuición de lo que ellas expresan continúa obrando en las conquistas del espíritu humano.

Todo pueblo civilizado ha tenido su Esfinge y su Pirámide, pues aunque estos íconos materialmente hayan faltado, cada pueblo tuvo esfinges que descifrar y pirámides que construir, apenas su conciencia hubo entrado en la responsabilidad de la cultura. Para ese culto se fundó entre nosotros la Sociedad Científica Argentina, cuyo cincuentenario celebramos, y sólo comparando lo que éramos entonces con lo que somos hoy, podremos apreciar la obra realizada por esta benemérita sociedad en medio siglo de vida. Como otros pueblos, habíamos descubierto la Esfinge; pero necesitábamos levantar la Pirámide, y no es jactancia decir que estamos levantándola.

Sobre un montículo de piedra, yacía la esfinge de Giseh, con su cuerpo de toro, con sus garras de león, con sus alas de águila, y encima de todo ello, la cabeza humana que parecía mirar a lo lejos, con ojos impávidos, las montañas de la Libia y escuchar con oídos invisibles la cadencia del mar lejano...

Traslademos intacto el símbolo a nuestro ambiente: levantemos el ícono junto al Plata, que es nuestro Nilo; hagámosle mirar, en ideal visión, hacia los Andes lejanos, mientras suena en la brisa de la Pampa la imaginaria voz del Atlántico rumoroso. El hombre del Nuevo mundo se ha acercado al mito para contemplarlo; es el eterno Edipo de los enigmas. Y entonces ve que aquí como allá, en el Plata como en el Nilo, el enigma del cosmos y del hombre es el mismo; que sobre el pedestal de la vida inorgánica y de las moles físicas sometidas a fuerzas matemáticas, ha aparecido la vida de los seres animados, y sobre las formas animales del león y el toro, coronando la evolución, se ha erguido el hombre cuya cabeza reina iluminada por la luz de los cielos. Comprende así que la ciencia tiene también aquí una misión solidaria con la de todos los pueblos, porque el Universo es un inmenso ser organizado, un heterogéneo cuerpo sometido a la unidad espiritual de sus leyes, y que el hombre sólo es una imagen abreviada del Universo...

Aquel Edipo nuevo se llamó entre nosotros Florentino Ameghino y tuvo en esta Sociedad Científica su Thebas laica.

Mas, he aquí que, de pronto, la Esfinge toma bajo el sol de América un sentido nuevo, porque tal es la fecundidad proteica de los símbolos. Bajo el sol de América, este mito hierático, en la multitud de sus significados ocultos, parece aludir también a esos seres vivos que son las naciones, entidades con cuerpo y con alma, formadas de la tierra, que es la naturaleza, y del hombre, que es la historia. El clarividente ve entonces, con los ojos de la intuición, que la Esfinge envuelve el enigma de nuestra patria: ese montículo del pedestal es la tierra nativa; esas alas, que parecen de cóndor, son el misterio alado de las cosas indias; esas garras de león, el jeroglífico de España y de nuestras guerras de origen; ese cuerpo de toro, el fundamento de nuestra economía social; y esa cabeza humana, la afirmación de que se ha de poner sobre el terruño inerte, sobre la tradición instintiva, sobre las armas y sobre la riqueza, la conciencia de todo ello, refundiendo sus partes heterogéneas en la unidad de un nuevo ser sometido a las normas de la inteligencia.

El clarividente de este otro símbolo se llamó entre nosotros Domingo Faustino Sarmiento, y éste también halló en la Sociedad Científica Argentina su Thebas laica.

Dos veces, pues, ha hablado para nosotros la esfinge durante el siglo anterior. Los enigmas universales de la naturaleza, propuestos a la biología y a la física; los enigmas locales de la historia, propuestos a la política y a la educación, tales fueron el mensaje de Ameghino, fundador de nuestras ciencias naturales, y el mensaje de Sarmiento, fundador de nuestras ciencias sociales. Ellos, al darnos la conciencia de dichos problemas, crearon el deber de resolverlos por colaboración nacional, para que nuestra patria iluminara por sí la senda de su propio destino, y para que entregáramos a la humanidad el tributo de ciencia que le debíamos desde el instante mismo de nuestra emancipación. Porque los pueblos que se emancipan pierden todo derecho a seguir siendo parásitos de la vida internacional en dichos órdenes de la cultura. Las colonias, sí, pueden vivir intelectualmente a expensas de sus metrópolis, dispensándose de pensar porque toman a los pueblos tutelares su filosofía, su ciencia, su industria, su arte, su política, a cambio de la explotación económica. Pero cuando un pueblo deja de ser colonia para proclamarse nación, como nosotros lo hicimos, entonces ya no puede ese pueblo conformarse con el orgullo inicial de sus victorias marciales, que fueron una necesidad transitoria; ni con el régimen convencional de una autonomía jurídica que reposa en el reconocimiento de otros estados; ni con la

exportación de sus materias primas en barcos ajenos, porque eso es rudimentario comercio de factorías; sino que debe ese pueblo aspirar a vivir como igual entre las naciones creadoras de cultura, dando a la humanidad la contribución de su propio pensamiento, y afirmando su personalidad moral por la creación de una filosofía, de una ciencia y de un arte. La nacionalidad no cuenta en la historia sino cuando es la afirmación de ese hecho espiritual. A ello tendió la Sociedad Científica Argentina, a ello tiende nuestra Facultad de filosofía y letras, caminos diversos de una misma ascensión. Las armas para defender el territorio, el gobierno para administrar los bienes sociales, el dinero para conseguir el bienestar material, no son sino instrumentos de que las naciones necesitan valerse para realizar aquellos ideales. Hay pueblos plebeyos y pueblos aristocráticos : si el pueblo argentino quiere ser de estos últimos y no aparecer como un grotesco *nouveau riche* entre las naciones, debe apresurarse a comprender lo que vale la ciencia pura en la civilización.

Inútil parece al vulgo por alta y por intangible la estrella lejana, y sin embargo medimos nuestras horas por la marcha de esa lumbre sutil y por ella orientamos nuestros caminos en la tierra.

Fué este ideal trascendente lo que simbolizaron en la Pirámide los antiguos egipcios, padres espirituales de los hebreos y los griegos. Al dársela por tumba al Faraón, confirmaron el símbolo, puesto que el Faraón en vida era pontífice de una sinarquía de sabios, y puesto que la muerte lo inmortalizaba, emprendiendo su doble el viaje ascendente de los cielos. Así aquel geroglífico de piedra podía considerarse como estilización del luminoso haz que baja desde el zenit hasta la tierra, o como la estilización de la llama, que asciende desde el negro carbón en su radiante cono de fuego. La luz era el símbolo cosmogónico de la idea divina derramada desde su cúspide originaria en la materia cada vez más densa ; y el fuego era el símbolo antropogónico del ideal humano subiendo desde la densa materia hacia su fuente divina. Geometrizados ambos en la pirámide, se refundían bajo un solo emblema : la involución de Dios en el Universo y la evolución del universo en Dios ; luz serena que baja, y atormentado fuego que asciende. La síntesis de religión, ciencia, política y arte, logró expresarse así bajo una forma simplísima, cuya arquitectura reposaba en una razón matemática.

De tiempo en tiempo la humanidad ha buscado la razón perdida de aquella síntesis, nunca tan necesaria como hoy, en medio de la atroz anarquía que desgarra al mundo. Hace ya muchos siglos parecieron

vislumbrarla algunas ciudades armoniosas, algunas instituciones inspiradas. Fué tal vez Atenas pagana cuando edificó la Acrópolis; fué acaso la cristiandad europea cuando en su mística plenitud realizó el prodigio de las catedrales. Pero la inteligencia helénica se envició en la verba de los sofistas, y la fe medioeval se desvaneció en el éxtasis de los visionarios. Más equilibrada integración de lo visible y de lo invisible, inspiró a la escuela pitagórica de Crotona, cuya gloria fugaz halló ocaso de sangre bajo el hierro de una tiranía. Pero esa noble tradición no habría de perderse. Platón había dicho en su *Timeo,* al tratar sobre la naturaleza: « El Dios engendrado es visible a nuestros ojos. » Y Leonardo da Vinci dijo en pleno renacimiento: « Los animales son el ejemplo de la vida universal. » Y Henry Poincaré, físico de nuestro tiempo, ha podido decir: « Hay en el hombre otras fuerzas, además de la inteligencia. » He ahí los caminos de la antigua verdad, que ponía las ciencias bajo el patrocinio de las musas y que al hermanar la música y las matemáticas, hacía vivir a los hombres en la familiaridad de lo divino. No reducir la ciencia a simples esquemas intelectuales; superar el conocimiento de lo particular por la intuición de lo universal; concebir al cosmos como un ser animado por una inteligencia presente en su belleza y en sus leyes: he ahí la norma para reconstruir la pirámide ideal de nuestro símbolo.

No quiere esto decir que debemos abandonar los métodos positivistas, puesto que sin ellos nada valdrían las ciencias experimentales: ni es tampoco una censura a las especialidades científicas, que sin el afán de sus propósitos concretos no hubieran realizado los admirables hallazgos de que hoy se enorgullece la humanidad. Quiero simplemente significar que el método positivista conviene a un determinado orden de conocimientos, no a todos, y que las hipótesis son necesarias. El mayor filósofo de ese método, Augusto Comte, consideraba las especialidades como una limitación forzosa impuesta por la precaria capacidad del hombre, y preconizaba, por ese mismo principio de división del trabajo, una ciencia de lo general que eslabonaba a las ciencias particulares, y eso fué lo que él llamó « la filosofía positiva ». Sus discípulos parecen olvidar que Comte compuso un tratado sobre la jerarquía dogmática de las ciencias, encadenándolas según su universalidad y su exactitud, y así las eslabonó por este orden: matemática, astronomía, física, química, biología y sociología, haciendo a cada una de ella reposar sobre la precedente, con tan sólida arquitectura, que volvió a verse en su construcción la unidad simbolizada por la pirámide. No faltó armonía lógica a su sistema, sino ho-

rizonte metafísico, más que por haber negado lo invisible, porque lo creyó inalcanzable para la inteligencia humana. Pero los demonios del unmbarl se burlaron de él, con trágico humorismo, haciendo concluir su vida en la locura y en el amor, cuando divinizó a su Clotilde en los altares de una religión.

Las ciencias particulares han progresado tanto después de Comte, que cada día se hace más difícil definir sus límites en la realidad. La matemática ve transmutarse el tiempo, el movimiento y el espacio en la concepción einsteniana; la física va sutilizando al éter y complicando al átomo; la geometría postula las posibilidades aneuclidias del hiperespacio; la química tiende un puente sobre el abismo que antes separaba lo inorgánico de lo orgánico; la biología casi no discierne ya las elementales especies de lo vegetal y de lo animal; y, finalmente, el hombre vuela, mira a través de los cuerpos opacos, percibe las palabras del ámbito distante, explora el mundo de los sueños, y proyecta su cuerpo astral en lo desconocido. Nunca hubo entre los hombres mayor aptitud para lo maravilloso, mayor sed de misterio, ansia más inefable de unidad. Dijérase que son las mismas ciencias positivas las que están levantando uno tras otro los siete velos de la Isis invisible a quien ellas negaron. Quién sabe si mañana la filosofía fundada en ellas, no deberá decirnos que nuestras ideas de tiempo y espacio, de espíritu y materia, de cuerpo y alma, de fuerza y movimiento, de luz y sombra, de silencio y música, son apenas categorías dialécticas de nuestra limitada razón o simples ilusiones de nuestros sentidos, como las nubes de plata con que la luna decora las vestiduras de la noche.

Hay quienes creen que si la Maya búdica es la única verdad — si el mundo es una ilusión y es un ensueño la vida, — debiéramos anegarnos en el pesimismo y el nirvana. Aquella sierpe anillada que se muerde la cola, y que es el signo ocultista de la evolución, vendría a poner su sello trágico en el Libro de la Ciencia. Pero aun aceptado que la materia espacial es espíritu manifestado y que la vida es materia en retorno al espíritu sin formas de la eternidad, eso no implica que, mientras el hombre exista bajo su cuerpo actual, no haya de haber una ciencia de las realidades concretas, y que estas realidades no hayan de ser verdaderas para nuestra experiencia sensual. Fué éste mundo de las realidades multiformes lo que simbolizó la Esfinge, y fué aquel otro mundo de la unidad espiritual lo que simbolizó la Pirámide. Las dos son verdaderas: la una en el espacio, la otra en el tiempo. Cuando llegue la muerte, el cuerpo será como despojo de cri-

sálida, vuelto a los hornos de la vida química para prestar vestidura a nuevos seres, y el alma será entonces aquel pájaro Bai que vuela por lo infinito oyendo la armonía de los números. Para ella el *Libro de los muertos* cantaba en Egipto : « Oh, alma ciega, ármate con la antorcha de los misterios, y en la noche terrestre descubrirás tu Doble luminoso, tu alma celeste. Sigue a ese divino guía y que él sea tu genio. Porque él tiene la clave de tus existencias pasada y futura. »

Grande es, señores, la ciencia de la Vida ; pero no olvidemos que también existe una ciencia de la Muerte. A una y a otra las refundió en su emblema la Pirámide antigua. Por eso cuando el inglés Osburn vió por primera vez la de Kheops, sintió la inmensidad de aquel monumento. « No hay palabra que pueda decir lo abrumado que se siente el espíritu al contemplarla », exclama. La blancura sepulcral de sus bloques brillaba de un lado al soslayar el sol, proyectando hacia el otro una sombra sobre los trigales de Giseh, y un sentimiento de veneración temerosa conmovió el ánimo del viajero. No es cierto que haya sido obra de esclavos para vanidad de reyes. Es algo más que todo eso : es el espíritu de Dios bajando hacia la materia y es la materia ascendiendo en progresivo remonte hacia la luz de su cúspide espiritual. Por eso su símbolo aleccionador puede aplicarse lo mismo a la arquitectura del universo y a la unidad de las ciencias, que a la moral de los individuos y a la política de las sociedades. Hay vidas heroicamente realizadas según el canon de la pirámide : por ejemplo la vida de Gœthe. Y así también puede haber patrias edificadas para el ideal por ese mismo canon. Que tal sea, señores, la elevación progresiva y sólida de nuestra patria, pues, tal fué el propósito de los héroes fundadores, cuando hace un siglo levantaron, en la plaza de la revolución y coronada por la libertad, el más simple y glorioso de nuestros monumentos, esa Pirámide de Mayo, emblema auténtico de nuestro destino.

A las ciencias, ante todo, hemos de pedir el secreto de esa arquitectura, pero a las ciencias concebidas como sistema de especialidades solidarias en la verdad filosófica, parte a su vez de más vasto sistema en el cual entran, como la verdad, la fe, la belleza, la acción. Y pues las ciencias han tendido a la unidad enciclopédica en el pensamiento de los grandes filósofos, desde antes de Aristóteles hasta después de Comte, observemos que también las artes han podido unificarse en la obra estética de Wagner, y que el estudio comparado de las religiones descubre en ellas otra misteriosa unidad, gemela de la que podrían alcanzar las varias formas de la acción pragmática — trabajo,

educación y política — en un solo mandamiento de lealtad y desinterés. Tal serían los cuatro lados de esa pirámide del alma, vuelto cada uno a un rumbo del horizonte, y los cuatro reunidos en la cúspide luminosa, donde la luz de Dios enciende la chispa excelsa de eso que los antiguos llamaron la sabiduría.

¡Triste destino el del hombre, viajero perdido en las tinieblas, con una débil lámpara que vuelta a vuelta apaga el viento de la tempestad! ¿Quién se la encederá de nuevo esta vez, cuando casi todos los hogares yacen cubiertos de ceniza? Abrió la puerta del santuario, y vió que se extinguían ya los últimos cirios ante los ídolos desolados. Abrió la puerta del laboratorio, y vió que las últimas brasas ardían para las marmitas de una alquimia siniestra donde se manipulaban pólvoras y crysopeyas. Abrió la puerta del teatro, y vió que las últimas lámparas alumbraban apenas una orgía de danzas lúbricas. Abrió la puerta de la usina, y vió que los últimos tizones de la fragua eran ya teas de incendio en manos de la venganza...

Tendió entonces los ojos al horizonte, y vió a la Esfinge, como hace siglos, con sus garras de león y sus alas de águila, inmóvil entre arenas que parecían la clepsidra rota del tiempo, mientras allá a lo lejos la Pirámide, símbolo de la ciencia integral, levantaba en la noche del desierto su cúspide luminosa y guiadora.

He dicho.

Interrumpida varias veces por los aplausos, en el transcurso de su lectura, la peroración del doctor Rojas, le granjeó al finalizar un nutridísimo y prolongado aplauso.

Después de ejecutado por la Banda municipal, el *Minuetto* de Paderewsky, se pasó a la segunda parte de la velada, constituída por diversos números de música instrumental y piezas de canto, que merecieron el aplauso del público.

Luego la Banda municipal tocó la marcha final, con lo que dióse por terminada esta histórica fiesta de la Sociedad Científica Argentina.

Un dato sugerente: el señor presidente de la Nación, el señor ministro de Justicia e instrucción pública, y demás personalidades que honraron el acto con su presencia, asistieron hasta el último momento y se asociaron francamente a los aplausos del público, y, al retirarse del Cervantes, la concurrencia los despidió con una verdadera ovación.

Como se ve, ha resultado una hermosa fiesta nuestra velada, digna de la efemérides a que se rendía el homenaje no sólo de sus asociados, sino que también de las más altas autoridades del país y del numeroso público, constituído por distinguidas familias y por los más destacados representantes de la cultura argentina.

V.

RESULTADOS

DE LA

# PRIMERA EXPEDICIÓN A TIERRA DEL FUEGO (1921)

ENVIADA POR LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE BUENOS AIRES (1)

---

## PHOCAENA STORNII SP. N.

### UNA ESPECIE DE MARSOPA DEL MAR AUSTRAL ARGENTINO

POR CARLOS A. MARELLI

---

Los miembros de la misión científica argentina, que realizó observaciones en la Tierra del Fuego durante el verano de 1921, tuvieron por bien comunicarme un cráneo de cetáceo recogido sobre la costa, y la circunstancia de hallar en las relaciones de viaje de Forster (1777) (2), señalada dos veces, la presencia de *Porpoises* o marsopas provistas de aleta dorsal y sin manchas, entre los 52° y 54° de latitud sur en el sector sudamericano; que posiblemente pertenezcan a *Phocaena,* según el conocido naturalista y viajero Racovitza, dato al cual da traslado en su memoria sobre los cetáceos estudiados por la expedición antártica belga, y no habiendo podido ubicarlo entre las pocas formas del género, la designo con el nombre de *Phocaena Stornii* en homenaje al empeño del señor director de la Escuela naval de la Na-

(1) Véase en las páginas 59 y siguientes del presente tomo el primer artículo de la serie correspondiente a esta expedición.

(2) Forster (1777) signale deux fois des *Porpoises* pourvues de dorsale et non tachetées par 52° et 54°5 sud dans le secteur sud-américain; il est possible que dans ce cas il s'agisse d'une espèce du genre *Phocaena,* d'autant plus qu'il existe une espèce antarctique de ce genre. (ÉMILE G. RACOVITZA, *Cétacés, Expédition antarctique belge, résultats du voyage du S. Y. Belgica en 1897-1898-1899,* Zoología, página 60.)

ción, capitán de navío don Segundo Storni, por el conocimiento de la fauna de nuestra costa atlántica.

Con los elementos de juicio que expongo llego a conclusiones que ratifican mi afirmación, advirtiendo que esta noticia no es sino un primer documento, porque, en definitiva, no tengo de la nueva especie otros informes que los que me proporciona un cráneo incompleto sin mandíbula.

La norma posterior del cráneo de esta especie la ocupa el segmento occipital, de aspecto general globoso, que es el hueso que tiene más desarrollo; en su parte central se ve el agujero occipital cuyo contorno tiene forma de techo en un tercio del borde superior y acanalado en los dos tercios restantes del borde inferior; la escama, de forma semicircular, se continúa a ambos lados con los parietales, donde es el límite más saliente del cráneo posterior y desciende luego inclinada hacia adentro.

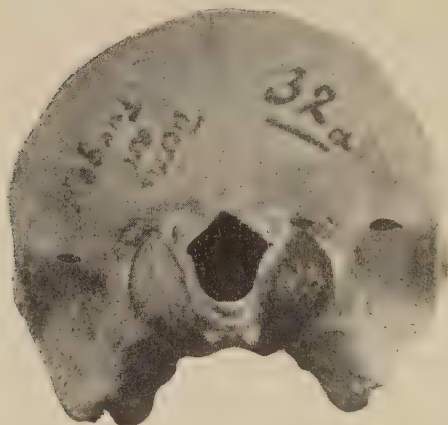


Fig. 1. — Norma occipital de *Ph. Stornii*

Toda la parte occipital encima del foramen es convexa, observándose arriba una protuberancia elevada como cresta en contacto con el frontal. Las partes exoccipitales son bien evidentes, y forman a cada lado una concavidad aparente, concluyendo con dirección plana perpendicular, limitadas interiormente por los bordes de una sólida unión con el basioccipital.

Visto desde arriba lo que en craneología es la norma vertical, nos muestra toda la escama occipital, el frontal que se proyecta hacia adelante, compacto, poco asimétrico con relación a la protuberancia occipital, aunque al mismo nivel de ella se hunde a cada lado profundamente saliendo algo sobre los nasales; las depresiones laterales del frontal y la continuación de este segmento óseo en forma laminar son cubiertos detrás por los bordes laterales del occipital, percibiéndose el frontal por las apófisis orbitaria posterior y anterior; la arcada orbitaria no es visible porque es recubierta por el maxilar.

Los maxilares forman en el plano superior dos grandes alas expan-

didas, que se elevan bordeando las alas laterales estrechadas del frontal y los costados nasales; limitan a los dos intermaxilares y forman con éstos casi toda la parte rostral, terminando en la especie de pico característico de los representantes de este género. Inclinado hacia abajo en la extremidad para producir la punta redondeada del pico, su superficie rugosa media, perforada por los forámenes infraorbitarios, se convierte en plana después de las escotaduras maxilares; descendiendo de nuevo levemente afuera hasta la altura de las apófisis orbitarias posteriores, y desde allí inclinarse elevándose hacia atrás, produciendo una concavidad más profunda que la precedente. Al rededor de las fosas nasales la escama del maxilar se hunde, formando un canal bien visible entre el vómer, los lados basales de los nasales por detrás y la cresta ósea de los intermaxilares adelante; en esta depresión y en la superficie circundante, el maxilar deja de tener su aspecto rugoso y esponjoso para convertirse en liso, pulido, sin agujeros.



Fig. 2. — Norma vertical de *Ph. Stornii*

Otro hueso de la cara singular son los nasales, los que debido a su unión entre sí es único, macizo, continúa hacia abajo la prominencia frontal, se eleva en su borde lateral en dos crestas, restringiéndose por debajo y terminando en ángulo agudo. Presenta otra elevación en su medio, sobre la que asienta la parte posterior del vómer.

Los intermaxilares son independientes, forman la parte superior del pico, con 6 milímetros de ancho en su extremidad y 12 milímetros en su porción media, interrumpido atrás por el maxilar, terminan por ese lado en una espina, desde la cual se elevan dos crestas óseas altas

de 14 milímetros, orientadas afuera con dirección hacia adentro, anchas 20 milímetros cada una, descienden inclinadas al medio de la cara, terminando en la base del pico. Estas crestas presentan un surco profundo y estrecho, limitado por un borde saliente a cada costado externo, que se dirige hacia el medio del pico, donde desaparece. Los intermaxilares son de superficie pulida, de consistencia muy dura y más elevados en su trayecto medio.



Fig. 3. — Norma basilar de la misma

El vómer cubre a los nasales, termina en dos puntas agudas y en una porción redondeada sobre la saliente media nasal. Constituye gran parte de la cavidad nasal, que divide en dos con su espinazo simétrico, desviado hacia un lado en su extremidad.

Visto por debajo, o sea la norma basal, el hueso maxilar forma la superficie del paladar, convexo en casi su mitad posterior, desciende por ambos lados hacia las escotaduras maxilares y atrás casi perpendicularmente, donde contacta con los huesos palatinos; adelante ocasiona una superficie cóncava que deja ver, en su parte media, el hueso vómer en 45 milímetros de largo, formando un ojal de 6 milímetros de ancho, a cuya continuación se notan, divergentes, las extremidades inferiores del intermaxilar cubiertas por los maxilares y separadas entre sí por un profundo canal.

Se cuentan al costado izquierdo del maxilar 18 dientes, los dos primeros muy pequeños, escondidos en el tejido fibroso de la encía asientan sobre el intermaxilar, tienen una altura de 4 milímetros desde el borde exterior del hueso; el tercer diente es también oculto y se eleva un milímetro más, apareciendo en la superficie del paladar recién el

cuarto diente, seguido por la serie que va aumentando muy poco de tamaño, de adelante hacia atrás; los 6 primeros dientes distan entre sí 3 milímetros, del sexto al número décimoquinto, 5 milímetros, y algunos 6. Los dos primeros dientes son más cercanos entre sí. Los dientes visibles tienen las siguientes dimensiones transversales en milímetros:

*Rama izquierda*

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.35 | 1.50 | 1.70 | 1.70 | 2.00 | 2.20 | 2.00 | 2.00 |
| 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | |
| 2.20 | 2.00 | 2.00 | 2.00 | 2.00 | 2.00 | 2.00 | |

*Rama derecha*

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.35 | 1.50 | 1.70 | 2.00 | 2.00 | 2.10 | 2.10 | 2.10 | 2.10 |

Como se notan después de la serie dentaria dos alvéolos más, el número de dientes debe elevarse, por lo menos, a 19.

Extraje dos dientes del maxilar, los números 12 y 13 izquierdos, cuya forma es la que muestra la fotografía, siendo su raíz inclinada hacia atrás, con su extremidad masticaria engrosada sin desgaste, plana por el lado interior y convexa por el exterior.



Fig. 4. — Dientes del maxilar

En la base del maxilar se notan los huesos palatinos no sinostosados, con sus lados dan origen a dos bordes salientes distanciados 60 milímetros. Su superficie con relación al maxilar es cóncava. Las alas anteriores del hueso pterigoides se introducen entre los palatinos, y éstos terminan en dos puntas, asentándose sobre ellos la extremidad anterior del hueso vómer. Los palatinos intervienen en la formación de la cavidad nasal ósea, recubriendo adelante 4 centímetros de los 7 de altura que tiene esta cavidad; formando dos concavidades profundas atravesadas por el vómer que las recubre por detrás, y a los lados las láminas de los huesos pterigoides. Los 3 centímetros superiores de la cavidad nasal se encuentran también rodeados por el vómer, el maxilar, el intermaxilar y muy brevemente adelante por el mesetmoides.

A continuación de los palatinos se ven los huesos pterigoides,

cuyas apófisis anteriores se han perdido, notándose a cada lado un seno que las separa de las alas posteriores, que se hallan en contacto con el basiesfenoides. Los huesos pterigoides limitan la porción basal del vómer, y éste, aplicándose sobre el esfenoides, termina su seno óseo en dos alas orientadas con la misma dirección de las apófisis pterigoides. Lo que se distingue notablemente del esfenoides basilar, es la de formar una profunda depresión cuyos lados divergen en dos amplias alas.

El lado inferior de las arcadas orbitarias cerrado por el hueso yugal y el órgano del oído que, como es sabido, son un hueso frágil el primero, y el segundo una parte ósea que se pierde con facilidad en los

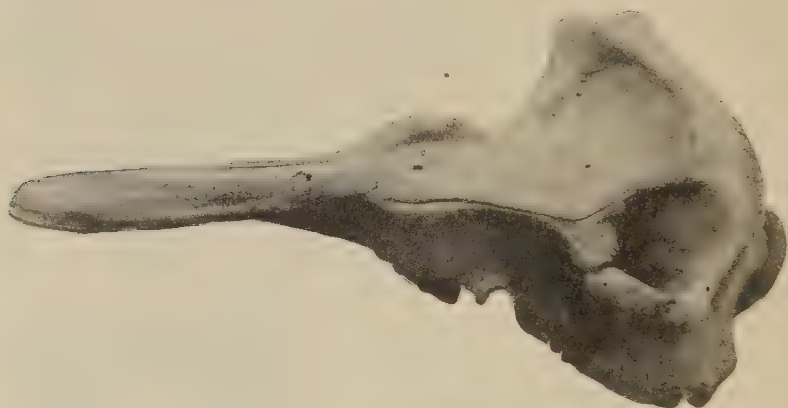


Fig. 5. — Norma lateral izquierda

cetáceos, faltan en este cráneo. La parte de frontal que se ve por este costado muestra dos grandes láminas plano-cóncavas limitadas por dos salientes óseas : adelante la apófisis orbitaria anterior menos prominente y más extendida que la apófisis orbitaria posterior, la que desciende hacia atrás y cierra, frente de la apófisis zigomática del temporal, la cavidad temporal separada de esta apófisis.

El hueso lagrimal es una cuña plana, recubierta por la apófisis orbitaria anterior soldado con esta saliente ósea.

Según la norma lateral, el hueso temporal se articula por su escama con 2 centímetros del borde exoccipital derecho y 3 centímetros con el mismo a la izquierda, cubriendo lo restante al parietal; esta escama contrasta con relación a la parte apofisaria robusta, que produce del lado inferior una amplia cavidad glenoidea, en cuya punta saliente toma asiento el hueso yugal. Por debajo, el temporal sostiene

al órgano del oído y éste descansa, por lo que podemos constatar, entre gran parte de la base externa del exoccipital, la grande expansión del hueso esfenoides y la base del temporal.

En el pico se distinguen los intermaxilares con su cresta ósea posterior, debajo de éstos los lados del maxilar continuados por su amplia lámina, el frontal con las apófisis orbitarias separadas en sus extremos por una arcada de 5 centímetros de longitud. Posteriormente, ocupando a cada lado casi los tres cuartos de la cavidad temporal, se ven los huesos parietales cubiertos por la escama del temporal y asentando sobre los exoccipitales. La escama y los parietales comprenden una cavidad temporal pequeña, cerrada debajo por la apófisis zigomática, cuyo desarrollo es mayor con relación a la porción mastoidea o petrosa reducida.

El cráneo de esta *Phocaena* con relación al de la *Ph. spinipinnis* Burm., 1865 (1), y a la *Ph. Philippii* Pérez Cantos, 1893, y a su vez éstos comparados con *Ph. phocaena* Linn., 1758; la primera hallada en la desembocadura del río de la Plata, aunque no tan común por lo que parece desprenderse de la literatura existente, porque el doctor R. Dabbene refiere que, en los años que lleva de permanencia en el Museo nacional, todavía no ha tenido la oportunidad de ver nada del esqueleto perteneciente a este cetáceo, habiéndose perdido el cráneo que sirvió al doctor Burmeister para fundarla. Con la segunda especie, *Ph. Philippii* de la costa de Chile, creada por el director del Museo de Valparaíso, y la tercera especie de los mares del hemisferio norte, donde es común, llegamos a lo siguiente:

Por el número de dientes, 19 pequeños, comprimidos en forma de espátula, de corona simple, de los cuales 15 son bien visibles y funcionales a cada lado del maxilar y 4 dentro de la encía, este ejemplar está situado próximo a las dos formas americanas mencionadas. Gran parecido tiene su cráneo con el de la *Ph. phocaena* de Europa, y como en la *Ph. spinipinnis* no existen otras diferencias que las relativas a las dimensiones y a las relaciones de los huesos, alcanzando esta especie austral, si se juzga por la longitud del rostro, el

(1) T. W. True, en su revisión de los delfinidos, acepta como buena especie la *Ph. spinipinnis* Burm., excluyendo a la especie *Ph. Philippii* de Chile; obvio es decir que de ambas especies se tienen las informaciones únicas que nos dan sus autores, a las que no se le ha agregado nada desde la fecha de su hallazgo, motivo por el cual hacemos uso de las descripciones de los cráneos, quedando para los naturalistas revisar y buscar lo que desconocemos sobre las especies de marsopas del sector sudamericano.

más grande tamaño de todas las marsopas conocidas de nuestra costa.

En la especie europea los huesos intermaxilares forman el contorno externo de cada orificio nasal, extendiéndose casi hasta los huesos nasales, pero en este individuo, que ha llegado a ser viejo por sus huesos consistentes y no esponjosos, ocurre lo que con la *Ph. spinipinnis*, de que esta parte de cada hueso intermaxilar es mucho más corta y dista asimismo por largo intervalo del hueso nasal correspondiente, siendo como ella, con relación a la especie europea, más profundamente escavados y mucho más cortos.

El occipital alcanza, como en *Ph. spinipinnis*, hacia atrás gran desarrollo, pero los parietales están completamente a los costados; en esta última los parietales, según su autor, principian atrás del apéndice frontal, tienen una cresta poco más pendiente hacia adelante; realizan así una condición diferente, como además se observa en los grabados que acompaña.

La marsopa de Burmeister no tiene sino 17 dientes en cada maxilar, o por lo menos 16, que ocupan sólo la tercera parte del mismo: en la *Ph. Stornii* los dientes se insertan en mucho más, en los dos tercios de la extensión del borde alveolar. En el maxilar superior de esta *Phocaena* del río de la Plata y en la de Chile se ven dos dientes muy pequeños, puntiagudos, en el hueso intermaxilar y detrás de ellos 15 más grandes oblongo-ovales, y en la primera tienen la superficie masticaria gastada, elíptica. En esta nueva especie aparecen dos diminutos dientes, insertos en cada intermaxilar, seguidos por un tercero sobre el maxilar, que no se ven en la superficie dentaria, y recién es el cuarto de la serie el que aparece a la vista y los demás que no son desgastados. En *Ph. spinipinnis* los dientes más posteriores son mucho más grandes que los anteriores. De modo que siendo los dientes de la especie europea *Ph. phocaena* en número de 23 ó más a cada lado del maxilar y teniendo casi el mismo tamaño, con la figura de la corona más cónica y no tan gastada como en *Ph. spinipinnis*, la marsopa del mar austral argentino tiene caracteres dentarios de forma afines con la especie de Europa, así como los presenta en número con las dos marsopas que comparamos.

Otra diferencia es la de que en la especie de Burmeister, detrás de los últimos dientes, el margen alveolar es agudo al exterior y aplanado al interior, sin vestigios claros de más alvéolos, perdiéndose completamente sin surco particularmente pronunciado. En esta nueva forma, el margen alveolar a la misma altura deja de ser agudo, no

se aplana al interior y también no se ven vestigios de más alvéolos.

En la marsopa de Chile y en la de Europa los huesos nasales están separados entre sí por una prolongación del hueso frontal, carácter que no tiene nuestra especie. En *Ph. Philippii* las alas inferiores del esfenoides son divergentes y apenas escotadas, también son divergentes en *Ph. Stornii,* mientras que en *Ph. spinipinnis* son paralelas y están profundamente escotadas.

Los dos palatinos de *Ph. Philippii* se hallan soldados entre sí y con los maxilares, en nuestra marsopa son libres; estos mismos huesos en la primera especie se prolongan mucho más atrás, como en *Ph. phocaena,* y forman un ángulo agudo con las apófisis esfenoidales. En la marsopa de Tierra del Fuego no se prolongan.

La mayor altura del cráneo en *Ph. Stornii* se encuentra en la región de la cresta occipital, como en la especie del río de la Plata, y en la de Chile se halla un poco más detrás. El descenso del hueso frontal es menor en nuestra marsopa, siendo más prominente y descendido en la forma chilena.

Comparemos las medidas absolutas de algunas marsopas:

| | *Ph. phocaena* Según Cuvier | *Ph. spinipinnis* Según Burmeister | *Ph. Stornii* Mar. |
|---|---|---|---|
| Longitud del cráneo en línea recta..... | 0.266 | 0.290 | 0.315 |
| Longitud de la parte posterior hasta los conductos nasales.................. | 0.105 | 0.120 | 0.109 |
| Longitud del rostro hasta la órbita..... | 0.112 | 0.122 | 0.150 |
| Ancho del cráneo entre las espinas orbitales posteriores .................. | 0.151 | 0.162 | 0.153 |
| Ancho del gran agujero occipital....... | 0.028 | 0.035 | 0.029 |
| Altura del mismo.................... | 0.025 | 0.035 | 0.031 |
| Anchura en el medio del rostro........ | 0.048 | 0.055 | 0.057 |
| Distancia de los cóndilos occipitales a los huesos pterigoides.................. | 0.106 | 0.110 | 0.106 |
| Longitud del margen alveolar......... | 0.091 | 0.070 | 0.092 |

Terminemos nuestras comparaciones con la especie de marsopa *Ph. dioptrica* Lah. hallada en Punta Colares, cerca de Quilmes, costa del río de la Plata, cuyo esqueleto está en exhibición en el Museo de La Plata, y donde con toda cortesía me ha sido permitido el examen del cráneo perteneciente al ejemplar masculino, dando las diferencias métricas que aquí expongo:

| | *Ph. dioptrica* | *Ph. Stornii* Mar |
|---|---|---|
| Largo máximo total del cráneo | 0.296 | 0.315 |
| Longitud del rostro | 0.115 | 0.132 |
| Diámetro del rostro entre los ángulos maxilo-molares | 0.129 | 0.139 |
| Diámetro del rostro a la base de las escotaduras maxilares | 0.081 | 0.104 |
| Diámetro del rostro en el medio de su largo | 0.055 | 0.056 |
| Altura del rostro en el medio de su largo | 0.017 | 0.019 |
| Diámetro máximo entre los bordes externos de los intermaxilares | 0.048 | 0.053 |
| Largo de la línea dentaria del maxilar | 0.088 | 0.103 |
| Largo entre el último diente y la escotadura del maxilar | 0.034 | 0.050 |
| Longitud entre la extremidad del rostro y el centro del borde anterior del orificio superior de la nariz | 0.148 | 0.173 |
| Diámetro transverso máximo | 0.179 | 0.180 |
| Diámetro interorbital | 0.156 | 0.158 |
| Diámetro entre los puntos más superiores de los bordes de las cavidades temporales | 0.162 | 0.163 |
| Distancia mínima entre los bordes más posteriores de las cavidades temporales | 0.146 | 0.158 |
| Distancia entre las suturas laterales de los palatinos y maxilares | 0.062 | 0.063 |
| Longitud desde la punta del rostro hasta la línea anterior de los palatinos | 0.117 | 0.141 |
| Longitud máxima de la cavidad temporal | 0.043 | 0.050 |
| Altura máxima de esta cavidad | 0.035 | 0.042 |
| Diámetro horizontal máximo del agujero occipital | 0.031 | 0.029 |
| Diámetro vertical máximo del agujero occipital | 0.031 | 0.031 |
| Altura máxima del cráneo | 0.149 | 0.155 |
| Altura superior del cráneo | 0.077 | 0.070 |
| Altura basilar del cráneo | 0.022 | 0.020 |
| Distancia entre las puntas de los pterigios | 0.067 | 0.061 |
| Longitud desde la extremidad del rostro hasta la extremidad de la cresta del pterigoides | 0.205 | 0.226 |

Ambas especies se distinguen también por las siguientes diferencias, que salen del límite de las variaciones individuales y que permiten separarlas específicamente. En *Ph. dioptrica* el cráneo es, en general, más grácil y tiene mayor número de dientes: he contado 22 dientes sobre el lado derecho y 20 a la izquierda del maxilar. Los nasales son separados y miden:

| | *Ph. dioptrica* | *Ph. Stornii* |
|---|---|---|
| Altura nasal................ | 0.028 | 0.020 |
| Ancho nasal................ | 0.040 | 0.041 |

Su tuberosidad nasal media no sobresale tanto; las crestas intermaxilares son menos altas y se interrumpen antes de las escotaduras maxilares; el frontal es menos prominente hacia adelante y sus lados son menos hundidos; los dos hundimientos a los costados de las cavidades nasales son menos profundos; las ranuras sobre las crestas intermaxilares se interrumpen y no llegan hasta el medio del pico como en *Ph. Stornii;* en el pico los intermaxilares y maxilares no son arqueados sino planos y sólo se curvan en la extremidad; el occipital es más globoso, los bordes del hueso son menos prominentes, y la escama no sale hacia adelante. Los dientes son menos ovoides, y disminuyen de tamaño posteriormente después del número décimocuarto; la terminación de los intermaxilares es más aguda hacia adelante y los cóndilos occipitales son de superficie articular más amplia. Después de las crestas intermaxilares, el rostro basal se deprime y los intermaxilares se aplanan a los costados alcanzando un ancho $43^{mm}5$, mientras que en *Ph. Stornii* los intermaxilares son estrechos desde atrás hacia adelante. El maxilar ofrece después de las escotaduras, a cada lado, un borde elevado que no tiene nuestra especie; el hueso maxilar es más abovedado a ambos lados de las crestas intermaxilares y sus bordes laterales son redondeados, los que en la nueva forma terminan en ángulo; los forámenes infraorbitarios son más simétricos, siendo bastante desviados en la marsopa de Tierra del Fuego; las escotaduras maxilares en *Ph. dioptrica* son más entrantes y su ángulo es más cerrado; los bordes posteriores de las cavidades temporales son ligeramente curvos, y en la otra son paralelos con las crestas más pronunciadas; el vómer en la cara palatina es de forma lanceolada, siendo un ojal extendido en la especie de Tierra del Fuego; la porción de intermaxilar visible en el paladar es menos recubierta y la superficie del paladar casi toda cóncava; las apófisis zigomáticas son más altas posteriormente y las apófisis orbitarias posteriores más extendidas que en *Ph. Stornii,* en la que tienen forma cuadrangular; las apófisis orbitarias anteriores por el lado inferior son más arqueadas en *Ph. dioptrica.* La nueva marsopa se distingue también por los siguientes caracteres: en primer lugar, su cráneo es más asimétrico, las arcadas orbitarias menos redondeadas superiormente, la protuberancia occipital y el borde de la escama bien pronunciados, los inter-

maxilares arqueados en la punta se elevan brevemente en la parte media, los forámenes nutricios posteriores del maxilar están situados más atrás que en *Ph. dioptrica,* el pico es más largo, el frontal es más rugoso, las crestas exoccipitales son más robustas, y las cavidades posteriores a las cavidades temporales, que muestra esta parte del occipital, son más profundas; las alas del esfenoides son más amplias; la porción de apófisis orbitaria inferior, anterior al punto de arranque del hueso yugal, es cóncava, y en la *Ph. dioptrica* es casi plana; los palatinos terminan en punta alcanzando el vómer. y en la especie del río de la Plata concluyen en dos arcos, con una escotadura angular media.

## BIBLIOGRAFÍA


R. A. PHILIPPI, *Los delfines de la punta austral de la América del sur,* en *Anales del Museo nacional de Chile,* entrega 1ª, Zoología, página 8, Santiago de Chile, 1893.

R. A. PHILIPPI, *Los cráneos de los delfines chilenos,* en *Anales del Museo nacional de Chile,* entrega 12ª, Zoología, Santiago de Chile, 1896.

G. C. BURMEISTER, *Descripción de cuatro especies de Delfínidos de la costa argentina en el océano Atlántico,* en *Anales del Museo público de Buenos Aires,* serie 1ª, tomo I, páginas 380-388, láminas XXIII y XXIV, figura 2, Buenos Aires, 1869.

G. C. BURMEISTER, *Proceeding Zoological Society,* página 228, figuras 1-2, Londres, 1865.

G. C. BURMEISTER, *Annals and Magazine Natural History,* fasc. 3º, tomo XVI, página 132.

F. W. TRUE, *Review of the family Delphinidae,* Wáshington, 1883.

F. LAHILLE, *Nota preliminar sobre una nueva marsopa del río de la Plata,* en *Anales del Museo nacional de historia natural,* tomo XXIII, 269-278, láminas VI-IX, Buenos Aires, 1912.

DESCRIPTION

DE

# NOUVELLES FOURMIS DE L'ARGENTINE ET PAYS LIMITROPHES

PAR LE DOCTEUR F. SANTSCHI

---

Les intéressantes fourmis qui font l'objet de cette étude m'ont été envoyées pour la plupart, par M. Carlos Bruch qui en a capturé lui même une grande partie à Alta Gracia dans la province de Córdoba. Il en a aussi observé les mœurs et la nidification, choses qui seront publiées par ses soins. Les autres espèces proviennent de ses actifs correspondants. Qu'ils reçoivent tous ici mes vifs remerciements.

### **Stigmatomma (Fulakora) elongata** Sants. var. **minor** n. var.

☿. Long. 2,8 mm. Varie du noir au brun-jaunâtre. Bord de la tête et appendices jaune roussâtre. Très luisante. Lisse avec une fine ponctuation piligère plus espacée sur le corps que sur la tête. Diffère du type et de la var. *Barretoi* Bruch, par sa taille plus petite et plus ténue.

Córdoba, Alta Gracia (Bruch), 4 ☿.

Var. *Barretoi* Bruch. Cette forme ne diffère du type que par la couleur plus foncée du gastre. L'angle postérieur de la tête est aussi arrondi chez le type que chez cette variété.

### **Ectatomma (Parectatomma) Bruchi** n. sp.

☿. Long. 4-4,5 mm. Rouge brunâtre. Appendices et bout du gastre, jaune brunâtre. Soyeuse, densément striée en long. Les stries du dessus du pétiole en général arquées, avec leur convexité en avant. Les stries sont à peine plus fines que chez *triangulare* Mayr. Il y en a

environ 20 entre les arêtes frontales, qui sont plus écartées que chez *triangulare* (12 environ chez cette dernière espèce).

Vu de dessus le pronotum en montre 35 environ (27 chez *triangulare).* Pilosité dressée plus longue et un peu plus abondante. Pubescence moindre sur les appendices, du reste rare.

Tête rectangulaire, légèrement plus longue que large, un peu rétrécie devant; le bord postérieur droit. Les yeux, entre le quart postérieur et le milieu des côtés sont fort convexes. Arêtes frontales très espacées et prolongées en arrière. Épistome transversalement concave au tiers moyen qui est plus large que long. Mandibules lisses et luisantes, striées à leur base; le bord terminal un peu plus long que le bord interne. Sutures du dos du thorax à peine indiquées. Pronotum beaucoup moins convexe que chez *triangulare*, et les épaules plus angulaires, bien que mousses. Épinotum inerme l'angle est à peine indiqué par une petite saillie mousse. Pétiole à peine plus haut que long, convexe dessus, aussi large derrière que long et presque d'un quart plus large derrière que devant. Un grand appendice lamellaire et bidenté au-dessous. Postpétiole plus large que chez *triangulaire* et moins rétréci devant. Le segment suivant à peine plus grand et plus long. Hanches épineuses. Le scape, lisse, dépasse d'un peu plus de son épaisseur le bord postérieur de la tête. Articles du funicule épaissis, les 9^e^ et 10^e^ plus large, que longs ; les trois derniers formant presque une massue.

Córdoba, Alta Gracia (Bruch).

Diffère en outre de *E. rastratum* Mayr, par son épinotum non denté, chez *trigonum* les stries sont au contraire plus grosses que chez *triangulare* et chez *E. Hartmanni,* la taille est plus petite.

### **Typhlomyrmex Bruchi** Sants. *in. litt.*

Córdoba, Alta Gracia (Bruch).

1 ♀ parmi des *Solenopsis.*

### **Ponera distinguenda** Em. var. **argentina** n. var.

☿. Long. 3,8-4 mm. Diffère du type de l'espèce par ses scapes plus longs, dépassant de leur épaisseur le bord postérieur de la tête. L'écaille est un peu plus épaisse vers le sommet. Pour le reste, semblable.

Argentine : Córdoba, Alta Gracia (Bruch).

**Anochetus Mayri** Em. st. **neglectus** Em. var. **australis** Em.

Córdoba, Alta Gracia (Bruch).

**Odontomachus chelifer** Latr. var. **emacerata** n. var.

☿. Long. 12-13 mm. Diffère de *chelifer* par son aspect beaucoup plus gracile. La tête plus étroite, large de 2 mm. à la hauteur des yeux et de 1,6 mm. au cinquième postérieur. Le scape dépasse le bord postérieur de la tête d'un cinquième de sa longueur ou de la longueur du deuxième article du funicule (plus court chez *chelifer)*. Les yeux beaucoup plus petits. Mandibules relativement plus longues et plus étroites; les trois dents terminales sont également plus developpées. Thorax et gastre plus étroits. Pour le reste, sculpture, pilosité comme chez *chelifer*.

Brésil: Santa Catharina, Blumenau (Reichensperger).

Argentine : Chaco de Santiago del Estero (Wagner). Ce dernier a le thorax jaune brunâtre, les appendices roux.

Il ne s'agit pas ici d'individus parasites de *Mermis;* les abdomens sont petits et non déformés.

**Pseudomyrma acanthobia** Em. var. **cocae** n. var.

☿. Très voisin du type, dont elle diffère par sa taille plus grande chez toutes les castes.

Long. : ☿ 5-5,5 mm.; ♀ ailée 5,5-6,5 mm.; ♀ reine 7,3 mm.; ♂ 7,5 mm. Sculpture un peu plus accentuée ; couleur et taches comme chez le type.

Argentine : Córdoba, Alta Gracia, ☿ ♀ ♂ (Bruch). Dans les branches de cocos *(Fagara coco)*.

**Pogonomyrmex Weiseri** Sants. var. **neuquensis** n. var.

☿. Diffère du type de Catamarca par les interrides du thorax encore plus densément ponctuées et mates. L'angle supérieur de l'épinotum n'a que de petites dents mousses, plus petites que les inférieures.

Neuquen, Cerro Policía (Dr. Schiller leg.).

## S. G. **NEOCREMA** Sants.

C'est par erreur qu'en instituant ce sous-genre, j'y ai fait entrer le *Cr. Stolli* For. et deux autres *Orthocrema* malgaches dont les ♀ sont beaucoup plus grandes que les ☿. Tandis que dans le S. G. *Neocrema*, comme il faut le comprendre, les ♀ sont de petite taille, leur postpétiole est fortement transversal et rappelle celui du S. G. *Oxygyne* For. à tel point que j'y avais inclus autrefois le *Cr. scelerata* Sants. qui est un véritable *Neocrema*, chez la ☿ le postpétiole est aussi transversal, le plus souvent nettement silloné ou impressioné au milieu. Les *Cr. montezumia* Sm., *arcuata* For. et *sulcata* Mayr se rapportent à ce sous genre. D'autre part, le *Cr. bingo* For., avec sa massue de trois articles très nets, se catalogue dans le S. G. *Eucrema* Sants. (= *Crematogaster* s. str. d'après Emery). La taille réduite des ♀ du S. G. *Neocrema* parait être le résultat de mœurs spécialisées, approchant peut-être celles du S. G. *Oxygyne* For.

### **Crematogaster (Neocrema) scapamaris** n. sp.

☿. Long. 3,2-3,8 mm. Noire, mandibules et derniers tarses brun moyen, le reste des appendices brun noir. Milieu de la tête, de l'épistome au vertex, dessus du postpétiole, gastre et appendices, lisses et luisants. Thorax, reste de la tête et du pédoncule densément ponctué-réticulés et presque mats. Quelques rides sur les joues, et de grosses impressions allongées sur l'occiput et le dos du thorax. Le gastre est en outre microscopiquement réticulé. Pilosité dressée, jaunâtre, assez abondante et épaisse, bien plus courte que chez *arcuata* v. *aruga* For., oblique et pointue sur les tibias et les scapes. Pubescence adjacente très rare.

Tête aussi longue que large, fortement arrondie derrière les yeux, les côtés assez droits et un peu convergents en avant des yeux. Ceux-ci se placent à peu près au niveau du tiers postérieur de la tête et sont assez convexes. Aire et sillon frontaux indistincts. Épistome convexe entre les arêtes frontales; le bord antérieur un peu relevé et court. Mandibules lisses, avec de gros points qui s'allongent en stries vers le bout. Le scape dépasse d'environ un quart de sa longueur le bord postérieur de la tête. Tous les articles du funicule plus longs qu'épais, le 8$^{me}$ un peu plus long et un peu plus épais que le préce-

dent, mais pas assez pour faire partie de la massue. Sutures du thorax peu ou pas distinctes sur le dos, plus accusées latéralement. Sillon mesoépinotal peu profond. Le pronotum (sans le col), convexe et non bordé comme chez *Cr. montezumia* Sm. Le mésonotum présente une face basale subbordée, mais dont les côtés n'atteignent pas le bord du thorax sauf vers sa partie déclive, laquelle est plus courte que chez *Cr. montezumia*. Plan de la face basale de l'épinotum plus bas que celui du promésonotum, plus étroite devant qu'entre les épines où elle passe par une large courbe à la face déclive. Cette face basale est en outre subbordée, avec un léger feston au tiers postérieur. Épines fines, faiblement relevées, parallèles et longues comme les deux tiers de leur intervalle. Nœud du pétiole à peu près carré, avec les angles postérieurs mousses et les antérieurs un peu proéminents. Postpétiole à peine plus large que le pétiole, près du double plus large que long, avec une impression longitudinale médiane bien marquée; gastre un peu plus long que chez *Cr. montezumia* Sm.

♀. Long. 5-5,3 mm. Pilosité blanchâtre, beaucoup plus longue que chez la ☿. La réticulation s'efface sur le milieu du mésonotum et du scutellum, tandis que les côtés ont une prépondérance de rides longitudinales. Les grandes fossettes de la ☿ y sont aussi très nettes.

Tête plus arrondie que chez la ☿, les yeux placés plus au milieu des côtés. L'occiput, moins convexe, a quelques stries transversales en plus de sa réticulation. Thorax aussi large que la tête sans les yeux, haut, avec un promésonotum plus fortement convexe sur le profil que chez *Cr. montezumia* Sm. et *scelerata* Sants. Épinotum denté. Le pétiole est sensiblement trapézoïdal, plus rétréci derrière que devant, les côtés faiblement arqués. Postpétiole aussi large que le pétiole; son nœud plus du double plus large que long, avec une impression médiane peu marquée, bien plus faible que chez la ☿. Gastre court, comme chez la ☿. Ailes subhyalines, les nervures jaune brunâtre. Le reste comme chez la ☿.

♂. Long. 3-3,5 mm. Couleur, sculpture et pilosité à peu près comme chez la ♀. Tête aussi longue que large, avec ses yeux placés entre le cinquième antérieur et le milieu des côtés. Ocelles grands, avec un large sillon lisse et luisant devant le médian. Le reste de la tête est plus densément réticulé-ponctué que chez la ☿, sans rides sur l'occiput. Aire frontale submate et finement ponctuée. Épistome lisse, luisant, convexe, avec le bord antérieur très faiblement concave au milieu. Mandibules spatuliformes, avec une dent apicale et un denticule vers l'angle interne. Antennes relativement longues; le scape atteint

le milieu de l'ocelle médian. Articles du funicule tous, pour le moins, le double plus longs qu'épais, y compris le premier. Thorax un peu plus large que la tête. Face basale de l'épinotum plus courte que la déclive, passant l'une à l'autre par une courbe inerme. Nœud du pétiole comme chez la ☿; le postpétiole moins nettement silloné au milieu.

Argentine: Córdoba, Alta Gracia (Bruch leg.), ♀ ♂ ☿ (types); idem Cabana (Scott), ☿.

Diffère nettement de *Cr. bingo* For. par ses antennes à massue biarticulées. Le ♂ est remarquable par ses longues antennes.

### **Crematogaster (Neocrema) euterpe** n. sp.

☿. Long. 2,8 mm. environ. Noir ou noir brunâtre. Mandibules, articulation des scapes et des pattes, hanches et tarses jaune brunâtre; le reste des appendices brun moyen. Tête et thorax ridés en long; les rides, assez régulières et espacées, sont de loin en loin anastomosées, sauf sur le devant du pronotum où elles forment un réticulum plus serré et dont le fond est finement réticulé-ponctué. Les rides de la tête sont parfois interrompues et s'effacent en partie sur le vertex. Les interrides du dessus de la tête, des joues et du dos du thorax sont luisantes, mais sont réticulées et assez mates sur le reste des côtés de la tête et du thorax. Col, face déclive de l'épinotum et pédoncule densément réticulés-ponctués, sans rides. Dessus du postpétiole finement striolé. Gastre luisant et lisse. Pilosité dressée blanchâtre, assez longue sur le corps et moyennement abondante. Une pubescence oblique sur le scape, plus longue et plus relevée sur le funicule, plus clairsemée sur les pattes.

Tête aussi longue que large, les angles postérieurs très arrondis derrière les yeux, avec le bord postérieur et les côtés en avant des yeux un peu arqués; les yeux assez convexes sont placés au niveau du tiers postérieur de la tête. Aire frontale assez grande, lisse devant. Épistome convexe, finement strié en long, avec deux rides espacées du milieu. Mandibules lisses et luisantes, de 4 dents assez petites. Arêtes frontales assez longues. Le scape dépasse très peu le bord postérieur de la tête. Massue distincte de 2 articles. Les articles 2 à 8 du funicule, subégaux et pas plus longs qu'épais. Vu de profil, le promésonotum dessine une courbe assez régulière, du col au sillon métanotal, avec le dessus faiblement déprimé. Vus de dos, ces segments, dont

la suture est obsolète, forment, sans le col, un trapèze aussi large que long et dont la base antérieure et transversale est le double plus large que le sommet et les angles arrondis. Sillon métanotal à peine plus bas que le plan de l'épinotum et n'interrompant pas les rides. Face basale de l'épinotum bien plus large que longue, un tiers plus large derrière, subbordée, légèrement convexe sur le profil, presque aussi longue que la face déclive à laquelle elle passe par une courbe brusque. Épines fortes, divergentes, un peu relevées, aussi longues que la face basale et que les deux tiers d'intervalle de leur base. Pétiole rectangulaire, un peu plus long que large et légèrement rétréci devant, où les angles sont mousses. Le postpétiole pas plus large que le pétiole (plus étroit que chez *distans*) avec un léger sillon médian.

Argentine : Jujuy (Dr. Neiva), 6 ☿.

### **Crematogaster (Neocrema) polymnia** n. sp.

☿. Long. 3,5 mm. Noire. Mandibules, bout du dernier article du funicule et tarses, brun jaunâtre. Densément ponctuée-réticulée. La tête est en outre assez densément et finement ridée en long et mate ; sauf le clypéus et le vertex, où la sculpture est plus effacée et luisante (chez *Cr. euterpe* les rides sont beaucoup plus fortes et plus espacées). Des points épars et des impressions irrégulières et allongées sur le front. Pronotum et côtés du thorax grossièrement ridés-réticulés, devant de la face basale de l'épinotum plus finement ridé-réticulé ; reste de la face basale transversalement et finement ridée-ponctuée. Pédoncule ponctué-réticulé. Dessous du pétiole et gastre très finement réticulés et luisants. Pilosité dressée blanchâtre, tronquée au bout, assez longue et assez abondante sur le corps, plus fine, mais aussi longue et aussi riche, sur les pattes et les antennes (bien plus courte et rare chez *euterpe*). Tête un peu plus longue que large, fortement arrondie derrière les yeux, les côtés assez droits et un peu convergents en avant. Les yeux convexes, placés à peine en arrière du niveau du milieu de la tête. Aire frontale finement striée-ridée en long, à limites postérieures effacées. Épistome ridé en long avec les interrides lisses et luisantes, le quart postérieur assez convexe, le reste beaucoup moins. Mandibules striées à la base, le quart distal lisse. Le scape dépasse d'environ d'un quart de sa longueur le bord postérieur de la tête. Articles deux à huit du funicule plus longs, d'un quart au moins de leur épaisseur. Massue de deux articles distincts. Suture promé-

sonotale assez distinctement imprimée et n'interrompant pas les rides. Pronotum dessinant un trapèze d'un tiers plus large à la base (devant) qu'au sommet, qui est fortement échancré et un peu plus d'un tiers plus large que long au milieu ; sa base et ses côtés un peu arqués, subbordés, les épaules nettes mais arrondies. Sa face supérieure est oblique en avant, et sur un plan moins élevé que le devant du mésonotum. Le tiers antérieur de ce dernier segment est convexe sur le profil, et un peu incliné en avant; ses deux tiers postérieurs forment au milieu une face déclive plane, assez oblique en arrière, rectangulaire, plus longue que large, réticulée-ponctuée et bordée de grosses rides. Sillon métanotal en gouttière transversale plus large que profonde. Face basale de l'épinotum un peu convexe devant, sur le profil. Vue de dessus, elle dessine un trapèze à base postérieure d'un ties à un quart plus large que long, à côtés un peu convexes et subbordés, passant par une large courbe à la face déclive. Épines divergentes et relevées, à peine plus longues que la moitié de la face basale, et comme la moitié de l'intervalle de leur base. Nœud du pétiole en rectangle, un peu plus long que large ($^1/_5$ environ); les angles antérieurs nets, non rentrés, les postérieurs plutôt un peu arrondis. Postpétiole légèrement plus large que le pétiole. Il est lui-même un tiers plus large que long, avec un sillon médian distinct.

Argentine : Jujuy (Dr. Neiva), 1 ☿.

Cette forme se rapproche de la précédente avec laquelle elle a été capturée, mais elle en diffère par des caractères si nets et si nombreux que ce serait un cas bien étrange de dimorphisme si les deux formes appartenaient à la même espèce.

## Genre **BRUCHOMYRMA** n. gen.

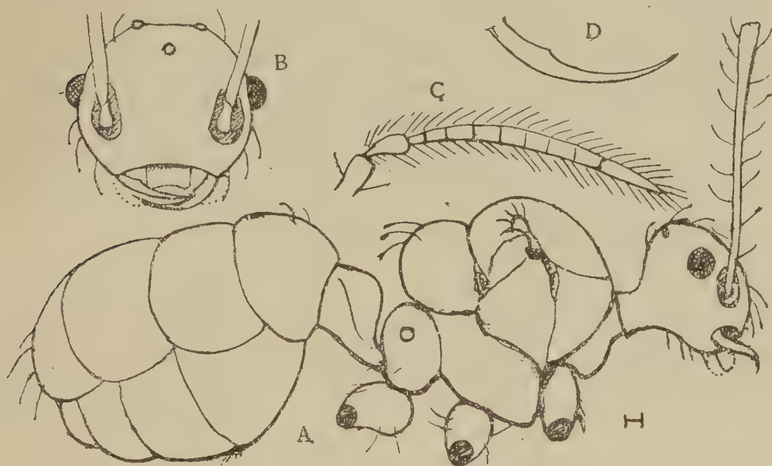
♀. Voisin du genre *Anergatides* Wasm. Tête arrondie, arêtes frontales presque nulles et très écartées. Épistome convexe ; devant sa suture postérieure, obsolète. Labre saillant. Mandibules falciformes. Yeux médiocres, très convexes. Ocelles latéraux, au bord postérieur de la tête. Antennes de 11 articles, le funicule filiforme un peu épaissi au milieu. Scapes très longs. Pronotum court. Mésonotum fort convexe. Scutellum hémisphérique, très saillant. Métanotum très réduit. Épinotum convexe. Ailes à nervures indistinctes et à bords frangés. Pattes longues. Les deux articles du pédoncule cupuliformes, le post-

pétiole beaucoup plus grand que le pétiole, largement articulés derrière. Gastre disposé pour l'extension.

Les ouvrières manquent très probablement.

## Bruchomyrma acutidens n. sp.

♀ (vierge). Long. 2 mm. D'un jaune brunâtre terne, les segments du gastre brunâtres et les appendices plus clais. Lisse et luisante. Pilosité dressée, abondante et fine sur les appendices, presque nulle sur le corps. Quelques poils clavés sur le métanotum, le postpétiole et le bout du gastre, rares sur la tête. Pas de pubescence couchée.




*Bruchomyrma acutidens* n. gen. n. sp .: A, Insecte vu de profil; B, Tête vue de face C, Funicule; D, Mandibule plus fortement grossie

Tête vue de front arrondie ou discoïdale, aussi large que longue, pourvue d'un col étroit. Yeux un peu en arrière des côtés, convexes, grands comme le tiers environ de leur distance au bord antérieur de la tête. Arêtes frontales faibles, et beaucoup plus espacées que chez *Anergatides Kohli*. Les fossettes antennaires assez grandes et placées tout près des yeux. Épistome confondu derrière avec la tête, son bord antérieur largement concave, sous lequel s'avance un labre rectangulaire à bord antérieur échancré. Mandibules falciformes, étroites, presque aussi longues que le bord de l'épistome. Le tiers interne un peu plus épais, s'amincit rapidement aux dépens du bord interne. Pal-

pes maxillaires courts et épais. Le scape dépasse la tête d'environ des deux tiers. Le premier article du funicule est beaucoup plus épais, et le double plus long que le suivant, lequel est le plus court et le plus étroit de tous. Le funicule s'épaissit au milieu pour s'amincir au bout. Le dernier article est presque aussi long que l'ensemble des deux précedents. Thorax plus large que la tête. Le mésonotum, aussi large que long, forme, sur le profil, une forte convexité qui ne dépasse pas le pronotum. Scutellum saillant, subhémisphérique, bien plus grand que l'épinotum qu'il surplombe. Métanotum très réduit. Les deux faces de l'épinotum forment ensemble une convexité dont la face déclive a la plus grande part. Nœud du pétiole plus haut que long, largement articulé derrière, pédiculé devant et en bas. Sa face antéro-supérieure bordée, convexe de haut en bas et concave latéralement. Postpétiole peu distinct du gastre, avec lequel il est largement articulé. Il présente, vu de dessus, une figure triangulaire à côtes convexes et fortement rétrécie devant. Sa face inférieure est environ six fois plus courte que la face supérieure convexe. Les segments du gastre chevauchent fortement les uns sur les autres et le gastre paraît susceptible d'une forte dilatation chez la ♀ reine. Pattes longues, bords des cuisses parallèles non dilatés vers les extrémités les tibias au contraire, assez épaissis vers le bout distal.

Argentine : Córdoba, Alta Gracia (Bruch), chez *Pheidole Strobeli* Em. st *Richteri* For. (cinq ♀ ailées).

Cette espèce rappelle beaucoup *Anergatides Kohli* récemment décrite par Wasmann et originaire du Congo, où elle vit également chez unee *Pheidole*. Mais *Anergatides* a les antennes de 12 articles, avec une massue distincte de cinq articles; les mandibules atrophiées ; les arêtes frontales beaucoup plus rapprochées et le scutellum autrement conformé. A part celà, ces deux genres ont beaucoup d'analogie et paraisent tous deux être des dérivés parasitaire du genre *Pheidole*, auxquels ils sont restés inféodés. On ne saurait dire si chacun d'eux a une souche séparée dans le genre *Pheidole* ou si *Bruchomyrma* s'est séparé ainsi que *Anergatides* d'une forme commune, déjà différenciée de *Pheidole*. *Bruchomyrma* paraît, avec ses antennes réduites, plus regressé que le genre africain.

Quel est le procédé de pénétration et d'instauration de *B. acutidens* chez son hôte ? Sa faiblesse relative semble exclure l'idée d'un combat violent avec la reine *Pheidole*. Peut-être se passe-t-il quelque chose d'analogue à ce que j'ai observé chez *Wheeleriella Santschii* For., où la seule présence de cette fourmi incite les ouvrières hôtes à

tuer elle-même leur propre reine et mère, pour adopter l'intruse femelle. Mais, d'autre part, les mandibules si aiguës de *Bruchomyrma* ne paraissent pas être des rudiments inutiles comme chez *Anergatides,* mais plutôt des instruments actifs, armes de combat dont le rôle mérite d'être éclairci par des observations directes sur les lieux.

## **Tranopelta amblyops** Em.

(= *Monomorium amblyops* Em. *Bull. Soc. Ent. Ital.,* 1894, p. 150, ☿.)

♀ (non décrite). Long. 11,5 mm. D'un roux un peu plus foncé que *T. gilva* Mayr, les ailes un peu rembrunies le long des nervures, longues de 15 mm. (moins longues chez *gilva* et la var. *brunnea* For.). Thorax plus robuste que chez *gilva,* large de 3 mm. (2,2 mm. chez *gilva).* Pour le reste, comme chez *brunnea* For.

♂ (non décrit). D'un jaune légèrement brunâtre, les ailes aussi brunâtres que chez la ♀. Diffère en outre de celui de *T. gilva* par ses ocelles plus petits, le premier article du funicule un peu plus court, le bord cervical plus concave, le postpétiole et surtout le gastre plus larges.

☿. Je n'ai pu remarquer de différences appréciables avec la var. *brunnea* For.

Córdoba, Alta Gracia (Bruch). « Petite colonie dans une chambre prochaine d'un nid d'*Eciton dulcius* », ☿ ♂ ♀ et d'autres nids de la même localité. M. Bruch m'écrit que la reine a le gastre extraordinairement enflé.

## **Leptothorax (Gonothorax) argentinus** n. sp.

☿. Long. 3 mm. Jaune testacé. Gastre et appendices d'un jaune plus clair. Pilosité comme chez *spininodis* Mayr, dont cette espèce est voisine. Quelques poils courts sur le scape. Gastre et pattes entièrement lisses et luisants. Mandibules striées-ponctuées, épistome espacément ridé, tous deux luisants; tout le reste est mat, densément réticulé-ponctué. Le dessus de la tête a environ dix grosses rides longitudinales régulièrement espacées et un peu verniculées; sur les côtés de la tête d'autres rides moins élevées et souvent anastomosées; le lit du scape en est dépourvu. Ces grosses rides se retrouvent sur le dos du thorax et du postpétiole, mais elles y sont plus irrégulières et forment des mailles sur le pronotum. Tête aussi large que longue, le

bord postérieur et les côtés un peu convexes. Yeux assez convexes, occupant presque tout le deuxième quart antérieur des côtés. Antennes de 11 articles. Le scape atteint le bord postérieur de la tête. Articles 2 à 6 du funicule aussi longs qu'épais. L'épistome a une forte ride médiane. Thorax comme chez *L. spininodis* mais les bords sont moins fortement sinueux ; la région épinotale plus large ; ses épines plus courtes et plus robustes sont droites et divergentes, un peu plus longues que leur intervalle basal, le pétiole est un peu plus robuste que chez *spininodis :* vu de dessus il apparaît rectangulaire, un quart plus long que large, très brièvement pédiculé devant, les angles antérieurs aigus mais inermes, subdentés, et avec une forte dent recourbée en arrière au quart postérieur de ses côtés. Vu de côté, la face antérieure oblique n'est pas concave et est plus longue que la face supérieure, laquelle est arquée devant, et droite derrière, avec quelques rides obliques et des denticules. Postpétiole le double plus large que long, ses côtés assez droits, avec à l'angle postérieur, une courte épine, un peu mousse, dirigée en arrière. Très convexe sur le profil, il est un peu plus bas que le pétiole. Base du gastre assez échancrée, avec les angles nets. Cuisses très enflées.

Argentine : Chaco de Santiago del Estero, Icaño (río Salado), E. R. Wagner, 14 ☿ (Muséum de Paris).

### **Leptothorax (Gonothorax) spininodis** Mayr var. **genualia** n. var.

☿. Long. 3-3,2 mm. Jaune ferrugineux, la tête et massue des antennes plus rougeâtres, gastre et appendices plus clairs. Le quart distal des cuisses brun, avec l'articulation presque noire. Tête assez finement, mais plus densément striée-ridée en long que chez *spininodis,* avec les intervalles réticulés. Thorax et postpétiole grossièrement ridés en long, avec quelques anastomoses surtout sur le pronotum où l'on peut compter environ 7-8 rides. Mat ; le gastre lisse et luisant, sauf sa base, qui est finement striolée en long et mate. Pilosité un peu plus longue que chez *spininodis.* Tête plus longue et moins élargie derrière que chez *spininodis,* funicule plus épais. Dessus du thorax encore plus déprimé. Pédoncule plus robuste, plus fortement denté; le postpétiole le double plus large que long. Pour le reste, comme chez *spininodis* qui est plus petit et n'a pas les pattes obscurcies ; du moins Mayr n'en dit rien, bien que ce soit un caractère très apparent.

Paraguay : Asunción (Spegazzini), 1 ☿.

### **Tetramorium caespitum** L.

Chili : Valparaiso (Miss G. Eduard). C'est une importation d'Europe.

### **Cryptocerus guttifer** Sants.

☿. (non décrite). Long. 3,9-4,5 mm. Noire, gastre immaculé. Fossettes de la tête plus espacées et moins profondes que chez le soldat, aussi denses sur le thorax. Tête un cinquième environ plus longue que large et aussi large au tiers antérieur que derrière les yeux, presque rectangulaire; le bord postérieur échancré avec les angles saillants en arrière; le dessus bien plus convexe que chez *Ellenriederi* For. et moins que chez *convexus* Sants. Mandibules striées. Crêtes frontales translucides, parfois transparentes. Thorax plus convexe que chez *Ellenriederi*. Bord antérieur du pronotum droit jusqu'au près des épines scapulaires, devant lesquelles il forme un escalier plus ou moins distinct suivant les individus. Les côtés du pronotum ont en outre deux dents moins saillantes que l'épine de l'épaule. Suture promésonotale assez distincte. Côtés du mésonotum peu ou pas dentés. L'angle antérieur de l'épinotum est assez saillant, avec deux dents superposées, la supérieure plus longue, derrière lesquelles les bords convergent directement vers l'articulation. Les deux nœuds sont plus étroits que chez *Ellenriederi*, les ailes plus relevées et plus pointues. Le milieu des nœuds acuminé, à face antérieure triangulaire; gastre ovale, plus court que chez *Ellenriederi*, échancré à la base. Pour le reste comme chez le ♃.

♃. Les taches du gastre sont assez variables selon la taille des individus. De quatre chez les plus grands, il n'en reste que deux chez les petits ♃, les taches antérieures s'effaçant complètement. Long. 5 à 6 mm.

♀. La tache scapulaire peut s'effacer chez certains individus, les ailes sont jaune brunâtre, avec les nervures et la tache brunes.

♂. Long. 5,5 mm. Noire, genoux, tibias, tarses et valves génitales jaunes. Cuisses et antennes brunâtres. Bout du dernier article du funicule roussâtre.

Tête un peu moins large que chez *Cr. pusillus*. Un sillon transversal, un peu convexe en arrière, relie les extrémités postérieures des arêtes frontales. L'ocelle médian très près de ce sillon.

Thorax un peu moins large que la tête. Le premier nœud du pédoncule est légèrement plus large devant, que long; le suivant environ un tiers plus large que long, et aussi long que le précédent.

Mat, sauf un peu du dessus du mésonotum et le bout de gastre. Thorax fortement rugueux, avec quelques grosses rides longitudinales sur le dos. Tête moins rugueuse et plus réticulée que le thorax. Abdomen réticulé-ponctué dans ses premiers segments, devient plus faiblement réticulé derrière; il a en outre quelques grosses rides sur les deux articles pédonculaires. Ailes comme chez la ♀.

Argentine : Córdoba, Alta Gracia. Même localité que le type, « dans des branches de cocos *(Fagara coco)* » (Bruch leg.).

### Cryptocerus bivestitus n. sp.

♃. Long. 7-7,5 mm. Voisin de *Cr. peltatus* Em. et surtout de *Bohlsi* Em. Noir; tête, épaules et plus ou moins la crête du pronotum, angles du mésonotum, genoux, tibias et derniers tarses, rougeâtres, passant au jaunâtre sur le devant de la tête et les angles du pronotum et du mésonotum. Quatre grandes taches blanchâtres, allongées, parfois confluentes latéralement, sur le gastre. Un revêtement pruineux, blanchâtre, recouvre le corps mais est très abondant sur la tête, un peu moins sur le devant du pronotum, et de plus en plus discret en arrière. Ce revêtement qui n'apparaît pas chez tous les individus (3 sur 4 examinés) paraît être une sécretion des téguments. Les fossettes du disque céphalique en sont dégagées, ainsi que leur poil central. Ces fossettes sont densément réparties, leur intervalle bien plus étroit que leur diamètre (chez les individus privés du revêtement), et restent circulaires sur la tête tandis qu'elles sont plus petites et polyedriques sur le dos, auquel elles donnent un aspect réticulé. Gastre finement réticulé, mat, avec des fossettes très espacées et à peine imprimées. Pédoncule à sculpture intermédiaire. Un poil court, brillant, occupe chaque fossette. Une courte pubescence sur les pattes et les antennes. Quelques poils dressés, fins et courts, vers le bout de l'abdomen.

La tête forme un disque un peu plus allongé et un peu plus rétréci derrière que chez *Cr. Bohlsi* Em. (1), même un peu concave au tiers postérieur.

Les angles postérieurs, plus mousses, avec les côtés arrondis jus-

(1) Voir la figure de cette espèce dans *Zool. Jarhb.*, pages 632-633, 1896.

qu'aux yeux, lesquels ne se voient que peu ou pas de front. Bords du disque plus fortement relevés devant et de côté, encore aigus derrière mais sur le même plan que la moitié postérieure, plane, du disque; tandis que sa moitié antérieure a le centre un peu convexe. Vu du côté occipital, le disque paraît assez fortement concave, avec une bosse occupant moins du tiers médian (presque tout chez *Bohlsi)*. Face occipitale plane. Thorax comme chez *Bohlsi,* le bord antérieur du pronotum un peu moins convexe et dont la crête s'efface presque au milieu. Les deux nœuds d'égale largeur. Les côtés du gastre subparallèles, du reste comme chez *Cr. Bohlsi.*

☿. Long. 4,5-5 mm. Noire, crêtes frontales jaunes, à bords roussâtres. Scape et tibias rougeâtres. Les fossettes de la tête et du thorax sont assez régulièrement disposées entre des rides longitudinales plus ou moins développées. Pilosité et gastre comme chez le ♃, avec quelques rides divergentes à la base. La tête est un peu plus étroite que chez *Ellenriederi*. Pronotum à épaules dentées. Les côtés droits, ou subdentés. Angles antérieurs de l'épinotum bidentés, sur un seul plan horizontal derrière lequel les côtés convergent directement vers l'articulation du pétiole. Les deux nœuds comme chez *Ellenriederi*. Le gastre un peu plus échancré devant et plus ovale; du reste comme chez cette dernière espèce.

♀. Long. 7,6-8,5 mm. Couleur comme chez le ♃, mais le centre du disque céphalique brunâtre, de sorte qu'il ne reste presque plus que les bords de jaunâtre. La pruinosité manque ainsi que chez la ☿.

La tête est un peu plus étroite que chez *Ellenriederi* For., le disque plus concave, mais moins que chez le ♃. Le bord postérieur aigu, crêté, les bords latéraux foliacés, peu ou pas crénelés. Ailes faiblement jaunâtres, à nervures d'un brun moyen. Thorax pas plus large que la tête. Pour le reste, comme chez le ♃, avec les caractères ordinaires de la ♀.

Argentine : Catamarca, Hualfín. « Rameaux d'un *Prosopis* » (Weiser).

### **Cryptocerus peltatus** Em. st. **Ellenriederi** For. var. **gaudens** n. var.

Très voisine de la var. *jactans* For., mais le ♃ a les couleurs claires moins étendues. La tête est rouge sombre, avec seulement deux petites taches jaunes de chaque côté de l'épistome. Les angles du pronotum, genoux, tibias et derniers tarses, rougeâtres. Gastre concolor.

Les côtés de la tête sont un peu convexes, des yeux aux angles postérieurs, et ceux-ci plus ou moins subdentés selon les individus. Carène du pronotum bien distincte, sauf au milieu.

Le postpétiole est relativement plus large que le pétiole, comparé à celui de *peltatus*. Long. 6,7 mm.

☿. Long. 4-5 mm. Un peu plus étroite que *Ellenriederi*. L'angle postérieur de l'épinotum plus distinctement denté ou denticulé. du reste semblable.

♀. Long. 9 mm. Couleur comme chez le ♃, sauf les épaules du pronotum qui sont noires.

Córdoba, Alta Gracia. « Dans des branches de cocos *(Fagara coco)* » (Bruch leg.).

### **Rhopalothrix Bruchi** n. sp.

☿. Long. 1,8-2 mm. Jaune plus ou moins roussâtre. Mandibules et parties des pattes roussâtres. Mate, très finement sculptée. Mandibules et aire frontale luisantes. Pilosité blanchâtre, courte, cochléaire, dense sur le clypéus, moins serrée ailleurs. Tarses et funicules pubescents. Pas de poils dressés ordinaires, sauf un ou deux près de l'aiguillon.

Tête un peu plus longue que large; vue de front, son bord postérieur est faiblement concave. L'occiput excavé. Les yeux relativement petits et dépigmentés, sans ride ni carène à leur niveau. Les côtés de la tête divergent faiblement de l'angle postérieur en avant, pour converger un peu avant d'atteindre les yeux, mais l'angle ainsi formé est moins accentué que chez *R. Batesi* Em. et moins arrondi que chez *Balzani* Em. Épistome assez échancré au bord antérieur, fortement arqué au bord postérieur. Aire frontale petite mais distincte. Le bord terminal des mandibules concave, avec une dizaine de dents très fines spiniformes. Antennes de 7 articles. Le scape ressemble par sa forme à celui de *R. Batesi* Em. (1), mais, un peu plus court, il atteint le tiers postérieur de la tête. Articles 2 à 4 du funicule très larges, l'avant-dernier aussi long que large, au bout distal. Promésonotum très déprimé, bordé, épaulé, légèrement plus long (sans le col) que large. Sutures métanotales peu profondes, entre lesquelles le métanotum forme une étroite bandelette. Épinotum fortement concave de droite à gauche; la face basale courte, les bords de la face déclive tranchants; l'angle supérieur inerme, arrondi; l'angle inférieur indiqué par une

(1) EMERY, *Bol. Soc. Ent. Ital.*, titule I, figure 11, 1894.

petite dent plus ou moins distincte. Pétiole aussi long que large, le sommet du nœud 2 $^{1}/_{2}$ à 3 fois plus large que long. Postpétiole 3 fois plus large que long, les côtés arrondis aux dépens des angles antérieurs. Gastre ovale, un peu plus long que large.

Argentine : Córdoba, Alta Gracia, « sous une pierre » (Bruch).

### **Strumigenys (Cephaloxys) conspersa** Em.

Argentine : Córdoba, Alta Gracia (Bruch).

☿. M. Bruch remarque que cette espèce se trouve toujours chez des *Ponérines (Holcoponera curtula* st. *Vollenweideri* For.).

### **Myrmicocrypta squammosa** Sm.

♀ ☿. Argentine : Córdoba, Alta Gracia (Bruch).

### **Dorymyrmex (Conomyrma) Wolffhügeli** For. var. **Santschii** Gall.

(= *Dorymyrmex Santschii* Gall., 1917.)

☿. Ne diffère du type de l'espèce que par sa couleur d'un brun terne, un peu roussâtre, et le gastre plus foncé. Le devant de la tête roussâtre, les appendices passant au jaune brunâtre. La pubescence paraît un peu plus riche.

Córdoba, Alta Gracia (Bruch leg.).

Cette variété se trouve placée entre le type, qui est plus foncé, et les variétés *Steigeri* Sants. et *platensis* Gallardo, qui sont plus claires; son habitat est également intermédiaire.

Clé des variétés de *Dorymyrmex (Conomyrma) Wolffhügeli* For. :

1. Noire ou noire brunâtre, bouche et appendices plus clairs. sp. *Wolffhügeli* type.
 — Coloration plus claire. 2.
2. Thorax et dessus de la tête brun jaunâtre, le gastre plus foncé, appendices plus clairs. var. *Santschii* Gall.
 — Tête et thorax jaune roussâtre. 3.
3. Gastre en grande partie jaune à la base. var. *Steigeri* Sants.
 — Gastre brunâtre, avec la base peu ou pas éclaircie. var. *platensis* Gall.

Il y a de nombreux passages entre ces variétés.

### **Dorymyrmex (Conomyrma) bituber** Sants.

Argentine : Salta, Rosario de la Frontera (B. Barreto leg.).

### **Dorymyrmex (Conomyrma) Gallardoi** Sants.

Cette espèce, que j'avais nommée d'après les figures dues à M. Gallardo, ressemble assez par sa couleur et sa sculpture à *D. Baeri* André, et la confusion est possible à première vue, mais elle en diffère par sa taille un peu plus petite, 3,2-3,4 mm., et l'absence de psammophores; il n'y a sous la tête que quelques poils irréguliers; le profil du mésonotum non anguleux. La tête est plus luisante. Les mandibules, les scapes, la base des tibias et les premiers tarses sont jaunes, un peu brunâtres (chez *D. Baeri* les appendices sont noirs avec les mandibules d'un jaune plus vif). Scape et articles du funicule plus courts, le cône épinotal plus accentué.

Argentine : Rio Negro, Viedma (Dr. Hildemann leg.).

### **Myrmelachista (Decamera) Bruchi** n. sp.

☿. Long. 2,2-2,6 mm. Voisine de *M. bambusarum* For. dont elle diffère comme suit. Jaune roussâtre, le gastre plus ou moins rembruni, la base de ses segments restant parfois jaunâtre. Tête, massue antennaire et tibias souvent d'un roux plus foncé. Presque glabre, quelques poils aux deux bouts du corps et sur l'écaille. Lisse et luisant, surtout la tête. Épinotum peu luisant, finement réticulé.

Tête rectangulaire, environ un quart plus longue que large, les côtés à peine un peu convexes. Les yeux sont aussi grands que le quart des côtés dont ils occupent presque le milieu. Sillon frontal assez peu distinct, atteint le tiers postérieur de la tête. Aire frontale plus longue que large. Épistome lisse et luisant, convexe, à bord antérieur transversal et inerme au milieu (fortement arqué devant chez *bambusarum* et denticulé chez *arborea* For.). Mandibules lisses, luisantes, à bord terminal droit, armé de 4 dents dont l'interne est la plus petite (le bord terminal très oblique chez *bambusarum*, la dent préapicale plus réduite).

Le scape atteint le quart postérieur de la tête. Articles 3 à 6 du

funicule plus épais que longs, la massue un peu moins épaisse que chez *bambusarum*. Le pronotum est, avec son col, bien deux fois et demie plus long que le mésonotum; du reste le thorax est fort semblable. L'écaille est beaucoup moins nodiforme, sa face postérieure oblique en avant, sa face antérieure verticale, le sommet aminci mais mousse, bien moins haute et plus inclinée que chez *nigella* Rog.

♀. Long. 4,5 à 6 mm. (tête et thorax 2,2 mm.). Noire ou noir brunâtre. Thorax et appendices d'un brun rougeâtre plus ou moins clair. Lisse et luisante, presque glabre. Tête plus d'un quart plus longue que large, rectangulaire, à peine plus large derrière; les bords droits, les yeux entre le milieu et le tiers antérieur des côtés. Un fort sillon atteint l'ocelle médian, le scape jusqu'à le tiers postérieur. Épistome comme chez la ☿. Sans dent médiane, mais avec un très long poil au milieu du bord antérieur (souvent présent chez la ☿). Thorax fusiforme dessus, un peu plus large que la tête au milieu. L'écaille est plus basse et plus nodiforme que chez la ☿. Gastre cylindrique, très long chez la ♀ aptère.

♂. Long. 2,5-2,7 mm. Noir. Mandibules et tarses jaune pâle; reste des appendices plus ou moins brunâtre. Lisse, luisant. L'écaille est plus inclinée que chez *M. gallicola* Mayr.

Argentine : Córdoba, Alta Gracia (Bruch) ☿ ♀ ♂. Dans les branches des cocos *(Fagara coco)*.

### **Melophorus (Lasiophanes) Bolivari** Sants.

(= *Prenolepis Bolivari* Sants., 1916).

Argentine : Neuquen, ☿ (Dr. Schiller leg.).

### var. **pilosa** Em.

(= *M. (L.) pilosa* Em., 1922).

Chili sud, Petrohué, ☿ (Dr. Schiller leg.).

C'est une légère variété de *Bolivari,* le scape est un peu moins pileux, les articles du funicule légèrement plus longs. Le bec de l'épistome est moins accusé que chez *M. (L.) Bruchi* For.

### **Brachymyrmex Fiebrigi** For.

♂ (non décrit. Long. 1,5-1,7 mm. D'un gris jaunâtre clair. Tête un peu rembrunie vers les bords. Épistome, épinotum, écaille et appendices blanchâtres. Ailes hyalines, leurs insertions souvent noirâtres. Finement chagriné et assez luisant. Pilosité dressée presque nulle et la pubescence rare.

Tête à peine moins large devant avec les yeux que longue. Les côtés sont distinctement convexes derrière les yeux jusqu'aux ocelles latéraux qui marquent l'angle postérieur. Les yeux occupent un peu moins que la moitié antérieure des côtés. L'ocelle médian placé au bord postérieur de la tête qui est droit, et que dépasse à peine le scape. Articles 2 à 8 du funicule aussi courts qu'épais, le premier beaucoup plus large que le suivant et 1 $^1/_2$ fois plus long qu'épais, le dernier aussi long que les 3 ou 4 précedents réunis. Thorax plus large que la tête. Mésonotum aussi large que long, avancé un portion de sphère et recouvrant un pronotum très court. Profil de l'épinotum convexe, la face déclive paraît plus courte.

Ressemble au ♂ de *B. australis* For. mais s'en distingue facilement par ses articles du funicule plus courts.

Argentine : Córdoba, Alta Gracia (Bruch), ♀ ♂.

### **Brachymyrmex Fiebrigi** For. var. **funicularis** n. var.

Cette variété diffère du type par ses funicules fortement rembrunis alors qu'ils sont aussi pâles que les autres appendices chez le type. Le bout du gastre est aussi plus nettement obscurci, la pubescence un peu plus forte; du reste comme le type.

Córdoba, Alta Gracia (Bruch).

### **Brachymyrmex australis** For. var. **curta** Sants.

♀ (non décrite). Long. 3,4 mm. Jaune roussâtre. Funicule, moins le premier article, vertex, dos du thorax, jaune grisâtre. Dessus des segments du gastre, jaune brunâtre. La pubescence, assez longue et abondante, diminue l'éclat de la seulpture lisse et riche en ponctuations piligères. Tête un peu plus longue que large, à peine rétrécie

devant avec les côtés convexes, le bord postérieur concave au miliue et ses angles arrondis. Les yeux occupent plus du tiers des côtés et leur diamètre est le double de leur distance au bord antérieur. Ocelles grands, très rapprochés du bord postérieur, que le scape dépasse d'un cinquième de sa longueur. Thorax un peu plus large que la tête, plus court et plus convexe devant que chez *B. patagonicus*. Ailes un peu jaunâtres.

♂ (non décrit). Long. 1,5 mm. Jaune grisâtre, tête brunâtre; scutéllum, écaille, appendices et clypéus, jaune blanchâtre. Insertions alaires souvent maculées de noir; ailes faiblement jaunâtres. Pilosité presque nulle, pubescence courte, médiocre; peu luisant. Tête plus large que longue. Les yeux occupent la moitié antérieure des côtés. Le scape dépasse un peu le bord occipital. Articles 2 à 7 du funicule de $^1/_2$ à $^2/_3$ plus longs qu'épais, le dernier presque aussi long que les trois précédents réunis. Thorax plus large que la tête. Mésonotum convexe devant, à peine plus long que large dessus.

Ressemble a *B. Fiebrigi* For., mais en diffère par ses articles funiculaires plus longs, la tête plus large et la couleur du thorax autrement distribuée.

Argentine : Córdoba, Alta Gracia, ☿ ♀ ♂ (Bruch leg.).

### **Brachymyrmex Giardi** Em. var. **nitida** n. var.

☿. Diffère du type par sa couleur plus foncée, ses quelques poils dressés sur le pronotum, et sa sculpture très luisante malgré sa pubescence.

La tête est assez déprimée, le bord postérieur faiblement échancré, la face occipitale fortement concave. Les côtés convexes, les yeux moins grands que leur distance au bord antérieur de la tête. Le scape dépasse le bord postérieur d'un quart de sa longueur. Mésonotum distinctement limité sur le profil par une petite échancrure devant et derrière. Du reste comme le type.

Chili, Petrohué (III, 1922) (Dr. Schiller leg.).

### **Camponotus (Myrmoturba) bonariensis** Mayr st. **tucumana** Sants.

♀ (non décrite). Long. 10 mm. Diffère de celle de *bonariensis* par sa tête plus allongée, à côtés plus parallèles. Carène de l'épistome

nette, mais moins accentuée. Le mésonotum plus large, la face basale de l'épinotum plus allongée. L'écaille plus convexe devant. Ailes jaune terne, longues de 11 mm.

♂ (non décrit). Long. 7 à 8 mm. Brun varié de noirâtre; gastre noir; mandibules, angles antérieurs de la tête, funicule, pronotum, sutures thoraciques, parties des tibias, tarses et armure génitale, jaunes ou jaunâtres. Luisant Tête un peu plus large que chez *bonariensis*. Mandibules submates, le bord externe peu convexe (assez fortement chez *bonariensis*), le bord terminal tranchant et inerme. Épistome moins nettement caréné. Du reste comme le type (l'écaille des exemplaires examinés est déformée).

Argentine : Catamarca, Hualfin (Weiser). Les ☿ types ont été décrits sur des exemplaires de la province voisine de Tucuman.

### **Camponotus (Myrmoturba) melanoticus** Em. st. **substitutus** Em. var. **pullula** n. var.

Diffère de *substitutus,* dont elle a la disposition des taches, par sa tête et ses tibias brun noirâtre alors qu'ils sont roux brunâtre chez *substitutus* Em. et jaune roussâtre chez sa var. *colorata*. La tête est en outre un peu plus étroite chez le ☿. Les scapes sont noirs ou pres que noirs, les côtés du thorax clairs, comme chez *substitutus* et non comme chez *Hagmanni For.*

Argentine : Córdoba, Alta Gracia (Bruch leg.).

# DESCRIPCIÓN DE VARIOS COLEÓPTEROS DE BUENOS AIRES

POR EL DOCTOR JUAN BRÈTHES

---

Consultado muchas veces acerca de insectos pequeños que pueden tener su importancia, siempre del punto de vista científico, y más de una vez del punto de vista económico, me he visto impulsado a estudiar varios coleópteros que desde tiempo atrás vengo recolectando cerca de mi casa y en paseos efectuados en los alrededores de Buenos Aires.

Lo pequeño que son esos animales hace su estudio más dificultoso, pero, en cambio, revela la existencia de formas que no se sospecharían siquiera.

Al lado de especies cosmopolitas, como la *Melanophthalma distinguenda* (Com.) y la *Typhaea stercorea* (L.), etc., del *Tilargus tetraspilotus* (Lec.) que se conoce en ambas Américas, hay una fauna especial constituída por *Temephisus*, el curioso *Aracostenus*, el no menos curioso *Orychonotus*, el *Pycnocephalus*, del cual no se conocía hasta ahora sino una especie de la América Central, etc.

Para llevar a cabo este estudio he tenido que valerme de mis recursos propios, lo que me permite, por el momento, tener una idea de cuánto aprovecharía una obra de conjunto a la que estoy soñando desde muchos años y que cuento realizar con facilidad.

## Fam. HYDROPHYLIDAE

### EUMETACYMUS Brèthes, n. gen.

*A* Metacymo *proximus, sed corpore haud elevatiore* (Volvulus), *antennis 7-articulatis, prosterno longitrorsum carinato etiamque mesonoto ante coxas medias.*

**Eumetacymus virescens** Brèthes, n. sp.

*Niger, nitidus, viridi-micans, palpis, antennis pedibusque plus minus testaceis. Long. : vix 2 mm.*

Ovale, noir, convexe; la partie inférieure du corps chagrinée et avec une fine pubescence; le métasternum avec une région triangulaire élevée dont l'angle postérieur atteint les coxas postérieures.

Labre caché sous l'épistome; tête grande, plus large que longue. Antennes un peu plus longues que les palpes maxillaires: le 1er article cylindrique, dépassant un peu les bords de la tête: le 2e article plus court, un peu conique vers l'extrémité; le 3e article très court, un peu transverse; le 4e égal au 3e, mais plus transverse: les articles 5-7 formant massue avec poils abondants recourbés au bout, le 5e article plus long que large, le 6e aussi long que large, en triangle dont un des angles est au côté interne; le 7e article ovoïde. Palpes maxillaires avec le dernier article plus long que l'antérieur.

Tête et thorax lisses, à ponctuation peu profonde et assez éparse. Thorax transverse, en trapèze, plus large à la base; les bords latéraux à peu près droits, la ponctuation un peu plus forte, mais moins sensible vers l'arrière.

Je recueillis cette espèce à Buénos-Ayres, le 7 décembre 1916.

Oval, negro, convexo; la parte inferior del cuerpo chagrinada y con una fina pubescencia; el metasterno con una región triangular levantada cuyo ángulo posterior alcanza las coxas posteriores.

Labro escondido debajo del epistoma: cabeza grande, más ancha que larga. Antenas un poco más largas que los palpos maxilares; el 1er artículo cilíndrico, pasando un poco el borde de la cabeza; el 2° artículo más corto, un poco cónico hacia la extremidad: el 3er artículo muy corto, un poco transverso; el 4° igual al 3°, pero más transverso: los artículos 5-7 formando maza con pelos abundantes encorvados en la extremidad, el 5° artículo más largo que ancho; el 6° tan largo como ancho, en triángulo, uno de sus ángulos hallándose al lado interno; el 7° artículo ovoide. Palpos maxilares con el último artículo más largo que el arterior.

Cabeza y tórax lisos, con la puntuación poco profunda y bastante esparcida. Tórax transverso, en trapecio, más ancho en la base; los bordes laterales casi rectos, su puntuación un poco más fuerte, pero menos sensible hacia atrás.

Recogí esta especie en Buenos Aires, el 7 de diciembre de 1916.

## Fam. NITIDULIDAE

### **Pycnocephalus argentinus** Brèthes, n. sp.

*Minutus, nitidissimus, viridi-nitens, ovalis; antennis (articulo 1° excepto), palpis, pedibus anticis, tibiis et tarsis mediis testaceis: pygidio sat obtecto, elytris apicem versus tantulum magis punctato-pilosulis, apice rotundatim truncatis. Long.: 4/5-1 mm.*

Petit, très luisant, noir, avec reflets verdâtres, ovale; les antennes (excepté le premier article), les palpes, les pattes antérieures, les tibias et les tarses médians testacés; le pygidium assez visible; les élytres tronquées en arc à l'extrémité, leur surface avec une ponctuation pilifère un peu plus forte vers l'extrémité.

Je reçus cette espèce du Tandil (prov. de Buénos-Ayres) avec des tiges de *Baccharis platensis* chargées de *Ceroplastes* dont il s'alimente peut-être (Hno. Mario leg.).



Fig. 1. — Antena de *Pycnocephalus argentinus* Brèthes, muy aumentada.

Pequeño, muy reluciente, negro, con reflejos verdosos, oval; las antenas (excepto el primer artículo), los palpos, las patas anteriores, las tibias y los tarsos medianos testáceos; el pigidio bastante visible; los élitros truncados en arco en la extremidad; su superficie con una puntuación pilífera un poco más fuerte hacia la extremidad.

Recibí esta especie del Tandil (prov. de Buenos Aires) con tallos de *Baccharis platensis* cargados de *Ceroplastes* de que tal vez se alimenta (Hno. Mario leg.).

## Fam. PTILINIIDAE

### **Acrotrichis (Ctenopteryx) minuta** Brèthes, n. sp.

*Obscure picea, elytris obscure ferrugineis, sat nitida, ore, antennis pedibusque ferrugineis. Long.: 1 mm; lat.: 0,60 mm.*

Large, assez déprimé, noir, lisse, les élytres d'un ferrugineux obscur, la bouche, les antennes et les pattes ferrugineux, recouvert de poil courts et gris. Tête large, lisse, les points pilifères épars. Thorax très large et assez convexe, ses bords latéraux arrondis, sa plus grande largeur à la base où les angles sont aigus, la base droite en face de l'écusson, puis légèrement arrondie de chaque côté vers l'arrière jusqu'aux angles, le disque très lisse, avec les points pilifères à peine tuberculés, les espaces avec des lignes transverses presque insensibles au microscope. Écusson triangulaire, grand, son pointillé comme celui des élytres. Celles-ci un peu plus longues que la tête et le thorax réunis, à peu près de la largeur du thorax, non atténuées vers l'extrémité où elles sont tronquées. La surface avec des points pilifères pas plus développés que ceux du thorax, mais plus serrés; le réticulé bien plus apparent qu'au thorax. Abdomen très peu exserte avec son extrémité triangulaire, tridentée.

Diffère des *A. Wenckeri* (Matth.) et *brasiliensis* (Matth.) par son abdomen non *longe exsertum,* la fine striation des élytres dont ne parle pas Matthews, etc.

Je chassai cette espèce à Buénos-Ayres, le 3 août 1908.

Ancho, bastante deprimido, negro, liso, los élitros de un ferrugíneo obscuro; la boca, las antenas y las patas ferruginosas, con pelos cortos y grises. Cabeza ancha, lisa, los puntos pilíferos esparcidos: ojos medianos. Tórax muy ancho y bastante convexo: sus bordes laterales redondeados, su mayor ancho en la base donde los ángulos son agudos, la base recta frente al escudete, luego ligeramente redondeado de cada lado hacia atrás hasta los ángulos: el disco muy liso, con los puntos pilíferos apenas tuberculados: los espacios con líneas transversas casi insensibles en el microscopio. Escudete triangular, grande, su punteado como el de los élitros. Éstos un poco más largos que la cabeza y el tórax reunidos, como del ancho del tórax, no atenuados hacia la extremidad donde están truncados. La superficie con puntos pilíferos no más desarrollados que los del tórax, pero más apretados; el reticulado mucho más aparente que en el tórax. Abdomen muy poco exserto con su extremidad triangular, tridentada.

Difiere de los *A. Wenckeri* (Matth.) y *brasiliensis* (Matth.) por su abdomen no *longe exsertum,* la fina estriación de los élitros de que no habla Matthews, etc.

Cacé esta especie en Buenos Aires, el 3 de agosto de 1908.

## Fam. SCYDMENIDAE

### **Connophron argentinum** Brèthes, n. sp.

*Obscure ferrugineum, elytris ferrugineis, palpis tarsisque dilutioribus. Long. 1,25 mm. Lat. : 0,55 mm.*

Subovale, lisse, imponctué. Tête circulaire, les yeux peu proéminents, situés vers les angles antérieurs, le clypéus transverse et rectiligne en avant, le front avec des points épars d'où sortent des poils squamifères, surtout vers les angles latéro-postérieurs. Antennes non géniculées à articles 1er et 2e subégaux, 3e-7e submoniliformes, le 8e un peu plus gros que le 7e et légèrement transverse, les 9e et 10e subégaux, obconiques et subtransverses comme le 8e ; le 11e conique, un peu plus gros et deux fois plus long que l'antérieur. Prothorax (y compris la partie céphalique derrière le cou) conique, un peu plus long que large à la base, les côtés latéraux légèrement infléchis près de la base, celle-ci comme deux fois plus large que l'extrémité antérieure, sa surface avec points qui portent des poils assez longs sur le dos et squamiformes, et plus denses sur les côtés; une très légère impression transverse aux angles postérieurs. Élytres plus larges à la base que le prothorax, chacune avec une impression à la base, lisses, avec séries de poils longs et relativement épars. En dessous et derrière le cou, la tête avec striation fine et transverse ; coxas antérieures rondes, contiguës, un peu coniques à la pointe, cavités cotyloïdes ouvertes en arrière. Mésosternum avec une carène médiane envoyée par le métasternum ; les coxas médianes subovales, ne touchant pas le bord latéral. Métasternum grand avec une très fine pubescence couchée, son bord postérieur tronqué en arc en face le milieu des coxas postérieures ; le bord du métasternum avant les coxas postérieures légèrement anguleux vers le tiers interne. Coxas postérieures transverses, non très éloignées, touchant presque le bord latéral. Les quatre premiers segments de l'abdomen subégaux ; cependant la partie médiane du premier s'avance presque en carré entre les coxas postérieures ; en plus il est progressivement et légèrement plus long vers les côtés ; des soies raides assez denses sur les quatre premiers segments ; le 5e segment un peu plus long que l'antérieur, avec soies moins fortes et moins denses ; le 6e segment aussi long que l'antérieur

avec quelques soies au bord postérieur. Spinules (♂) subrectangulaires, l'extrémité irrégulièrement arrondie avec quelques soies. Fémurs claviformes, avec soies raides à partir de la massue : tibias allongés un peu grossis après le milieu où ils ont des soies assez denses et fines, sans éperons ; les tarses 1-4 progressivement et légèrement plus courts, le 5$^e$ deux fois plus long que le premier.

Un mâle que je recueillis à Buénos-Ayres le 29 mars 1907.

Suboval, liso y sin puntuación. Cabeza circular, los ojos poco prominentes, situados hacia los ángulos anteriores ; el clípeo transverso y rectilíneo delante, la frente con puntos esparcidos, de los que salen pelos escamosos, sobre todo hacia los ángulos látero-posteriores. Antenas no acodilladas; los artículos 1° y 2° subiguales, 3°-7° submoniliformes, el 8° una poco mayor que el 7° y ligeramente transverso, los 9° y 10 subiguales, obcónicos y transversos como el 8°; 11 cónico, un poco más grueso y dos veces más largo que el anterior. Protórax (comprendida la parte cefálica detrás del cuello) cónico, un poco más largo que ancho en la base, los lados ligeramente cóncavos antes de la base, ésta como dos veces mayor que la extremidad anterior, la superficie con puntos que llevan pelos bastante largos y escamosos en el dorso y más densos en los lados ; una muy ligera impresión transversa en los ángulos posteriores. Élitros más anchos en la base que el protórax, cada uno con una impresión en la base, lisos, con series de pelos relativamente largos y esparcidos. Por debajo, la cabeza, detrás del cuello, tiene una estriación fina y transversa ; coxas anteriores redondas, contiguas, un poco cónicas en la punta : cavidades cotiloideas abiertas detrás. Mesosterno con una carena mediana que sale del metasterno ; las coxas medianas subovales, las que no tocan el borde lateral. Metasterno grande con una muy fina pubescencia recostada, su borde posterior truncado en arco frente a la mitad de las coxas posteriores ; el borde del metasterno delante de las coxas posteriores anguloso hacia el tercio interno. Coxas posteriores transversas, no muy alejadas, tocando casi el borde lateral. Los cuatro primeros segmentos del abdomen subiguales : sin embargo, la parte mediana del primer segmento se adelanta casi en cuadrado entre las coxas posteriores ; además, es progresivamente más largo hacia los lados ; cerdas tiesas bastante densas sobre los cuatro primeros segmentos ; el 5° segmento un poco más largo que el anterior, con cerdas menos fuertes y menos densas : 6° segmento tan largo como el anterior, con algunas cerdas en el borde posterior. Espículas (♂) subrectangulares, su ex-

tremidad irregularmente redondeada, con algunos pelos. Fémures claviformes, con cerdas tiesas, a partir de la masa; tibias alargadas un poco engrosadas después del medio donde llevan pelos bastante densos y finos, sin espolones; los tarsos con los artículos 1° a 4° progresiva y ligeramente más cortos, el 5° dos veces más largo que el 1°.

Un macho que recogí en Buenos Aires el 29 de marzo de 1907.

## Fam. PHALACRIDAE

### **Phalacrus australis** Brèthes, n. sp.

*Obscure ferrugineus, ovalis, convexus, glaber, ore, antennis tarsisque testaceis. Long. : 1,50 mm. Lat. : 0.80 mm.*

La tête est lisse, sa ponctuation très fine et éparse. Antennes situées sous une petite crête antéoculaire, assez robustes, longues comme la largeur de la tête, les deux premiers articles à peu près aussi longs, mais le premier un peu plus gros, le 3e presque aussi long que le deuxième, mais plus mince, les 4e-8e égaux en longueur et grossissant légèrement vers le dernier; la massue aussi longue que le funicule, les deux premiers articles subégaux, le dernier ovale, plus grand que l'antérieur. Yeux à facettes grandes. Thorax de forme ordinaire, transverse, lisse, la ponctuation très fine et éparse comme sur la tête. Ecusson petit, deux fois plus large que long, son bord postérieur en angle obtus très ouvert. Élytres deux fois et demie plus longues que le thorax, le plus larges vers le tiers antérieur, puis décroissant vers l'extrémité où elles paraissent légèrement tronquées, recouvrant l'abdomen; la surface avec des stries assez marquées de points peu enfoncés avec chacun un poil couché court; de plus cette surface présente une très fine réticulation transverse. Processus prosternal atteignant le bord

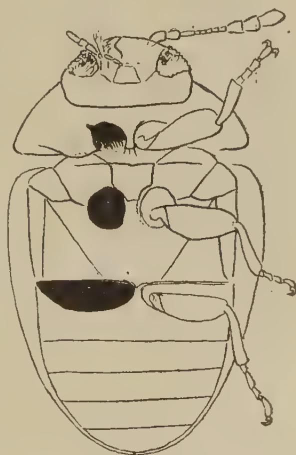


Fig. 2. — *Phalacrus australis*, visto por debajo, aumentado unos 36 diámetros.

postérieur des coxas, avec trois soies à son extrémité qui est un peu évasée. Métasternum s'avançant entre les hanches médianes jusqu'un peu avant leur milieu, ce processus un peu plus long que large, subrectangulaire. Une ligne oblique métasternale qui va de l'angle antérieur de l'épimère métathoracique et qui vient toucher presque les coxas postérieures en face des coxas médianes. Les segments de l'abdomen subégaux, le premier segment avec soies courtes et raides au milieu, les 2^e^-4^e^ avec des soies égales mais qui s'étendent plus latéralement au bord postérieur des segments ; le 5^e^ avec soies sur toute sa surface. Fémurs robustes, les tibias avec soies raides, les soies terminales cachant les éperons qui sont peu développés. Le premier article des tarses postérieurs court et tronqué obliquement à son extrémité, le 2^e^ deux fois plus long, le 3^e^ à peine plus long que le premier, le 4^e^ petit et le 5^e^ gonflé. Ongles appendiculés à la base.

Je chassai cette espèce à Luján (prov. de Buénos-Ayres) le 9 janvier 1905.

La cabeza es lisa, su puntuación muy fina y esparcida. Antenas insertas debajo de una pequeña cresta anteocular, bastante robustas, largas como el ancho de la cabeza, los dos primeros artículos más o menos de igual largo, pero el primero un poco más grueso, el tercero casi tan largo como el segundo, pero más delgado, los 4-8 iguales en largo, pero paulatinamente más transversos hacia el último ; la maza tan larga como el funículo, los dos primeros artículos subiguales, el último oval, mayor que el anterior. Ojos con facetas grandes. Tórax de forma ordinaria, transverso, liso, la puntuación muy fina y esparcida como en la cabeza. Escudete pequeño, dos veces más ancho que largo, su borde posterior en ángulo obtuso muy abierto. Élitros dos veces y media más largos que el tórax, lo más anchos hacia el tercio anterior, luego decreciendo hacia la extremidad, donde parecen truncados, cubriendo el abdomen ; la superficie con estrías bastante marcadas por puntos poco hundidos, con cada uno un pelo recostado y corto ; además, esa superficie tiene una muy fina reticulación transversa. Proceso prosternal alcanzando el borde posterior de las coxas, con tres cerdas en su extremidad que se halla un poco recortada. Metasterno adelantando entre las coxas medianas hasta un poco antes de su medio, ese proceso un poco más largo que ancho, subrectangular. Una línea oblicua metasternal que va del ángulo anterior de la epímera metatorácica y que viene a tocar casi las coxas posteriores

frente a las coxas medianas. Los segmentos del abdomen subiguales, el primer segmento con cerdas cortas y tiesas en el medio, los 2°-4° con cerdas iguales, pero que se extienden más lateralmente en el borde posterior de los segmentos; el 5° segmento con cerdas en toda su superficie. Fémures robustos, las tibias con cerdas tiesas, las terminales escondiendo los espolones que son poco desarrollados. El primer artículo de los tarsos posteriores corto y truncado oblicuamente en su extremidad, el 2° dos veces más largo, el 3° hinchado. Uñas apendiculadas en la base.

Recogí esta especie en Luján (prov. de Buenos Aires), el 9 de enero de 1905.

## Fam. CORYLOPHIDAE

### **Arthrolips semilunaris** Brèthes, n. sp.

*Piceo-niger, antennis pedibusque ferrugineis, margine antico prothoracis subtestaceo, in medio tantum angustiore. Long.: 1 mm. Lat.: 0,56 mm.*

Ovale, assez large, noir, convexe, lisse, à ponctuation fine, assez distante avec poils couchés gris. Pronotum presque semicirculaire, un peu avancé en ogive en avant, cachant la tête, les angles postérieurs droits, le bord postérieur légèrement avancé en arrière au milieu en un arc très ample. Ecusson petit, semicirculaire. Élytres très légèrement plus larges que le pronotum, noires, leur bord apical insensiblement plus clair, avec un chagriné microscopique, la ponctuation non dense et avec un poil gris couché à chaque point, l'extrémité un peu arrondie vers la suture, deux fois plus longues que le prothorax.

Je recueillis plusieurs fois cette espèce des habitacles d'*Oeceticus Kirbyi,* var. *platensis* Berg.

Oval, bastante ancho, negro, convexo, liso, con puntuación fina bastante distante y con pelos recostados grises. Pronoto casi semicircular, un poco adelantado hacia adelante en forma ogival, cubriendo la cabeza, los ángulos posteriores rectos, el borde posterior ligeramente adelantado hacia atrás en el medio en un arco amplio. Escudete pequeño, semicircular. Élitros muy ligeramente más anchos que el pronoto, negros, su borde apical insensiblemente más claro, con un cha-

grinado microscópico, la puntuación no densa y con un pelo gris recostado en cada punto, la extremidad un poco redondeada hacia la sutura, dos veces más largos que el protórax.

Recogí varias veces esta especie en habitáculos de *Oeceticus Kirbyi*, var. *platensis* Berg.

### **Rhypobius punctum** Brèthes, n. sp.

*Niger, prothorace obscure ferrugineo, elytris nigris apicem versus gradatim tantum piceis, pedibus antennisque testaceis. Long. : 1 mm. Lat. : 0,66 mm.*

La base du prothorax est largement bisinuée avec une impression très légère prébasale sur toute sa largeur, la microréticulation presque chagrinée, assez faible, les élytres paraissant avoir de tout petits points enfoncés pilifères.



Fig. 3. — Pata anterior y antena de *Rhypobius punctum*, aumentadas.

Dans un bolet; La Plata, 21, VIII, 1922.

La base del protórax es anchamente bisinuada con una impresión prebasal en todo su ancho, la microrreticulación casi chagrinada, bastante débil, los élitros pareciendo tener muy pequeños puntitos hundidos y pilíferos.

En un hongo; La Plata, 21, VIII, 1922.

### **Corylophodes nanus** Brèthes, n. sp.

*Obscure castaneus, antennis pedibusque ferrugineis, margine pronoti pellucido. Long. : 1,20 mm. Lat. : 0,95 mm.*

Convexe, presque hemisphérique, très peu allongé, le bord blanc du pronotum uniformément large et assez mince, ce bord peu développé en avant. Le bord postérieur du pronotum largement avancé en arc vers l'écusson et finement marginé; sa ponctuation assez éparse et peu profonde; l'écusson en triangle transverse, son bord postérieur arqué. Èlytres à pontuation éparse et superficielle.

Je recueillis cette espèce aux îles du Tigre (prov. de Buénos-Aires) le 25 janvier 1908.

Convexo, casi hemisférico, muy poco alargado, el borde blanco del pronoto uniformemente ancho y bastante delgado, ese borde poco desarrollado adelante; el borde posterior del pronoto anchamente avanzado en arco hacia el escudete y finamente marginado; su puntuación bastante esparcida y poco profunda; el escudete en triángulo transverso, su borde posterior arqueado. Élitros con puntuación esparcida y superficial.

Recogí esta especie en las islas del Tigre (prov. de Buenos Aires), el 25 de enero de 1908.



Fig. 4. — *Corylophodes nanus*, visto por debajo, aumentado unos 28 diámetros.

**Orthoperus platensis** Brèthes, n. sp.

*Niger, articulis 2 primis antennarum tantum dilutioribus. Long. : 0,90 mm. Lat. : 0,50 mm.*

Oblong, convexe, lisse, noir, les deux premiers articles des antennes un peu clairs. Imponctué. Tête petite, yeux peu proéminents. Pronotum transverse le plus large à la base, se rétrécissant graduellement vers l'avant, le bord basal à peine avancé vers l'écusson. Élytres plus larges vers leur milieu que le pronotum à sa base, uniformément arrondies vers l'extrémité. Antennes à premier article gros allongé, géniculé à la base, le deuxième subcylindrique, presque aussi long que le premier, le 3e trapézoïde, petit, le 4e carré plus petit que le 3e, le 5e presque deux fois plus long que large, le 6e petit trapézoïdal, les 7-9 formant la massue, gros, renflés à leur côté externe où ils offrent un appendice en fer à cheval.



Fig. 5. — Antena de *Orthoperus platensis*, aumentada unos 220 diámetros

Je chassai cette espèce à Buénos-Ayres, en septembre 1919.

Oblongo, convexo, liso, negro, los dos primeros artículos de las antenas un poco más claros. Cabeza pequeña, ojos poco prominentes. Pronoto transverso, lo más ancho en la base, angostándose gradualmente hacia adelante, el borde basal apenas ade-

lantado hacia el escudete. Élitros más anchos hacia el medio, más que el pronoto en la base, luego uniformemente redondeados hacia la extremidad. Antenas con su primer artículo grueso alargado, acodillado en la base, el segundo subcilíndrico casi tan largo como el primero, el 3° trapezoide pequeño, el 4° cuadrado, menor que el 3°, el 5° casi dos veces más largo que ancho, el 6° pequeño trapezoidal, los 7-9 formando la maza, gruesos, hinchados en su lado externo donde llevan un apéndice en forma de herradura.

Cacé esta especie en Buenos Aires, en septiembre de 1919.

### **Molamba orbicularis** Brèthes, n. sp.

*Suborbicularis, supra paulum convexa, pronoto margine anteriore subpellucido, margine posteriore pronoti et elytris dimidio posteriore obscure testaceis, supra e pilis reclinatis obtecta; antennis pedibusque et segmentis abdominis plus minus distincte testaceis. Lon.: 1,50 mm. Lat.: 0,90 mm.*

Les antennes atteignent à peine le bord postérieur du prosternum, les deux premiers articles grands, le 1^er^ plus gros, le 3^e^ petit, plus long que large, les 4-6 petits, transversaux, ainsi que le 8^e^, le 7^e^ un peu plus grand, transverse, les 9-11 formant massue, subégaux, un peu plus développés au côté externe. Pronotum de forme parabolique, peu convexe, plus large à la base que long, le bord basal largement arqué vers les élytres, avec poils assez denses, mais un peu plus épars et plus courts vers l'avant. Élytres aussi larges que le pronotum à la base, puis s'élargissant peu vers l'arrière où ils sont subtronqués laissant un peu le pygidium à découvert; la surface lisse, ponctuée. les poils assez denses, couchés. Coxas antérieures arrondies, subcontiguës, le processus prosternal mince entre elles et s'élargissant brusquement en arrière, les cavités cotyloïdes fermées. Coxas médianes distantes, rondes, le méso- et le métasternum séparés par une ligne droite; méso- et métasternum avec poils courts non denses et irréguliers. Coxas postérieures deux fois plus distantes entre elles que les médianes. Abdomen de six segments, le premier un peu plus long que les deux suivants réunis; tous les segments avec poils plus forts que ceux du métasternum. Tarses à article 1^er^ allongé, le 2^e^ court, le 3^e^ plus petit, le 4^e^ presque aussi long que le 1^er^.

Je recueillis cette espèce à Buénos-Ayres en novembre 1919.

Las antenas alcanzan apenas el borde posterior del prosterno, los dos primeros artículos grandes, el 1° mayor, el 3° pequeño, más largo que ancho, los 4-6 pequeños, transversales, así como el 8°, el 7° un poco mayor, transverso, los 9-11 formando maza, subiguales, un poco más desarrollados del lado externo. Pronoto en forma parabólica, poco convexo, más ancho en la base que largo, el borde basal anchamente arqueado hacia los élitros, con pelos bastante densos, pero un poco más esparcidos y más cortos hacia adelante. Élitros tan anchos como el pronoto en la base, luego ensanchándose poco hacia atrás donde están subtruncados dejando un poco el pigidio en descubierto; la superficie lisa, puntuada, los pelos bastante densos, inclinados. Coxas anteriores redondas, subcontiguas, el proceso prosternal angosto entre ellas y ensanchándose bruscamente atrás, las cavidades cotiloideas cerradas. Coxas medianas distantes, redondas, los meso- y metasterno separados por una línea recta; meso- y metasterno con pelos cortos no densos e irregulares. Coxas posteriores dos veces más distantes entre sí que las medianas. Abdomen de seis segmentos, el primero un poco más largo que los dos siguientes juntos; todos los segmentos con pelos más fuertes que los del metasterno. Tarsos con el artículo 1° alargado, el 2° corto, el 3° menor, el 4° casi tan largo como el 1°.

Recogí esta especie en Buenos Aires, en noviembre de 1919.

## Fam. COLYDIDAE

### **Cerylon argentinum** Brèthes, n. sp.

*Depressum, breve, castaneum, nitens, elytris seriebus punctorum ornatis. Long.: 1,50 mm. Lat.: 0,70 mm.*

Un peu plus grand que le *C. laterale* Gr. Le troisième article des antennes est manifestement deux fois plus long qu'épais. La tête est éparsément ponctuée ainsi que le pronotum, les espaces avec une fine striation transverse, le pronotum comme une fois et demie plus large que long, rétréci peu à peu vers le sommet, la base marginée. Ecusson transverse, lisse, avec une très fine striation transverse. Élytres parallèles, comme une fois et demie plus longues que larges ensemble avec six séries de points enfoncés qui deviennent moins sensibles vers l'extrémité.

Je recueillis cette espèce à Buénos-Ayres le 20 décembre 1921.

Un poco mayor que el *C. laterale* Gr. El tercer artículo de las antenas es manifiestamente dos veces más largo que ancho. La cabeza tiene una puntuación esparcida así como el pronoto, los espacios con una fina estriación transversa, el pronoto como una vez y media más ancho que largo, poco a poco angostándose hacia la extremidad, la base marginada. Escudete transverso, liso, con una muy fina estriación transversa. Élitros paralelos, como una vez y media más largos que anchos juntos y con seis series de puntos hundidos que se vuelven menos sensibles hacia la extremidad.

Recogí esta especie en Buenos Aires, el 20 de diciembre de 1921.

## Fam. CUCUJIDAE

### **SILVANOSOMA** Brèthes, n. gen.

*A Silvaninae pertinet. Elongatum, sat depressum, parallelum. Caput horizontale, subquadratum. Antennae decem-articulatae, clava biarticulata. Oculi modice prominentes, grosse granulati. Elytra parallela. Acetabula antica postice clausa, acetabula media rotundata, cum epimera late connexa, acetabula postica transversa. Abdomen e segmentis 5 compositum, 1° 5° que subaequelongis. 1° e lineis 2 oblicuis ornato, tarsis 5-articulatis, 3 primis subaequalibus, subtus sat longe pilosis. 4° minuto. 5° pecedentibus aequelongo.*

### **Silvanosoma striatum** Brèthes, n. sp.

*Castaneum, breve sat sparce griseo-pilosum. Long. : 2 mm.*

La tête est subcarrée, un peu atténuée en avant, les yeux moyennement saillants, les mandibules assez visibles en avant. Une légère impression près de l'insertion des antennes; la surface de la tête avec gros points assez épars et peu profonds, chacun avec un poil court; ces points ne sont pas parfaitement ombiliqués; les espaces très finement chagrinés, la partie avancée en devant des impressions antennaires non ou très peu ponctuée et seulement avec le chagriné. Antennes situées sous une petite crête du bord de la tête, le premier article gros, le 2e un peu moindre, les 3-8 petits, le dernier commençant très légèrement la massue qui est formée des articles 9e et 10e; le

9e assez transverse, le 10e ovoïde, court, à peu près aussi long que large à la base. Les yeux assez saillants avec grosses granulations, distants de la partie postérieure de la tête comme de la moitié de leur diamètre. Prothorax carré, insensiblement rétréci vers l'arrière, ses bords latéraux avec des ondulations à peine sensibles; surface transversalement convexe, lisse, avec ponctuation grosse comme à la tête mais un peu plus éparse et avec une région médiane imponctuée; les espaces trés légèrement chagrinés. Ecusson petit, carré, chagriné. Élytres parallèles, de la largeur du thorax et deux fois plus longues, subtronquées à l'extrémité, l'angle sutural droit, la surface lisse, avec 8 stries de points assez peu enfoncés et avec un petit poil chacun, les intervalles finement chagrinés et plans. Le dessous de la tête fortement ponctué comme dessus; le prosternum avec environ 7 stries grandes et transverses avant les coxas, le processus prosternal plan jusqu'au bord postérieur du prothorax, un peu relevé au milieu et sur ses côtés. Métasternum lisse, très finement chagriné et avec gros points épars qui portent un poil; une légère impression médiane longitudinale. Abdomen à segments 1er et 5e grands, égaux entre eux, chacun aussi grand que les trois médians réunis; premier segment lisse, très peu ponctué, avec une quille qui sort du côté interne de chaque coxa pour atteindre presque le bord postérieur; les segments 2-4 avec une ligne transverse de gros points, le 5e segment avec gros points pilifères sur toute leur surface. Pattes courtes, fémurs antérieurs en massue, tibias tronqués à l'extrémité et avec un éperon assez petit; les tarses à articles 1-3 subégaux, en dessous avec poils assez longs, article 4e très court, le 5e plus long que tous les autres réunis; ongles simples.

J'obtins cette espèce à Buénos-Ayres, le 6 juillet 1908.

La cabeza es subcuadrada, un poco más angosta hacia adelante, los ojos moderadamente salientes, las mandíbulas bastante visibles adelante. Una ligera impresión cerca de la inserción de las antenas; la superficie de la cabeza con puntos gruesos bastante esparcidos y poco profundos, cada uno con un pelo corto: esos puntos no pueden llamarse perfectamente umbilicados; los espacios muy finamente chagrinados, la parte adelantada a las impresiones antenales no o muy poco puntuada y tan sólo con el chagrinado. Antenas situadas debajo de una pequeña cresta de la cabeza, el 1er artículo grueso, el 2° un poco menor, los 3-8 pequeños, el último empezando muy ligeramente la maza que está formada por los artículos 9° y 10°, aquél bastante

transverso, el 10 ovoide, corto, tan largo como ancho en su base. Los ojos bastante salientes y con fuertes granulaciones, distantes de la parte posterior de la cabeza como de la mitad de su diámetro. Protórax cuadrado, insensiblemente angostado hacia atrás, sus bordes laterales con undulaciones apenas sensibles; superficie convexa transversalmente, lisa, con puntuación gruesa como en la cabeza, pero un poco más esparcida y con una región mediana sin puntos; los espacios muy ligeramente chagrinados. Escudete pequeño, cuadrado, chagrinado. Élitros paralelos, del ancho del tórax y dos veces más largos, subtruncados en la extremidad, el ángulo sutural recto, la superficie lisa, con seis estrías de puntos bastante poco hundidos y pilíferos, los intervalos finamente chagrinados y planos. Por debajo la cabeza es fuertemente puntuada como arriba, el prosterno con unas siete estrías grandes y transversales delante de las coxas, el proceso prosternal plano hasta el borde posterior del protórax, apenas levantado en el medio y en los lados. Metasterno liso, muy finamente chagrinado y con gruesos puntos esparcidos pilíferos; una ligera impresión mediana longitudinal. Abdomen con los segmentos 1° y 5° grandes, iguales entre sí, cada uno tan largo como los tres medianos reunidos; 1^er^ segmento liso, muy poco puntuado, con una quilla que sale del lado interno de cada coxa para alcanzar casi el borde posterior; los segmentos 2-4 con una línea transversa de puntos gruesos, el 5° segmento con gruesos puntos pilíferos en toda su superficie. Patas cortas, fémures anteriores en maza, tibias truncadas en la extremidad y con un espolón bastante pequeño; los tarsos con los artículos 1-3 subiguales, con pelos bastante largos por debajo: artículo 4° muy corto, el 5° más largo que todos los otros reunidos; uñas simples.

Obtuve esta especie en Buenos Aires, el 6 de julio de 1908.

### **Silvanophloeus aemulus** Brèthes, n. sp.

*Ferrugineus, planus, nitidus, parce breveque pilosus. Long.: 1,50. Lat.: 0.70 mm.*

D'après les tables de Grouvelle, voisin de *S. capito* (Gr.). Mandibules tridentées à l'extrémité; 3^e^ article des palpes labiaux ovale; dernier des maxillaires subcylindrique; antennes assez longues, atteignant la base des élytres, le premier article un peu plus gros et plus renflé que le 2^e^; celui-ci à peine plus gros et plus long que le 3^e^; celui-ci et les suivants subégaux: cependant le 8^e^ est insensiblement

moindre que les voisins, et les 9-11 ne formant pas proprement massue, étant insensiblement plus grands que les antérieurs. Cavités cotyloïdes antérieures fermées. Labre subcarré, très finement chagriné; les yeux gros, éloignés du prothorax d'une distance presque égale à leur diamètre; une crête qui court au-dessus de chaque œil et s'infléchit en avant au-dessus des antennes pour arriver à l'épistome qui n'est pas séparé du front. Celui-ci lisse avec points enfoncés et irréguliers, épars et pilifères. Pronotum aussi long que large, aussi large à la base que la base de la tête, un peu plus large en avant, les bords arqués lui donnant un peu l'apparence cordiforme; une crête parallèle avec le bord qui fait suite à la crête céphalique; les bords très légèrement (sous le microscope) serrulés; surface lisse avec points pilifères irréguliers. Ecusson semicirculaire. Élytres de la largeur du thorax, parallèles, deux fois et demie plus longues que le thorax, leur dessus avec quatre carinules longitudinales marquées, la suturale un peu plus que les autres; ces carinules s'effacent à la déclivité. Entre ces carinules des files de points enfoncés pilifères.

J'obtins cette espèce à Buénos-Ayres, le 20 décembre 1921.

Vecino de *S. capito* (Gr.), según las tablas de ese autor. Mandíbulas tridentadas en la extremidad; tercer artículo de los palpos labiales oval; último de los maxilares subcilíndrico; antenas bastante largas alcanzando la base de los élitros; el primer artículo un poco más grande que el 2°; éste apenas más grueso y largo que el 3°; éste y los siguientes subiguales; sin embargo, el 8° es insensiblemente menor que los vecinos, y los 9-11 no formando propiamente maza siendo insensiblemente mayores que los anteriores. Cavidades cotiloideas anteriores, cerradas. Labro subcuadrado, muy finamente chagrinado; los ojos gruesos alejados del protórax en una distancia casi igual a su diámetro; una cresta que corre casi encima de cada ojo para arquearse arriba de las antenas y llegar al epistoma el que no está separado de la frente. Ésta lisa, con puntos hundidos e irregulares, esparcidos y milíferos. Pronoto tan largo como ancho, tan ancho en la base como la base de la cabeza, un poco más ancho adelante, los bordes arqueados, dándole un poco la apariencia cordiforme; una cresta paralela con el borde correspondiendo a la cresta cefálica; los bordes muy ligeramente (bajo el microscopio) aserrados; superficie lisa con puntos milíferos irregulares. Escudete semicircular. Élitros del ancho del tórax, paralelos, dos veces y media más largos que el tórax, cada uno con cuatro carínulas longitudinales, la sutural

poco mayor que las otras; esas carínulas borrándose en la parte declive. Entre esas carínulas, hileras de puntos hundidos pilíferos,

Obtuve esta especie en Buenos Aires, el 20 de diciembre de 1921.

## Fam. CRYPTOPHAGIDAE

### **Agathengis argentina** Brèthes, n. sp.

*Elongata, parallela, vix picea, capite, thorace, antennis et pedibus plus minus obscure ferrugineis, uniformiter breve haud dense pilosella. Long.: 2 mm. Lat.: 0,80 mm.*

Oblong, allongé, subparallèle, moyennement convexe, le tête subcarrée, les yeux latéro-antérieurs, les antennes éloignées entre elles à la base un peu plus qu'elles ne le sont des yeux, le front un peu avancé en ogive entre leur base. Le premier article presque gros comme ceux de la massue, à peine géniculé à la base, le 2e un peu plus long que large, moins gros que le premier, le 3e aussi long que le 2e, mais plus mince, le 4e subcarré, le 5e aussi long et égal au 3e, le 6e égal au 4e, le 7e aussi long et un peu plus large que le 5e, le 8e à peine plus grand que le 6e, les 9-11 formant massue, subégaux entre eux. Palpes maxillaires de 4 articles, le 2e le plus gros, les 3e et 4e petits; les labiaux de 3 articles, le 2 le plus gros. Front avec points pilifères non denses. Prothorax légèrement transverse, la base un peu arquée en arrière, les bords latéraux parallèles jusqu'après la moitié, puis un peu rétrécis vers l'avant de manière que la base antérieure est comme les 2/3 de la postérieure: surface un peu voûtée dans le sens transversal avec points pilifères non denses. Une impression basale postérieure. Bords latéraux finement marginés. Ecusson petit un peu transverse. Élytres de la largeur du thorax à la base et deux fois et demie plus longues, rétrécies vers l'extrémité à partir du tiers postérieur, la surface avec points pilifères non sériés et non denses. Prosternum avec points pilifères non denses, le processus subrectangulaire, aussi large que les cavités cotyloïdes voisines qui sont subcarrées et bien ouvertes en arrière; le processus ne dépassant pas les coxas et légèrement incisé à son extrémité. Mésosternum s'arrêtant en ligne droite presque au bord postérieur des coxas médianes. Métasternum simple, une ligne médiane longitudinale en sa moitié postérieure, ponctué-pilifère. Abdomen à premier

segment un peu plus grand, tous les segments ponctués-pilifères. Trochanters plus longs que larges, fémurs un peu grossis au milieu, tibias un peu arqués, articles tarsaux simples, les articles 1-3 subégaux, 4 de moitié plus petit que 3; le 5 aussi long que 1 et 2 réunis. Ongles simples.

Je chassai cette espèce à Buénos-Ayres, à le 6 mai 1912.

Oblongo, alargado, moderamente convexo, la cabeza subcuadrada, los ojos látero-anteriores, las antenas alejadas entre sí un poco más de lo que están con los ojos, la frente un poco adelantada en forma ogival en su base. El primer artículo casi tan grueso como los de la maza, el 2° un poco más largo que ancho, menos grueso que el 1°, el 3° tan largo como el 2° pero más delgado, el 4° subcuadrado, el 5° tan largo e igual como el 3°, apenas mayor que el 6°, el 7° tan largo y un poco más ancho que el 5°, el 8° apenas mayor que el 6°, los 9-11 formando maza, subiguales entre sí. Palpos maxilares de 4 artículos, el 2° el más grueso, los 3° y 4° pequeños; los labiales de 3 artículos, el 2° el más grueso. Frente con puntos pilíferos no densos. Protórax ligeramente transverso, la base un poco arqueada hacia atrás, los bordes laterales paralelos hasta después de la mitad, luego un poco angostados hacia adelante de modo que el borde anterior es como los 2/3 del borde posterior; superficie un poco abovedada en el sentido transversal con puntos pilíferos no densos. Una impresión basal posterior. Bordes laterales finamente marginados. Escudete pequeño, un poco transverso. Élitros del ancho del tórax en la base y dos veces y media más largos, estrechados hacia la extremidad a partir del tercio posterior; la superficie con puntos pilíferos ni en serie ni densos. Prosterno con pelos pilíferos no densos, el proceso subrectangular tan ancho como las cavidades cotiloideas vecinas que son subcuadradas y bien abiertas atrás; el proceso no pasa más allá de las coxas y es un poco emarginado en su extremidad. Mesosterno cortado el línea recta casi al borde posterior de las coxas medianas. Metasterno simple, una línea mediana longitudinal en su mitad posterior, puntuado-pilífero. Abdomen con el primer segmento un poco mayor que los demás, todos los segmentos puntuado-pilíferos. Trocánteres más largos que anchos, fémures un poco engrosados en el medio, tibias un poco arqueadas, artículos tarsales simples, los 1-3 subiguales, el 4° como la mitad del 3°, el 5° tan largo como 1° y 2° juntos. Uñas simples.

Recogí esta especie en Buenos Aires, el 6 de mayo de 1912.

**Tilargus tetraspilotus** (Lec.) Cas.

= *Litargus tetraspilotus* Bruch, *Cat. Col. Rep. Arg.* in *Rev. Mus. La Plata,* XIX, p. 329, 1914.

**Litargus nitidus** Brèthes, n. sp.

*Piceus, antennis pedibusque testaceis. Long.: 1,60 mm. Lat.: 0,85 mm.*

Uniformément d'un noir de poix, ovale, peu convexe, non pubescent, la tête est engagée dans le prothorax jusqu'aux yeux; ceux-ci à facettes grandes. Les antennes situées en avant des yeux, sous une légère carène du front; elles atteignent à peu près le bord postérieur du prothorax. Le premier article est gros, le 2e un peu moindre, plus cylindrique, le 3e plus étroit, deux fois plus long que large, 4-8 progressivement plus courts et plus transverses, la massue un peu lâche, les premier et second articles subégaux, obconiques, le dernier un peu plus gros, ovoïde. Les palpes ont le dernier article ovale allongé. La tête est lisse, l'épistome sur un plan vertical, mais non séparé du front par une suture. La surface est lisse, avec un chagriné transverse très fin, et un pointillé très fin et épars. Le pronotum est trapézoïde, presque deux fois plus large à la base que long, le bord antérieur droit, le postérieur un peu avancé en arrière au milieu, les latéraux un peu arqués, la surface lisse et, comme la tête, avec une striation fine et un pointillé très fin épars. Les élytres continuent le contour du pronotum, arrondies ensemble à l'extrémité, presque trois fois plus longues que le pronotum, la surface avec 9 séries de points assez enfoncés, les intervalles plans et avec un fin chagrine qui les fait ressortir légèrement moins luisantes que le thorax et la tête. Les coxas antérieures subcontiguës, et séparées par le processus prosternal qui ne dépasse pas leur bord postérieur, les cavités cotyloïdes ouvertes en arrière. Coxas médianes rondes, légèrement plus séparées que les antérieures; coxas postérieures transverses; fémurs simples, peu gros, tibias légèrement élargis vers l'extrémité, les antérieurs avec trois éperons assez petits, les moyens sans éperons, les postérieurs avec deux éperons, l'interne légèrement plus grand; tarses de 4 articles, les trois premiers avec poils en dessous. Abdomen à 5 segments subégaux, le premier un peu plus grand; des poils épars sur leur surface.

Je recueillis cette espèce aux îles du Tigre (prov. de Buénos-Ayres), le 25 janvier 1908.

De un negro de pez uniforme, oval, poco convexo, sin pubescencia, la cabeza está hundida en el tórax hasta los ojos; éstos con facetas grandes. Las antenas están situadas delante de los ojos, debajo de una ligera cresta de la frente y alcanzan a más o menos el borde posterior del protórax. El primer artículo es grueso, el 2° un poco menor, más cilíndrico, el 3° más angosto, dos veces más largo que ancho, 4-8 progresivamente más cortos y más transversos, la maza un poco abierta, el primer y segundo artículo subiguales, obcónicos, el último un poco mayor, ovoideo. Los palpos tienen el último artículo oval alargado. La cabeza es lisa, el epistoma en un plano vertical, pero no separado de la frente por una sutura. La superficie es lisa, con un chagrinado transverso muy fino y un punteado muy fino y esparcido. El pronoto es trapezoidal, casi dos veces más ancho en la base que largo, el borde anterior recto, el posterior un poco arqueado hacia atrás en el medio, los laterales un poco arqueados, la superficie lisa y, como la cabeza, con una estriación fina y un punteado muy fino y esparcido. Los élitros continúan el contorno del pronoto, redondeados juntos en la extremidad, casi tres veces más largos que el pronoto, la superficie con 9 series de puntos bastante hundidos, los intervalos planos y con un fino chagrinado que les da un aspecto un tanto más opaco que en la cabeza y el tórax. Las coxas anteriores subcontiguas, separadas por el proceso prosternal que no va más allá del borde posterior, las cavidades cotiloideas abiertas atrás. Coxas medianas redondas, ligeramente más distantes que las anteriores, coxas posteriores transversas; fémures simples, poco engrosados, tibias ligeramente ensanchadas hacia la extremidad, las anteriores con tres espolones bastante pequeños, las medianas sin ellos, y las posteriores con dos, el interno un poco mayor. Tarsos de 4 artículos, los tres primeros con pelos por debajo. Abdomen con 5 segmentos subiguales, el primero un poco mayor; hay pelos esparcidos en su superficie.



Fig. 6. — *Litargus nitidus*, visto por debajo, aumentado 30 diámetros.

Recogí esta especie en las islas del Tigre (prov. de Buenos Aires), el 25 de enero de 1908.

### THEMEPHISUS Brèthes, n. gen.

*Ad* Ephistemum *proximus. Corpus breve ovatum, forte convexum, glabrum. Antennae sub crista laterali et ante oculos insertae. Oculi grosse granulati. Palpi maxillares quam labiales majores. Pronotum transversum, basi latius, rectum, haud foveolatum. Scutellum triangulare. Elytra convexa, apice conjunctim rotundata. Trochanteres apice oblique truncati, haud majores. Coxae anticae rotundatae, haud prominentes, a processu prosternali sat anguste separatae, hoc processu postice truncato, acetabula antica occlusa. Coxae mediae modice separatae, rotundatae, ab epimera mesosternali separatae, coxae posticae haud proprie contiguae, transversales, metasterno inter coxas medias producto, antice subquadrato, hoc modo mesosterno antice in medio lineari. Abdomen e segmentis 5 subaequalibus compositum, segmento 1° in medio basi acute producto, femoribus modice incrassatis, tibiis normalibus, subaequalibus, tarsis pentameris, subtus modice pilosis, haud laminatis, nec cordatis, articulo 4° minuto.*

Este nuevo género recuerda los *Ephistemus*, pero su organización lo separa completamente de ese grupo para darle cabida entre los *Setariini*, donde representa una forma distinta.

### Temephisus nitidus Brèthes, n. sp.

*Piceo-niger, nitidus, convexus, glaber, antennis tarsisque ferrugineis. Long. : 1,50 mm.*

Ovale, convexe, lisse, luisant, d'un noir de poix, les antennes et les tarses ferrugineux. Surface imponctuée, toute entière constituée par une striation transverse à peine visible au microscope. Les bords latéraux du prothorax concourant avec les élytres à donner au corps une forme subhémisphérique ; les élytres un peu plus de deux fois plus longues que le prothorax, et à peu près aussi longues que larges ensemble. Les antennes son en grande partie brisées.

Un exemplaire que je recueillis aux îles du Tigre (prov. de Buénos Ayres), en février 1908.

Oval, convexo, liso, luciente, de un negro de pez, las antenas y los tarsos ferrugíneos. Superficie sin puntuación, enteramente constituida por una estriación transversa apenas visible con el microscopio. Los bordes laterales del protórax concurriendo con los élitros para dar al cuerpo una forma subhemisférica; los élitros un poco más de dos veces más largos que el protórax, y más o menos tan largos como anchos juntos. Las antenas están en gran parte destruídas.

Un ejemplar que recogí en las islas del Tigre (prov. de Buenos Aires), en febrero de 1908.

## **ARAEOSTENUS** Brèthes, n. gen.

*Minutus, elongatus, subparallelus, pilosellus, capite horizontali, antice verticali, elytris apice tantum dehiscentibus. Labro late exserto, epistomate antice a fronte per lituram late apertam modiceque elevatam separato, antennis in fossulis frontalibus insertis, inter se quam ab oculis aeque distantibus, elongatis, haud clavatis, articulis cylindricis. Oculi rotundati, laterales, modice grosse granulati. Pronotum capite tantum latius, transverso-quadratum, marginibus lateralibus acutis, basi transverse impressum. Scutellum triangulare, normale. Elytra thorace tantum latiora, parallela, apice paulum dehiscentia. Coxae anticae rotundatae, modice distantes, acetabulis pene appertis; coxae mediae paulum distantiores, tantulum ellipticae, epimeris cum acetabulis contiguis. Coxae posticae mediae tantum magis approximatae, transrersae. Femores postici extus incrassati. Tarsi 4-articulati, articulis 1-2 subtus pilosis, 4° angustiore, unguibus simplicibus. Abdomen e segm. 5 compositum, segmentis 1°5° que ceteris duplo majoribus.*

La place systématique de ce nouveau genre me résulte assez obscure. L'exemplaire que j'étudie me paraît être un mâle par les deux incisions de l'extrémité du cinquième segment ventral de l'abdomen. Ce mâle étant tétramère, la femelle sera-t-elle aussi tétramère, ou pentamère? Les antennes de la femelle seront-elles conformes à celles du mâle? Après avoir passé en revue les familles plus ou moins rationnelles que l'on a établies dans les Clavicornes ainsi que les Endomychiens, je m'arrête à la famille des *Cryptophagidae* par l'insertion bien distincte des antennes, etc.; il n'y peut cependant pas entrer dans les *Atomariinae*, car les cavités cotyloïdes antérieures ne sont pas largement ouvertes en arrière, les tarses ne sont pas simples et filiformes.

La colocación sistemática de este nuevo género me resulta bastante obscura. El ejemplar que estudio parece ser un macho por las dos incisiones de la extremidad del 5° segmento ventral del abdomen. Siendo tetrámero, ¿ la hembra será también tetrámera o pentámera ? ¿ Las antenas de la hembra serán conformes con las del macho ? Después de haberlo comparado con las familias más o menos racionales que se han establecido entre los Clavicornios, así como con los Endomíquidos, creo más acertada la familia *Crytophagidae*, por la inserción bien distinta de las antenas, etc., no pudiendo, con todo, entrar entre los *Atomariinae*, pues las cavidades cotiloideas anteriores no son anchamente abiertas detrás, los tarsos no son simples ni filiformes.

### **Araeostenus basalis** Brèthes, n. sp.

*Vix piceus, elytris tantum indistincte ferrugineis; antennis articulis basalibus et tarsis etiam obscure ferrugineis. Long. : 1,60 mm.*

Labre un peu plus long que l'épistome, subcarré, un peu dépassé sur les côtés et en avant par les mandibules. L'épistome se trouve sur le même plan que le labre et séparé du front par une élévation en ∧ très ouvert qui se continue jusqu'à la base des antennes ; celles-ci situées sur le front, à peu près aussi distantes entre elles qu'avec les yeux et chacune dans une large et peu profonde impression circulaire. Leur longueur est presque la moitié de celle du corps, les deux premiers articles assez gros et cylindriques, le dernier en pointe. L'occiput est séparé du front par une suture qui naît au dessus des antennes et se dirige droit jusqu'à la partie antéro-supérieure des yeux. La tête est complètement lisse, particulièrement à l'occiput, sans points enfoncés ni stries, etc., même au microscope. Pronotum subcarré, transverse, à peine rétréci vers l'arrière, assez incliné vers les angles antérieurs, lisse, avec ponctuation éparse, sortant un poil très court de chaque point ; une impression basale assez prononcée, les bords latéraux



Fig. 7. — *Araeostenus basalis*, visto por debajo, aumentado unos 30 diámetros.

aigus. Élytres à peine plus larges à la base que le prothorax, parallèles, trois fois et demie plus longues que lui, légèrement déhiscentes vers l'extrémité, leur surface avec séries de gros points enfoncés pilifères, ces poils fauves et relativement longs, l'extrémité de chaque élytre insensiblement tronquée. Les tibias avec une couronne d'épines courtes à leur extrémité, les tibias postérieurs avec un éperon. Les tarses sont progressivement plus courts jusqu'au 3$^e$ et avec poils en dessous, le 4$^e$ cylindrique.

Je recueillis cet animal aux îles du Tigre, le 26 février 1911.

El labro un poco más largo que el epistoma, subcuadrado, ultrapasado un tanto en los lados y adelante por las mandíbulas. El epistoma se encuentra en el mismo plan que el labro y se halla separado de la frente por una elevación en ∧ muy abierta, que se continúa hasta la base de las antenas; éstas, situadas en la frente, habiendo más o menos la misma distancia entre sí como entre los ojos y cada una en una ancha y poco profunda impresión circular. Su largo es casi la mitad de la del cuerpo, los dos primeros artículos bastante gruesos y cilíndricos, los siguientes engrosando insensiblemente hasta el último, todos cilíndricos, el último en punta. El occipucio separado de la frente por una sutura que nace arriba de las antenas y se dirige recto hasta la parte ántero-superior de los ojos. La cabeza es completamente lisa, particularmente en el occipucio, sin puntos hundidos ni estrías, etc., aun al microscopio. Pronoto subcuadrado, transverso, apenas angostado hacia atrás, bastante inclinado en los ángulos anteriores, liso, con puntuación esparcida, saliendo un pelo muy corto de cada punto; una impresión basal bastante pronunciada, los bordes laterales agudos. Élitros apenas más anchos en la base que el protórax, paralelos, tres veces y media más largos que él, ligeramente dehiscentes hacia la extremidad, su superficie con series de gruesos puntos hundidos pilíferos, esos pelos leonados y relativamente largos, la extremidad de cada élitro insensiblemente truncada. Las tibias con una corona de espinas cortas en la extremidad, las tibias posteriores con un espolón. Los tarsos son progresivamente más cortos hasta el 3$^o$ y con pelos por debajo, el 4$^o$ cilíndrico.

Recogí este animal en las islas del Tigre, el 26 de febrero de 1911.

## Fam. LATHRIDIIDAE

### **Enicmus pampicola** Brèthes, n. sp.

*Piceo-ferrugineus, antennis, tibiis et tarsis ferrugineis. Long.: 2,10 mm.*

La tête est transverse, sa longueur égale les $^3/_4$ de la largeur (y compris les yeux). Sa surface est ponctuée-rugueuse et forme un trapèze qui s'élargit jusqu'aux tempes, de manière que celles-ci sont divergentes vers l'arrière et ont un peu moins de développement que la moitié de la longueur des yeux; ceux-ci occupent la plus grande partie des bords latéraux étant presque contigus avec les antennes. Celles-ci atteignent presque le bord postérieur du prothorax; ses articles intermédiaires sont allongés, obconiques, les articles 6-8 décroissant légèrement en longueur, la massue non abrupte, le dernier article plus long que le précédent. Prothorax également transverse. presque aussi long que large cependant, en trapèze, plus large vers l'avant, aussi large à la base que la tête au niveau des yeux (ceux-ci compris), les angles antérieurs avancés en oreillette au devant du niveau du bord antérieur qui est tronqué; les bords latéraux finement denticulés. La surface est ponctuée-rugueuse comme la tête; une légère impression médiane longitudinale qui s'arrête avant d'atteindre l'impression plus profonde transverse au quart basal et qui, sur les côtés, court parallèle avec le bord latéral dont fait partie aussi l'oreillette de l'angle antérieur. Ecusson transverse, rectangulaire. peu distinct. Élytres plus larges dès la base que la base du prothorax. un peu plus de trois fois plus longues que lui, le plus larges vers le tiers antérieur, ovales-allongées, avec chacune 8 lignes striées-ponctuées; los points bien prononcés, les intervalles avec une très fine ponctuation et légèrement convexes; l'intervalle 3 à peine un peu plus élevé que les autres à la base, l'intervalle 7 également un peu costiforme avant d'atteindre la déclivité postérieure; entre los stries 7$^e$ et 8$^e$ l'espace est double plus large que les autres et le bord épipleural un peu développé vers le $^1/_4$ antérieur. Le dessous de la tête a quelques fortes stries transversales; le prosternum, opaque, très finement ponctué et élargi vers l'avant, s'amincit rapidement entre les hanches antérieures pour se prolonger en un appendice légèrement plus large et liguliforme qui dépasse à peine le bord postérieur du pronotum.

Les hanches antérieures atteignent un niveau légèrement moindre que la pièce intercoxale. Le mesosternum a de fortes stries longitudinales avant les hanches. Le métasternum a quelques stries radiaires après les hanches médianes, le reste de sa surface avec gros points épars et les espaces avec un fin pointillé; une ligne imprimée médiane longitudinale. Premier segment de l'abdomen presque aussi long au milieu que le métasternum, sans ligne imprimée médiane, mais avec un ponctué assez fort partout. Les trois segments suivants chagrinés avec chacun une ligne imprimée un peu onduleuse transversale subbasale. Le dernier segment avec une légère impression médiane longitudinale.

Un exemplaire de General Acha (Pampa Central) que j'ai obtenu d'habitacles *d'Oeceticus Kirbyi,* var. *platensis,* le 21 août 1922.

La cabeza es transversa, su longitud igual a los $^{3}/_{4}$ del ancho (comprendidos los ojos). Su superficie puntuado-rugosa y formando un trapecio que se ensancha hacia atrás, de modo que las mejillas son divergentes detrás de los ojos y tienen un poco menos de desarrollo que la mitad del largo de los ojos; éstos ocupan la mayor parte de los bordes laterales tocando casi las antenas. Éstas alcanzan casi el borde posterior del pronoto; sus artículos intermediarios son alargados, obcónicos, los artículos 6-8 decreciendo ligeramente en longitud; la maza no abrupta, el último artículo más largo que el precedente. Protórax también transverso, casi tan largo como ancho sin embargo, en trapecio, más ancho hacia adelante, tan ancho en la base como la cabeza al nivel de los ojos (éstos comprendidos), los ángulos anteriores adelantados en forma de aurícula delante del nivel del borde anterior que es truncado; los bordes laterales finamente denticulados. La superficie es puntuado-rugosa como la cabeza; una ligera impresión mediana longitudinal que se detiene antes de alcanzar la impresión más profunda transversal en el cuarto basal y que en los lados corre paralela con el borde lateral contribuyendo así para formar al protórax un alero lateral de que también forma parte la aurícula del ángulo anterior. Escudete transverso, rectangular, poco distinto. Élitros más anchos en la base que el protórax, un poco más de tres veces más largos que él, lo más anchos hacia el tercio anterior, ovales, alargados, con 8 líneas estriado-punteadas cada uno, los puntos bien pronunciados, los intervalos con una muy fina puntuación y ligeramente convexos, el intervalo 3 apenas un poco más elevado que los otros en la base misma, el intervalo 7 igualmente un poco costiforme antes de llegar a la declividad posterior; entre las estrías 7ª y 8ª el espacio es doble

más ancho que los otros y el borde epipleural un poco desarrollado hacia el cuarto anterior. La cabeza, por debajo, tiene algunas fuertes estrías transversales; el prosterno es opaco, muy finamente puntuado y ensanchado hacia adelante y luego estrechándose rápidamente entre las coxas anteriores para prolongarse en un apéndice ligeramente más ancho y liguliforme que pasa apenas el borde posterior del pronoto. Las coxas anteriores alcanzan un nivel ligeramente menor que la pieza intercoxal. El mesosterno tiene fuertes estrías longitudinales antes de las coxas. El metasterno tiene algunas estrías radiales después de las coxas medianas, el resto de su superficie con gruesos puntos esparcidos y los espacios con un punteado fino; una línea impresa mediana longitudinal. Primer segmento del abdomen casi tan largo en el medio como el metasterno, sin línea impresa mediana, pero con un punteado bastante fuerte en toda su extensión. Los tres segmentos siguientes chagrinados con cada uno una línea impresa subbasal un poco ondulada y transversal. El último segmento con una ligera impresión mediana longitudinal.

Un ejemplar de General Acha (Pampa Central) que obtuve de habitáculos de *Oeceticus Kirbyi* var. *platensis* Berg, el 21 de agosto de 1922.

### **Cartodere oeceticola** Brèthes, n. sp.

Allongée, étroite, testacée, glabre; tête aussi large (y compris les yeux) que longue, paraissant plus longue que large, rugueuse-ponctuée, avec un petit sillon longitudinal à peine sensible au milieu, les yeux moyennement gros, leur distance avec les antennes subégale à la distance qui les sépare du bord postérieur; derrière les yeux le bord latéral est arrondi et convergent; devant les antennes l'épistome légèrement élargi et tronqué en avant. Les antennes ordinaires, la massue plutôt formée des 5 derniers articles qui grossissent progressivement jusqu'au dernier, celui-ci le plus gros. Thorax aussi long que large vers l'avant, avec une forte impression transverse vers le $^1/_4$ basal, la partie antérieure à l'impression est subcordiforme, et avec ponctuation grosse et rugueuse, la partie basale transverse avec une ponctuation fine. Élytres distinctement plus larges que le prothorax, les angles huméraux arrondis, chaque élytre avec 8 lignes de points enfoncés; jusqu'au milieu plus ou moins les points sont gros, puis jusqu'à l'extrémité, ils sont plus espacés et plus fins; seul le 7$^e$ intervalle costiforme jusqu'à la voussure de l'extrémité. Sous le menton deux ou trois stries transversales assez fortes. Au métasternum une

ligne médiane enfoncée et des stries radiaires vers chaque coxa médiane. Une grande fossette derrière les coxas postérieures qui embrasse jusqu'au milieu du premier segment abdominal et la partie postérieure du métasternum. Les segments abdominaux pratiquement imponctués. Long. : 1,60 mm.

Je recueillis cette espèce d'habitacles *d'Oeceticus Kirbyi,* var. *platensis* Berg, à Buénos-Aires, le 8 juillet 1922.

Alargado, angosto, testáceo, glabro; cabeza tan ancha (comprendidos los ojos) como larga, pareciendo más larga que ancha, rugoso-puntuada, con un pequeño surco longitudinal apenas sensible en el medio, los ojos medianamente gruesos, su distancia hasta las antenas subigual a la que los separa del borde posterior; detrás de los ojos el borde lateral es redondeado y convergente; delante de las antenas el epistoma es ligeramente ensanchado y truncado delante. Las antenas ordinarias, la maza más bien formada por los 5 últimos artículos que vienen progresivamente más gruesos hasta el último, éste el mayor. Tórax tan largo como ancho hacia la extremidad con una fuerte impresión transversal hacia el $^1/_4$ basal, la parte anterior a la impresión siendo subcordiforme y con una puntuación gruesa y rugosa, la parte basal transversa con una puntuación fina. Élitros distintamente más anchos que el protórax, los ángulos humerales redondeados, cada élitro con 8 líneas de puntos hundidos; hasta el medio más o menos los puntos son gruesos, luego hasta el fin más espaciados y más finos, sólo el 7° intervalo es costiforme hasta la declividad posterior. Debajo del mentón dos o tres estrías bastante fuertes y transversales. En el metasterno una línea mediana hundida y con estrías radiales hacia cada coxa mediana. Un fuerte hoyuelo detrás de las coxas posteriores que abarca hasta la mitad del primer segmento abdominal y la parte posterior del metasterno. Los segmentos abdominales prácticamente sin puntuación. Largo : 1,60 mm.

Recogido de habitáculos de *Oeceticus Kirbyi,* var. *platensis* Berg, en Buenos Aires, el 8 de julio de 1922.

## **PSEUDOPARAMECUS** Brèthes, n. gen.

*A* Lathridiinarum *pertinet. Cum* Hoplatrino *Reitt. affinis, sed pygidio haud obtecto, prothorace basin versus haud angustato. Antennae 10 articulatae, clava 3 articulata, paulum sub margine laterali capitis insertae,*

*oculi distincti. Pronotum haud sculpturatum, basin versus ampliatum. Clypeus a fronte per impressionem transversam separatus. Coxae anticae subcontiguae, mediae contiguae, posticae subcontiguae; acetabula antica postice apperta.*

**Pseudoparamecus extraneus** Brèthes, n. sp.

*Omnino obscure testaceus. Long. : 1,80 mm.*

Oblong, parallèle, assez peu déprimé, le dessus du corps avec petites écailles blanchâtres, ces écailles en série sur les élytres. Epistome séparé du front par une impression transverse, étant légèrement relevé sur le plan de celui-ci et se continuant de chaque côté en une légère oreillette sous laquelle s'implantent les antennes. Celles-ci situées immédiatement devant les yeux, de 10 articles, le escape globuleux, plus gros que le dernier article de la massue, les articles 3-5 cylindriques et progressivement plus courts, les 6$^e$ et 7$^e$ globuleux, la massue triarticulée, son premier article globuleux-ovoïde, le deuxième égal mais un peu plus gros, le dernier ovoïde, plus gros que l'antérieur. Dernier article des palpes maxillaires ovoïde, plus grand que le scape. Tête transverse, subcarrée, les yeux assez gros, à facettes grandes, situés à une distance du cou égale à leur diamètre, le front avec un chagriné assez serré et des points enfoncés assez épars squamifères (l'épistome n'a pas ces points squamifères). Pronotum de la largeur des élytres à la base, transverse, uniformément convexe dans le sens latéral, les bords latéraux un peu convergents vers l'avant; tous les angles arrondis, la surface avec points enfoncés squamifères assez denses, les espaces finement chagrinés, les bords marginés et très finement serriformes. Ecusson petit, triangulaire. Élytres de la largeur du pronotum et deux fois plus longues qui lui, parallèles, arrondies à l'extrémité, la surface lisse avec points enfoncés squamifères en séries assez régulières. Episterne prothoracique ellipsoïde, touchant la cavité cotyloïde, son côté interne oblique vers l'avant et le dehors, l'externe arquée se dirigeant vers l'angle antéro-latéral, le processus prosternal étroit, comme deux fois plus long que large, son extrémité un peu arquée et finissant vers le bord postérieur des coxas, surface lisse avec de fins poils épars. Mesosternum simple, lisse, sans carène ni autre sculpture. Métasternum assez grand, simple, avec une fine ligne médiane qui de l'arrière s'avance jusque près de la moitié; surface avec poils courts et épars. Abdomen avec

5 segments, le premier le plus long et les suivants progressivement plus courts avec poils fins et épars.

Je recueillis cette espèce à Buénos-Ayres le 18 septembre 1922.

Oblongo, paralelo, bastante poco deprimido. por arriba con escamitas blanquizcas, esas escamas en serie sobre los élitros. Epistoma separado de la frente por una impresión transversa. hallándose un tanto levantado sobre el nivel de ésta y continuándose de cada lado en una ligera aurícula debajo de la cual se insertan las antenas. Éstas situadas inmediatamente delante de los ojos, de 10 artículos, el escapo globuloso, mayor que el último artículo de la maza, los artículos 3-5 cilíndricos y progresivamente más cortos, los 6 y 7 globulosos, la maza triarticulada. su primer artículo globuloso, ovoideo, el segundo igual, pero un poco mayor, el último ovoideo, más grande que el anterior. Cabeza transversa, subcuadrada. los ojos bastante gruesos, con facetas grandes, a una distancia del cuello igual a su diámetro, la frente con un chagrinado bastante apretado y puntos hundidos escuamíferos bastante esparcidos (el epistoma no tiene tales puntos). Pronoto del ancho de los élitros en la base, transverso, uniformemente convexo en el sentido lateral, los bordes laterales un poco convergentes hacia adelante, todos los ángulos redondeados, la superficie con puntos hundidos escuamíferos bastante densos, los espacios finamente chagrinados. los bordes marginados y muy finamente serriformes. Escudete pequeño, triangular. Élitros del ancho del pronoto y dos veces más largos que él, paralelos, redondeados en la extremidad, la superficie lisa, con puntos hundidos escuamíferos en series bastante regulares. Episterno protorácico elipsoide, en contacto con la cavidad cotiloidea, su lado interno oblicuo hacia adelante y afuera. el externo arqueado dirigiéndose hacia el ángulo ántero-lateral, el proceso prosternal angosto, como dos veces más largo que ancho, su extremidad un poco arqueada y terminando hacia el borde posterior de las coxas. Superficie lisa con finos pelos esparcidos. Mesosterno simple, liso, sin carena ni otra escultura. Metasterno bastante grande, simple, con una fina línea mediana que desde el borde posterior se adelanta hasta cerca de la mitad; superficie con pelos cortos y esparcidos. Abdomen con 5 segmentos, el primero el más largo y los siguientes progresivamente mas cortos, con pelos finos y esparcidos.

Recogí esta especie en Buenos Aires, el 18 de septiembre de 1922.

**Melanophthalma distinguenda** (Com.)

= *Melanophthalma platensis* Bruch, *Rev. Mus. La Plata*, XIV, págs. 127-131, tab. II, 1907.

Cette espèce cosmopolite se trouve aussi à Buénos-Ayres où elle est excessivement commune. Le *Melanopthalma platensis* Bruch doit aussi entrer en sa synonymie. Comme caractères distinctifs on doit compter l'angle de la marge latérale du pronotum et l'impression basale du même, qui apparaissent bien dans le dessin (pl. II, fig. 8), puis les carènes fémorales au premier segment de l'abdomen, le 5ᵉ article des tarses antérieurs du mâle, avec la large épine au côté interne et que le dessin devrait présenter plus accentuée. L'auteur a infiniment trop de raison en se plaignant dans tous ses travaux « de la falta de material bibliográfico ». Le Musée National de Buénos-Ayres se trouve malheureusement dans cette situation, me voyant obligé pour ma part de recourir à mes propres ressources.

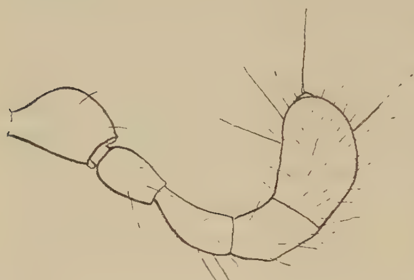


Fig. 8. — Caso teratológico de antena izquierda de un *Melanophthalma distinguenda*, aumentada 220 diámetros.

Je donne ici un cas tératologique que j'ai observé d'une antenne gauche de *Melanophthalma distinguenda* (fig. 8).

Esta especie cosmopolita se encuentra también en Buenos Aires donde ella es muy común. El *Melanophthalma platensis* Bruch debe también entrar en su sinonimia : como caracteres distintivos se deben contar el ángulo de la margen lateral del pronoto y la impresión basal del mismo, que aparecen bien en el dibujo (lám. II, fig. 8), luego las carenas femorales en el primer segmento del abdomen, el 5° artículo de los tarsos (♂) con su fuerte espina en el lado interno y que el dibujo debiera representar más acentuada.

El autor tiene infinita razón al quejarse en todos sus trabajos « de la falta de material bibliográfico ». El Museo Nacional de Buenos Aires se encuentra, desgraciadamente, en esa misma situación, viéndome obligado, por mi parte, de recurrir a mis propios medios.

Doy aquí un caso teratológico de una antena izquierda de *Melanophthalma distinguenda* (fig. 8).

**Melanophthalma (Corticarina) serrula** Brèthes, n. sp.

*Testacea, ore, antennis pedibusque dilutioribus. Long. : 1,85 mm.*

Allongé, subparallèle, tête imponctuée avec quelques poils noirs épars. La distance entre les yeux une fois et demie égale au diamètre de ceux-ci. Antennes de la forme ordinaire, atteignant le bord postérieur du pronotum, le premier article sphérique, le deuxième bien moindre, cylindrique, atténué à la base, les 3-8 progressivement plus courts, le 8ᵉ sphérique, les trois derniers en massue lâche, les 9ᵉ et 10ᵉ subégaux, semielliptiques, le 11ᵉ plus long, ovale. Thorax un peu plus large que long, subcarré, mais légèrement rétréci vers l'arrière, tous les angles arrondis, les bords latéraux avec de petits denticules (environ une douzaine) légèrement et progressivement plus grands vers l'arrière. Sa surface avec petits points pilifères et une fovéole antéscutellaire presque obsolète. Elytres une fois et demie plus large à la base que le thorax, trois fois plus longues que le prothorax et deux fois et demie plus longues que larges à la base, s'élargissant peu à peu jusque vers le tiers postérieur puis arrondies ensemble. Les séries alternatives de points plus forts et plus faibles, mais les poils tous égaux. Les coxas antérieures contigües, les médianes subcontigües, séparées par une distance qui est le cinquième de la largeur d'une d'elles, le métasternum légèrement plus court que le premier segment de l'abdomen, éparsément ponctué-pileux; une ligne longitudinale médiane qui depuis la base atteint le tiers antérieur. Abdomen de 5 segments assez pileux, le premier segment égal aux deux suivants, sans lignes obliques postcoxales. Deuxième des tarses légèrement plus court que le premier.

Voisin de *M. similata* (Com.), mais la plaque mésosternale bien plus étroite, etc.

J'obtins cette espèce à Buénos-Ayres le 16 février 1906.

Alargado, subparalelo, cabeza sin puntuación y con algunos pelos negros esparcidos. La distancia entre los ojos una vez y media igual al diámetro de éstos. Antenas de forma común, alcanzando el borde posterior del pronoto, el primer artículo esférico, el 2° mucho menor, cilíndrico, algo más angostado en la base, los 3-8 progresivamente

más cortos, el 8° esférico, los tres últimos en maza, los 9 y 10 subiguales, semielípticos, el 11° más largo, oval. Tórax un poco más ancho que largo, subcuadrado, pero ligeramente angostado hacia atrás, todos los ángulos redondeados, los bordes laterales con finos dentículos (como una docena), ligera y progresivamente mayores hacia atrás. Superficie con pequeños puntos pilíferos y un hoyuelo antescutelar casi obsoleto. Élitros una vez y media más anchos en la base que el tórax, tres veces más largos que el protórax y dos veces y media más largos que anchos en la base, ensanchándose poco a poco hasta el tercio posterior, luego redondeados juntos. Las series alternativas de puntos más fuertes y más débiles, pero los pelos todos iguales en longitud. Las coxas anteriores contiguas, las medianas subcontiguas, separadas por una distancia que es como el quinto del ancho de una de ellas, el metasterno ligeramente más corto que el primer segmento del abdomen, con una puntuación pilosa esparcida; una línea mediana que desde el borde posterior llega al tercio anterior. Abdomen de 5 segmentos, bastante pilosos, el primer segmento igual a los dos siguientes, sin líneas postcoxales. Segundo artículo de los tarsos un tanto más corto que el primero.

Vecino de *M. similata* (Com.), pero el proceso mesosternal mucho más angosto, etc.

Recogí esta especie en Buenos Aires, el 16 de febrero de 1906.

### **Coccidophilus citricola** Brèthes

Quand j'étudiai ce minuscule coléoptère, je le comparai avec *Fallia* Sharp *(Biol. Centr. Amer.*, II, pt. 1, p. 629). C'est pourquoi les catalogues ont porté mon genre *Coccidophilus* dans la famille *Discolomidae ;* à son tour cette famille a été ballotée, à savoir si elle doit former une famille distincte ou si elle n'a une valeur que de sous-famille dans celle des Colydiidae (Sharp, *loc. cit.*, p. 445) ou dans celle des *Lathridiidae ;* Shanp paraît s'être arrêté à considérer son genre *Fallia* comme faisant partie des *Merophysinae*, famille des *Lathridiidae*, en y reconnaissant une forme aberrante.

Jusqu'ici le genre *Coccidophilus* est resté monotypique avec l'espèce *citricola* Brèthes. Cependant, en 1915, Lizer a créé la variété *rufus (Physis,* II, p. 43, 1915). Dans le présent cas, il s'agit certainemet d'une fausse détermination : ou ces insectes étaient immatures, ce qui est quand même peu probable, le fondateur de la variété ayant «trouvé plusieurs exemplaires» de cet animal. Le *Coccidophilus ci-*

*tricola* est foncièrement noir, se trouvant dans le cas, par exemple, du *Tenebrio molitor* où il serait déplacé de créer quelque variété sous le nom de *testacea,* ou autre semblable. Il reste donc que l'insecte nommé *C. citricola,* var. *rufus* Lizer répond à une fausse détermination.

La description de la variété ne permet pas de doute : « *A typo elytris castaneis vel leniter rufo-castaneis differt.* »

¿ A quelle famille appartiendra cet animal ?

Cuando estudié este coleóptero minúsculo, lo comparé con *Fallia* Sharp (*Biol. Cent. Amer.,* II, pt. 1ª, pág. 629). Por ese motivo los catálogos han incluído mi género *Coccidophilus* en la familia *Discolomidae ;* a su vez esa familia ha sido considerada unas veces como familia distinta, otras veces como subfamilia de *Colydiidae* (Sharp, *loc. cit.,* pág. 445) o de *Lathridiidae.* Parece Sharp haberse decidido a considerar su género *Fallia* como formando parte de los *Merophysinae,* familia de *Lathridiidae,* reconociendo en él una forma aberrante.

Hasta hoy el género *Coccidophilus* ha quedado monotípico con la especie *citricola* Brèthes. Sin embargo, en 1915, Lizer ha creado la variedad *rufus (Physis,* II, pág. 43, 1915). En este caso se trata seguramente de una falsa determinación ; o esos insectos eran inmaturos, lo que es sin embargo poco probable, el fundador de la variedad, habiendo *trouvé plusieurs exemplaires* de ese animal ; el *Coccidophilus citriccola* es fundamentalmente negro, encontrándose en el caso del *Tenebrio molitor,* por ejemplo, en que no cabría crear variedad bajo el nombre de *testacea,* u otra por el estilo.

Queda, pues, que el insecto llamado *C. citricola,* variación *rufus* Lizer, responde a una falsa determinación. La descripción no permite dudar sobre el punto : « *A typo elytris castaneis vel leniter rufo-castaneis differt.* »

¿ A qué familia pertenecerá ese animal ?

## Fam. BYRRHIDAE

### **Limnichoderes oblongus** Brèthes, n. sp.

*Niger, politus, oblongo-convexus, e pilis fulvis plus minus uniformiter vestitus. Long. : 1,60 mm. Lat. : 1,15 mm.*

La tête est très finement chagrinée, avec points pilifères assez épars ; l'épistome est bien séparé de la face par une profonde suture :

il présente une surface subtrapézoïdale, son bord antérieur largement arqué. Les antennes ont le premier article à peu près tout découvert, le 2e article à peu près aussi gros, le 3e un peu plus court que le 2e, et de moitié plus étroit, le 4e la moitié long et large comme le 3e, le 5e deux fois plus long que le 4e, un peu élargi à la base du côté externe, le 6e cylindrique, le 7e un peu ovale, plus court que le 6e, le 8e cylindrique, plus court mais plus large que le 6e, le 9e un peu plus épais que le 10e oblong, assez large et tronqué à son angle apical externe, le 11e ovale, gros, un peu plus long que les deux antérieurs réunis. Prothorax deux fois plus large à la base que long, en trapèze, les bords latéraux droits, la base avec la partie médiane assez avancée en arc vers l'écusson ; une impression médiane longitudinale assez forte, la ponctuation relativement éparse. Ecusson petit, triangulaire. Élytres convexes, continuant le contour du prothorax, trois fois plus longues que lui ; surface polie, non réticulée, les gros points (à longs poils) assez espacés comme au prothorax. Mesosternum longitudinalement excavé. Métasternum à ponctuation grosse et distante, la ponctuation fine indistincte. Abdomen sans ponctuation grosse, la ponctuation fine cachée sous la pubescence.



Fig. 9. — *Limnichoderes oblongus* Brèthes, aumentado 50 diámetros. A la izquierda la antena; a la derecha el tarso posterior.

Je recueillis cette espèce aux îles du Tigre (prov. de Buénos-Ayres), le 20 septembre 1908.

La cabeza es muy finamente chagrinada, con puntos pilíferos bastante esparcidos; el epistoma está bien separado de la frente por una profunda sutura: presenta una superficie subtrapezoidal, su borde anterior anchamente arqueado. Las antenas tienen el 1er artículo casi todo en descubierto, el 2° artículo más o menos tan grueso como ese, el 3° un poco más corto que el 2° y mitad más angosto, el 4°, en largo y ancho como la mitad del 3°, el 5° dos veces más largo que el 4°, un poco ensanchado en la base del lado externo, el 6° cilíndrico, el 7° un poco oval, más corto que el 6°, el 8° cilíndrico, más corto, pero más ancho que el 6°, el 9° un poco más ancho que el 8°, el 10° oblongo, bastante ancho y truncado en su ángulo apical externo, el 11° oval, grueso, un poco más largo que los dos anteriores reunidos.

Protórax dos veces más ancho en la base que largo, en trapecio, los bordes laterales rectos, la base con la parte mediana bastante adelantada en arco hacia el escudete; una impresión mediana longitudinal bastante fuerte, la puntuación relativamente esparcida. Escudete pequeño, triangular. Élitros convexos, continuando el contorno del protórax, tres veces más largos que él; superficie lisa, sin reticulación, los puntos gruesos (con pelos largos) bastante espaciados como en el protórax. Mesosterno longitudinalmente excavado. Metasterno con puntuación gruesa y distante, la puntuación fina indistinta. Abdomen sin puntuación gruesa, la fina escondida debajo de la pubescencia.

Obtuve esta especie en las islas del Tigre (prov. de Buenos Aires), el 20 de septiembre de 1908.

### **ORYCHONOTUS** Brèthes, n. gen.

*Á* Nosodendrinorum *affinis, sed antennis articulis primo ad nono gradatim minoribus, 10° transverso sat brevi, 11° magno, ovato elongato, et pronoto utrique antice incisura profunda triangulari et acute marginata ornato.*

La tête assez exserte me fait placer ce genre plutôt dans les *Nosodendrinae* que dans *Byrrhinae*; la conformation des antennes ainsi que l'incision profonde et triangulaire de chaque côté antérieur du pronotum distingueront facilement ce nouveau genre.

### **Orychonotus excavatus** Brèthes, n. sp.

Long.: 1 mm.; larg.: 0,80 mm. Court, convexe, noir, lisse, couvert d'une fine pubescence qui tombe facilement. Labre bien distinct, en arc en avant; épistome séparé de la face, avec laquelle il forme un angle presque aigu, par une suture droite qui va d'une antenne à l'autre. Celles-ci naissent sous un léger rebord latéral de la tête. Les articles sont progressivement plus courts et plus petits jusqu'au 9$^e$: les 3 ou 4 derniers petits, carrés; le 10$^e$ est court, transverse, comme commençant la massue; le 11$^e$ est long, ovale, gros, formant massue. Yeux finement granulés. La tête paraît très finement chagrinée, les poils courts. Pronotum transverse, transversalement convexe, deux fois plus large à la base (un peu plus large à l'extrémité) que long,

ses bords latéraux à peu près droits, presque aussi large à la base que la base des élytres, la surface plus lisse que la tête, son chagriné bien moins sensible ; de chaque côté (à la hauteur des yeux) une fosse subtriangulaire qui ne touche pas le bord latéral. Cette fosse est progressivement plus profonde vers l'avant, d'où il résulte que le bord antérieur est sinué au fond de la concavité. Cette fosse est marginée d'une petite crête et atteint en pente douce le tiers basal du pronotum. Le bord postérieur du pronotum est assez avancé vers l'écusson au milieu et a une impression obsolète en face de l'écusson. Élytres convexes, continuant l'arc du pronotum pour terminer en arrière à peine en ogive, trois fois plus longues que le pronotum, la ponctuation grosse (à poils longs) à peine enfoncée. Prosternum non impressionné, son processus à peine dépassant les coxas antérieures, la dépression correspondante du mésonotum peu profonde ; la ponctuation du prosternum fine ainsi que celle du métasternum et de l'abdomen. Les pattes sont moyennes, pas larges, les tibias assez étroits.

Je recueillis cette espèce à Buénos-Ayres, le 10 juillet 1908.

Largo : 1 mm. Ancho : 0,80 mm. Corto, convexo, negro, liso, cubierto de una fina pubescencia caediza. Labro bien distinto, en arco adelante ; epistoma separado de la frente, con la cual forma un ángulo casi agudo, por una sutura recta que va de una antena a la otra. Las antenas nacen debajo de una pequeña cresta lateral de la cabeza. Los artículos son progresivamente más cortos y más pequeños hasta el noveno, los 3 ó 4 últimos pequeños, cuadrados; el 10° es corto, transverso, como empezando la maza ; el 11° es largo, oval, grueso, formando la maza. Ojos finamente granulados. La cabeza parece muy finamente chagrinada. Los pelos cortos. Pronoto transverso, transversalmente convexo, dos veces más ancho en la base (un poco más ancho en la extremidad) que largo, sus bordes laterales más o menos rectos, casi tan ancho en la base como la base de los élitros, la superficie más lisa que la cabeza, su chagrinado mucho menos sensible ; de cada lado (a la altura de los ojos) una fosa o incisión subtriangular que no llega a tocar el borde lateral. Ésta es progresivamente más profunda hacia adelante, de lo que resulta que el borde anterior es sinuoso en el fondo de la incisión. Esta fosa está marginada por una pequeña cresta y alcanza al tercio basal del pronoto. El borde posterior del pronoto está bastante adelantado hacia el escudete en el medio donde tiene una impresión obsoleta. Élitros convexos, continuando el arco del pronoto para terminar atrás un tanto

en forma ogival, tres veces más largos que el pronoto, la puntuación gruesa (de pelos largos) apenas hundida. Prosterno sin impresión mediana, su proceso apenas pasando las coxas anteriores, la depresión correspondiente del mesonoto poco profunda; la puntuación del prosterno fina así como la del metasterno y la del abdomen, las patas son medianas, las tibias bastante angostas.

Recogí esta especie en Buenos Aires, el 10 de julio de 1908.

## Fam. CIOIDAE

### **Xestocis platensis** Brèthes, n. sp.

*Picea, antennis funiculo pedibusque ferrugineis. Long.: 2 mm. Lat.: 0,70 mm.*

Thorax et élytres avec écailles courtes et blanches, sur les élytres en files longitudinales. Front inerme avec punctuation très fine et serrée (chagriné) et des points épars. Yeux à facettes grandes. Antennes de 10 articles, le scape presque aussi gros que le dernier article de la massue, le 3e article plus long que large, à peu près aussi long que 4-5, le 4e plus long que large, le 5e en trapèze aussi long que large à l'extrémité, le 6e semblable au 5e, mais légèrement plus grand, le 7e transverse, les 8e et 9e sphériques avec deux pores circulaires vers l'extrémité, le 10e un peu ovale, plus large que l'antérieur, avec deux pores circulaires aussi avant l'extrémité. Prothorax aussi long que large, les côtés latéraux parallèles, avec un chagriné uniforme et des points enfoncés peu denses, sortant de chaque point une écaille, la base finement marginée. Élytres d'une largeur égale aux 3/4 de la longueur, lisses, avec points enfoncés irréguliers, les écailles en files longitudinales. Prosternum avec carène mousse.

Le mâle a une légère crête transverse à la séparation de l'épistome d'avec la face, cette crête s'effaçant presque au milieu.

Je recueillis cette espèce dans un *Polystictus versicolor* Fr. (suivant la détermination que m'a donnée de ce bolet mon ami, Monsieur le docteur Carlos Spegazzini), à La Plata, le 11 août 1922.

Tórax y élitros con escamas cortas y blancas, sobre los élitros en filas longitudinales. Frente inerme con puntuación muy fina y densa, chagrinada, y con puntos esparcidos. Ojos con facetas grandes. An-

tenas de diez artículos, el escape casi tan grueso como el último artículo de la maza, el 3er artículo más largo que ancho, casi tan largo como 4-5, el 4° más largo que ancho, el 5° en trapecio tan largo como ancho en la extremidad, el 6° semejante al 5° pero ligeramente mayor, el 7° transverso, el 8° y 9° esféricos con dos poros circulares hacia la extremidad, el 10° un poco oval, mayor que el anterior con dos poros circulares también cerca de la extremidad. Protórax tan largo como ancho, los lados laterales paralelos, con un chagrinado uniforme y denso y puntos hundidos, poco apretados, saliendo de cada punto una pequeña escama, la base finamente marginada. Élitros de un ancho igual a los 3/4 de su largo, lisos, con puntos hundidos irregulares, las escamas en filas longitudinales. Prosterno con carena roma.

El macho tiene una ligera cresta transversa en la separación del epistoma con la frente, cuya cresta se borra casi en el medio.

Recogí esta especie en un *Polystictus versicolor* Fr. (según la determinación que me ha dado de este hongo mi amigo, el doctor Carlos Spegazzini), en La Plata, el 21 de agosto de 1922.

### **Xestocis bonariensis** (Steinh.) Brèthes

J'attribue l'animal que j'étudie au *Cis bonariensis* de Steinheil, auquel s'adapte bien la description. Les deux cornes verticales, un peu comprimées et à extrémité arrondie qui s'élèvent sur son front me font croire que cè sera le mâle encore inconnu de cette espèce.

J'obtins cet animal chez moi, à General Urquiza, le 21 novembre 1921.

Atribuyo el animal que estudio al *Cis bonariensis* de Steinheil, al que conviene bien la descripción. Los dos cuernos verticales, un poco comprimidos y con la extremidad redondeada que se levantan sobre su frente, me hacen creer que éste será el macho todavía desconocido de esta especie.

Obtuve este animal en mi casa, en General Urquiza, el 21 de noviembre de 1921.

### **Orthocis platensis** Brèthes, n. sp.

*Picea, elytris obscure testaceis, antennis pedibusque ferrugineis. Long. : 2,10 mm. Lat. : 0,92 mm.*

Subcylindrique, glabre. Tête bien développée, sans sculpture spéciale, les yeux assez proéminents, à facettes grosses. Thorax un quart plus large que long, le plus large à la base, un peu rétréci progressivement vers l'avant, sa surface comme la tête avec points enfoncés irréguliers, les espaces plus larges que les points. Élytres parallèles, deux fois plus longues que le pronotum, avec ponctuation irrégulière semblable.

J'obtins cette espèce aux îles du Tigre (prov. de Buénos-Ayres), en mars 1907.

Subcilíndrico, glabro, cabeza bien desarrollada, sin escultura especial, los ojos bastante prominentes, de facetas gruesas. Tórax un cuarto más ancho que largo, un poco y progresivamente angostado hacia adelante, su superficie, como la cabeza, con puntos hundidos irregulares, los espacios más anchos que los puntos. Élitros paralelos, dos veces más largos que el pronoto, con puntuación irregular semejante.

Obtuve esta especie en las islas del Tigre (prov. de Buenos Aires), en marzo de 1907.

### **Ennearthron cylindricum** Brèthes, n. sp.

*Subpiceum, capite et elytris apicem versus ferrugineis, antennis, ore, et pedibus testaceis. Long.: 1,60 mm. Lat.: 0,65 mm.*

Subcylindrique, les côtes parallèles, uniformément arrondi en avant et en arrière, glabre. Labre carré; une carène mousse, élevée et transverse entre les antennes suivie d'une dépression transverse. Les yeux à granulations grosses. Le front ainsi que le pronotum avec un chagriné serré, fin et des points enfoncés assez petits et assez épars. Pronotum à bords parallèles, le bord antérieur régulièrement arrondi, aussi long que large, la base finement marginée. Élytres aussi larges que le pronotum, une fois et demie plus longues que larges, leur surface avec un chagriné plus fin et moins sensible qu'au thorax; le pointillé épars et irrégulier.

Le mâle porte sur le front une corne relevée, à peine courbe vers l'arrière, parallèle, son extrémité tronquée, presque aussi longue que la moitié de la longueur du pronotum.

J'ai obtenu cette espèce chez moi, à General Urquiza, sur un prunier qui avait séché, en février 1908.

Subcilíndrico, los lados paralelos, uniformemente redondeado en sus extremidades anterior y posterior. glabro. El labro es cuadrado; una carena roma, algo levantada y transversa entre las antenas seguida de una depresión transversal. Los ojos con granulaciones gruesas. La frente así como el pronoto con un chagrinado denso y fino, y puntos hundidos bastante pequeños y bastante esparcidos. Pronoto con sus lados paralelos, el borde anterior regularmente redondeado, tan largo como ancho, la base finamente marginada. Élitros tan anchos como el pronoto, una vez y media más largos que anchos, su superficie con un chagrinado más fino y menos sensible que en el tórax; el punteado esparcido e irregular.

El macho tiene un cuerno levantado en la frente, apenas curvo hacia atrás, paralelo, su extremidad truncada. casi tan largo como la mitad del largo del pronoto.

Obtuve esta especie en mi casa, en General Urquiza, sobre un ciruelo que había secado, en febrero de 1908.

## Fam. SCOLYTIDAE

### **ACORTHYLUS** Brèthes, n. gen.

*Corpus minutum, subcylindricum, capite infero; oculi ovati, nec minime prominentes; antennae funiculo triarticulato. articulo 2° scapo majore; clava compressa, oblongo-ovata. e sulcis 3 subparallelis paulo notatis divisa. Thorax parte supero-anteriore e spinulis sursum versus erectis asperatus. Elytra parallela. declivitate postica sat abrupte rotundato-verticali, haud truncata. Tibiae anticae extus e spinulis armatae. tarsis articulo 1° 2° paulo longiore, 3° 2° aequelongo, 4° minuto, 5° 1° paulum longiore.*

Par l'absence du mucron aux tibias et la tête cachée par le prothorax, le 3<sup>e</sup> article des tarses simple, le funicule de trois articles, ce genre appartient aux *Tomicides*, groupe *Corthyli*, mais établissant un passage aux *Cryphali* par la présence d'écailles au prothorax et aux élytres. Les épines dont sont armés les tibias antérieurs le placent à côté de *Metacorthylus* dont il s'éloigne par le funicule de trois articles.

**Acorthylus asperatus** Brèthes, n. sp.

*Piceo-niger, elytris obscure ferrugineis, antennis pedibusque obscure testaceis. Long. : 1,60 mm.*

Oblong, cylindrique, le devant de la tête plat, opaque par une ponctuation serrée et fine; derrière de la tête avec striation très fine. Pronotum vu par dessus semicirculaire, avec épines relevées vers le haut au milieu, ces épines un peu transverses et concentriques, les côtés latéraux et le bord postérieur sans ces épines; derrière chaque épine comme une petite fossette lisse: les bords latéraux et postérieur avec points moyennement gros, les espaces lisses vers le haut et très finement réticulés vers les côtés; une forte impression latérale et non bien délimitée. Surface avec écailles éparses. Elytres aussi larges que le prothorax, deux fois et demie plus longues, finissant à l'arrière en semi-cercle, la déclivité arrondie, non tronquée, sans tubercules ni autre particularité, lisses, avec ponctuation irrégulière. les bords latéraux avec deux ou trois stries assez apparentes. Des écailles courtes et assez abondantes sur la surface.

Je chassai cette espèce à Buénos-Ayres, le 11 mai 1909.

Oblongo, cilíndrico, la parte delante de la cabeza chata y opaca por una puntuación apretada y fina; detrás de la cabeza con estriación muy fina. Pronoto, visto por arriba, semicircular, con espinas levantadas hacia arriba en el medio; esas espinas un poco transversas y concéntricas; los bordes laterales y el posterior sin esas espinas; detrás de cada espina como un pequeño hoyuelo liso; los bordes laterales y posterior con puntos medianamente gruesos; los espacios lisos hacia arriba y muy finamente reticulados hacia los lados; una fuerte impresión lateral no bien delimitada. Superficie con escamas esparcidas. Élitros tan anchos como el protórax, dos veces y media más largos, terminando detrás en semicírculo; la parte declive redondeada, no truncada, sin tubérculos ni otra particularidad, lisos, con puntuación irregular, los bordes laterales con dos o tres estrías bastante aparentes. Escamas cortas y bastante abundantes en su superficie.

Obtuve esta especie en Buenos Aires, el 11 de mayo de 1909.

# EL CAOS

POR EL DOCTOR W. DOHLER

---

No han pasado aún cien años, desde que las ciencias biológicas tomaron su verdadero carácter, y son ya numerosas las discusiones relativas a la prioridad de los hechos establecidos.

Primeramente la dualidad de los descubrimientos causa un cierto efecto agradable, pero en la actualidad se ha hecho un verdadero tormento para el investigador. No deseo en ninguna forma empequeñecer el valor de los dobles descubrimientos en algunas ciencias — técnicas, por ejemplo — donde ésto facilita el conocimiento del problema desde distintos puntos de vista, fijados individualmente, pero todo lo contrario sucede en las ciencias puramente analíticas — por ejemplo, la entomología — en la que se trata tan sólo de conocer objetivamente los fenómenos de la naturaleza.

La confusión que existe actualmente, en especial en anatomía, deseo aclararla con algunos ejemplos de experiencias personales, y examinar, luego, en qué forma se podría, en mi opinión, modificar algo el actual estado de cosas.

Principalmente dos cosas causan una gran pérdida de tiempo, dinero y energía; primero, la gran producción de obras, folletos y trabajos que aparecen en los más diversos y frecuentemente menos adecuados, los medios de información y, luego, el uso de casi todas las lenguas nacionales en las publicaciones.

Así, Seidlitz *(Ber. ü. die Weiss. Leist. im Gebit. Emtom. 1897,* Berlín, 1900) menciona en su trabajo sobre la literatura aparecida en el año 1897, 29 obras y 883 artículos sobre los coleópteros. El mismo autor, en su trabajo sobre la literatura de 1911, menciona más de mil publicaciones (entre ellas 39 obras) que tratan sobre el mismo punto de la entomología. Las dificultades causadas a la ciencia por el uso

de revistas no autorizadas para la publicación de trabajos, las pone en evidencia el mismo autor al demostrar que un nuevo género descrito en 1899 en *Der Tropenpflanzer*, quedó desconocido a los coleopterólogos por doce años.

Por último, Sharpe *(Zoological Record)* calcula que antes de la guerra existían más de 1800 publicaciones periódicas que publicaban artículos sobre entomología.

El mejoramiento de este estado de cosas es difícil. La acumulación de trabajos obliga a los redactores de las revistas especialistas a rechazar trabajos de principiantes o de autores desconocidos, que entonces se dirigen a revistas poco leídas o no especialistas. Disciplina individual es el único remedio que se puede aconsejar a cada autor, pidiéndole que, sin egoísmo, retarde un año la aparición de su trabajo antes de publicarlo en una revista desconocida o aún antes de fundar una nueva revista.

El otro punto es el de la pluralidad de lenguas. Principalmente la entomología debe importantes descubrimientos, no sólo de sistemática sino también de biología a los principiantes. De éstos no se puede exigir que publiquen sus trabajos en algunas de las principales lenguas europeas; por lo demás la importancia del idioma, que es función de la importancia política de la nación que lo posee, es muy variable con el tiempo.

Por estas razones queda explicado, por ejemplo, que yo mismo, en mis modestos estudios sobre el orden Trichoptera, haya coleccionado cerca de 1600 trabajos en quince idiomas diferentes, como puede comprobarse por la siguiente lista donde se cita tan sólo a un autor para cada idioma:

| | |
|---|---|
| Inglés (Mac Lachlan). | Checo (Klapálek). |
| Danés (Petersen). | Finlandés (Levander). |
| Francés (Pictet). | Alemán (Ulmer). |
| Español (Navas). | Holandés (Ritsema). |
| Húngaro (Mocsary). | Italiano (Costa). |
| Japonés (Nakahara). | Latín (Koletani). |
| Polaco (Dziedzielewicz). | Ruso (Martynov). |

Sueco (Wallengren).

En una palabra: estamos colocados en medio de un caos y para no caer en la sinonimia, deberemos buscar un pronto remedio a este estado de cosas.

Debe efectuarse, principalmente, un cambio que sea favorable a los numerosos colaboradores que no tienen ni el tiempo ni la posibilidad de estudiar algunos idiomas o de hacerse traducir la literatura extranjera que sus trabajos requieren. En otra forma. su colaboración cesará, y nuestra ciencia será llevada a un estado de estancamiento.

El único remedio es, en mi opinión, el uso de un idioma auxiliar científico. Que éste existe y progresa rápidamente es conocido de muchos. Ya en 1907 lo declaró así el jefe del Museo nacional de Viena, profesor doctor Holdhaus, quién, en una reunión de la K. K. Bot. Ges. de Viena, aconsejó el uso del esperanto en lugar de la lengua latina, que fué suficiente tan sólo para las necesidades de los siglos pasados.

Sería exagerado asegurar que el esperanto está en condiciones de llenar las necesidades de los entomólogos: actualmente se está trabajando para que ésto suceda, y todos los que deseen colaborar en esta obra serán aceptados.

La Asociación científica internacional *(Internacia scienca asocio)*. que posee entre sus quinientos miembros (después de un año de fundada) a conocidos entomólogos, ha formado una sección especial de biología para que estudie las cuestiones pertinentes, y especialmente la terminología. Su órgano oficial de publicación es la *Internacia scienca revuo (Revista científica internacional)*. de cuyo primer número ha sido extraído este artículo.

Toda declaración aprobatoria respecto a la utilización del esperanto en la entomología, como lengua científica, puede enviarse y será agradecida por el autor, al doctor Walter Döhler, Riesa, Alemania.

Otros informes pueden ser recibidos por el traductor de este artículo, señor V. Deulofeu, Rivadavia 5758, Buenos Aires, a quien también pueden remitirse las adhesiones.

# NECROLOGÍA

## INGENIERO GUIDO JACOBACCI

† el 10 de julio de 1922, en Andalgalá, Catamarca

El ingeniero Guido Jacobacci nació en Modena el 1° de noviembre de 1864. Hizo sus estudios secundarios en Florencia y en Empoli. Cursó las materias preparatorias de ingeniería en la Universidad de Parma, terminando la carrera en la Escuela de ingeniería de Turín. Apenas egresado, actuó en los ferrocarriles del norte de Italia, bajo la dirección del reputado ingeniero Soldati.

Se dirigió a Buenos Aires, en 1889, donde se inició con un estudio de ferrocarril en la provincia de Buenos Aires. Revalidó su título en nuestra Facultad, mereciendo ser felicitado por su proyecto.

En 1894 entró a formar parte del Departamento nacional de ingenieros, como jefe de la comisión de estudios del ferrocarril a Patquia y a Chilecito, terminando su estudio en julio de 1896.

Durante siete años dedicó sus actividades como técnico en importantes empresas ferroviarias; mas luego volvió al servicio del Estado.

En 1903, fué nombrado jefe de las comisiones de estudio del ferrocarril de Deán Funes al Rosario, luego el de Soto a Dolores que, si bien de corta extensión, es importante por la región que cruza.

Vuelto a Buenos Aires, se le encomendó el estudio de las vías del puerto de la Capital, problema muy complicado que resolvió con verdadera competencia.

Contemporáneamente proyectó un sistema de vías metropolitanas subterráneas para nuestra capital, primer trabajo del género realizado en el país.

En 1906, el ministro de obras públicas, ingeniero Miguel Tedin,

aprovechando de la estada del ingeniero Jacobacci en Europa, le encomendó, por indicación del Director general de vías de comunicación, ingeniero A. Schneidewind, el estudio de los puertos de Hamburgo y Amberes, que Jacobacci, por cuenta propia, extendió a otros puertos europeos, produciendo luego un interesante trabajo sobre los mismos, que mereció juicios muy favorables y el honor de la publicidad. Esta memoria fué premiada con medalla de oro en la Exposición internacional de Buenos Aires, en 1910; cuyo edificio, de paso sea dicho, fué proyectado primeramente por el mismo ingeniero.

Como reconocimiento a su meritoria labor, fué designado jefe de la oficina de estudios y proyectos de la Dirección general de vías de comunicación, y luego director general de la construcción de los ferrocarriles nacionales de la Patagonia. Pocos meses después había iniciado ya la construcción de las tres líneas: de San Antonio Oeste al lago Nahuel-Huapí, Comodoro Rivadavia al lago Buenos Aires, y de Puerto Deseado a Nahuel-Huapí, teniendo que luchar con el desamparo de las localidades, especialmente la falta de agua potable.

A pesar de ello a principios de 1910, el presidente doctor Figueroa Alcorta inauguraba los 100 primeros kilómetros que unían San Antonio a Valcheta, y en 1911 el presidente Sáenz Peña, otros 120 kilómetros más, hasta Corral Chico. La línea fué continuada hasta 400 kilómetros de la costa.

El ingeniero Jacobacci proyectó una variante entre Pilcaniyen y Bariloche, la que importaba una economía de cerca de un millón de pesos oro en la construcción, mejorando a la vez las pendientes excesivas proyectadas en los primeros estudios, evitando así las cremalleras.

En 1914 nuestro malogrado consocio se retiró a la vida privada, por sentirse seriamente enfermo. Más tarde trató de recuperar su salud en Andalgalá, pero desgraciadamente sin resultado favorable, lo que no obstó, sin embargo, que se dedicara allá a estudiar y proyectar las obras de defensa del río Andalgalá para evitar las inundaciones de esa localidad.

Como se ve, la obra del ingeniero Guido Jacobacci confirma los méritos morales y científicos que adornaron su provechosa existencia: pues, como bien manifestó el ingeniero Scheneidewind, « ha sido el ingeniero Jacobacci uno de los empleados más meritorios de que han dispuesto los gobiernos pasados; un jefe modelo, y persona de la más absoluta confianza para mí, que siempre he buscado cuando se trataba de iniciar trabajos de importancia que debían organizarse y

dirigirse con inteligencia y actividad, y a quien podía confiársele capitales sin límites, con la seguridad de que su inversión sería cuidada y defendida en la lucha de intereses de la masa humana».

Por otra parte, el ingeniero Jacobacci poseía una manifiesta predisposición por las matemáticas, que no pudo desarrollar debidamente por las atenciones de su vida profesional. Recordaremos, sin embargo, dos trabajos que así lo demuestran: un análisis de las curvas de segundo grado, inédito, como otros más que ha dejado entre sus papeles, y un estudio muy interesante que hizo público, sobre el calendario gregoriano.

Fué uno de los intelectuales más modestos que he conocido. Su única preocupación — lo certifico por la íntima amistad que nos unía — era cumplir con ciencia y conciencia sus obligaciones profesionales, sin hacer referencia sobre los trabajos, de positivo valer, que realizara en nuestro país.

Sus restos reposan en el modesto cementerio de Andalgalá, donde fué su última voluntad yacer, pues aquellas montañas le recordaban con afectuosa añoranza las de su tierra natal.

Obrero competente y honesto del progreso del país, lamentamos sinceramente su desaparición, y sólo nos resta desear que la tierra argentina que le cubre le sea leve, y que la conformidad pueda calmar el dolor de sus deudos.

S. E. B.

## DOCTOR ROBERTO WERNICKE

† el 14 de octubre de 1922

Uno de los verdaderos maestros argentinos de nuestra reputada escuela de medicina, pagó su tributo de vida a la madre naturaleza.

Wernicke fué condiscípulo, consocio y amigo querido, y al comentar su sensible deceso, creo prudente ceder la palabra para historiar su acción y méritos científicos, al señor doctor Ignacio Imaz, dada la naturaleza de sus conocimientos.

S. E. B.

## DISCURSO DEL DOCTOR IGNACIO IMAZ EN NOMBRE DE LA FACULTAD DE CIENCIAS MÉDICAS

Retirado hacía años de la participación activa en la vida de nuestra Facultad, donde desplegara en otro tiempo una influencia decisiva y descollante, se ha extinguido en pleno vigor intelectual el doctor Roberto Wernicke, profesor que fué, durante más de cuatro lustros, de las generaciones médicas que se sucedieron en la noble casa y para quienes ha sido, a la vez, maestro y modelo.

De espíritu elevado y sereno, su figura severa y destacada se esfuma en la sombra, evocando en el ánimo de los que fuimos sus discípulos, junto al dolor de su desaparición, un hondo sentimiento de nostalgia al evocar el recuerdo de aquellos sus buenos tiempos, en que escuchábamos absortos al sabio profesor, aprendiendo en su ejemplo el amor a la verdad y a la ciencia.

Estas fueron, en efecto, las normas de su existencia : amor a la verdad, a la ciencia y a la enseñanza; a ellas había consagrado todas sus actividades, todos sus esfuerzos y lo demostraba en sus clases, modelo de pedagogía médica, pocas veces superada, y lo demostraba también con el ejemplo de su consagración a sus tareas, con una asiduidad nunca desmentida, con una disciplina tan grande, que era la admiración de sus compañeros y sus alumnos.

¡Qué recuerdos cariñosos evocan en nuestro espíritu aquellas campanadas de las ocho de la mañana, que anunciaban con su vibración sonora la llegada infalible del maestro a aquella vieja y querida sala novena del hospital de Clínicas, donde los jóvenes estudiantes, que recién nos poníamos en contacto con los enfermos, esperábamos ansiosos que su palabra sencilla y convincente, que su método práctico para inculcarnos los conocimientos de la patología, descorriera ante nuestros cerebros, ávidos de aprenderlo todo, los secretos que los más diversos padecimientos ocultaban en lo íntimo del organismo humano!

Día tras día, año tras año, aquella labor de benedictino, aquella labor fecunda del maestro, aquella compenetración íntima del profesor con el alumno, se ha repetido sin una muestra de debilitamiento, sin la más leve defección de la férrea voluntad.

El profesor Wernicke ha satisfecho de una manera acabada, de una manera perfecta, la promesa que hiciera a la Facultad en una hora solemne de su vida de docente.

Cuando en 1890 fué nombrado catedrático de patología general y ejercicios clínicos, decía a la primera autoridad de la escuela:

« Acepto el honroso puesto que por indicación de esa corporación, que usted tan dignamente preside, me fué conferido, y *hago promesa de cumplir religiosamente mis deberes.* »

Así consideraba este maestro su cátedra, así comprendía este cerebro privilegiado la enseñanza. La cátedra era un púlpito, la enseñanza un sacerdocio: *Hago promesa de cumplir religiosamente mis deberes.*

Así lo cumplió efectivamente aquel hombre que rendía un verdadero culto a su tarea de profesor, que sentía un verdadero placer en comunicar sus conocimientos a los jóvenes estudiantes, que sentía, repito, un *verdadero amor a la enseñanza.*

Eso vengo a decir, en presencia de este féretro, que encierra la efigie mortal de uno de los hijos predilectos de nuestro hogar intelectual. En nombre de la Facultad de ciencias médicas, cuyo sentimiento tengo el honor de interpretar en este solemne momento y en este sagrado recinto, quiero proclamar que aquella promesa que hiciera el profesor Wernicke, con tan sencilla elocuencia, ha sido plenamente satisfecha.

La Facultad de ciencias médicas ve en el preclaro maestro a uno de sus educadores más ponderados y más eficaces, por sus condiciones morales, por la rectitud de su carácter, por la profundidad y la variedad de sus conocimientos. No tenía el profesor Wernicke ambiciones oratorias, ni aspiraba en sus clases al brillo efímero de la forma, pero sí poseía en alto grado ese afán de enseñar y ese cariño a la juventud, que vengo recordando y que es patrimonio del verdadero maestro.

Estas cualidades supremas se han puesto de relieve en todos los momentos de su actuación, y pueden resumirse en sus propias palabras, cuando al despedirse de la Facultad, en el momento de su voluntario retiro, decía a los estudiantes:

« Las horas en que me fué dado ver delante de mí, escuchando con atención mis exposiciones, a nuestra juventud estudiantil, inteligente como ninguna, cuentan entre las horas más felices de mi vida, y no conozco sensación más inefable que la que he experimentado, cuando, al bajar de la tarima, conocía que había satisfecho a mi auditorio. »

Tal era el maestro, tal lo pintan sus hechos, tal lo presentan sus propias palabras.

Cuando, después de cursar sus estudios secundarios en el histórico Colegio nacional de esta capital, cuna de su nacimiento y a la que profesaba un cariño entrañable, buscó en los manantiales mismos de la ciencia y al lado de los sabios más notables, de nombre glorioso en la clásica Universidad de Jena y en el mundo entero, como Haeckel, el naturalista de las teorías inmortales, Nothnagel, el clínico y el terapeuta eminente, para no citar sino los más difundidos, buscó, decía, el raudal de conocimientos que habían de forjarlo y diciplinarlo, como entidad médica y científica. Bajo la dirección de Nothnagel, que le dispensaba particular afecto, practicó los estudios de su predilección, y tales dotes hubieron de revelarse en él, que aquel maestro le designó su jefe de clínica, distinción que rara vez se concede en Europa a un extranjero.

Allí adquirió aquella seguridad, aquella superioridad clínica que le caracterizaba en la cátedra y le había impuesto como árbitro en el radio de su numerosa clientela; allí adquirió también esos conocimientos de microscopía, de bacteriología, de parasitología, que habría de ser él uno de los primeros en difundir entre nosotros, en sus cursos libres del viejo Círculo médico argentino, en el laboratorio especial de la provincia de Buenos Aires, en el de la Sociedad rural, en los servicios de Pirovano y Montes de Oca, donde halló la más gentil acogida; y, finalmente, profesor titular, en su cátedra de patología general y ejercicios clínicos.

Llegado al apogeo de su talento ocupó en la Facultad los puestos más encumbrados: fué académico, consejero, delegado al Consejo superior. Trabajó en todas partes con ahinco, incansablemente, en los congresos médicos, en las asociaciones científicas y así ha publicado cerca de 120 trabajos, todos interesantes, algunos de verdadera importancia para el progreso de las ciencias médicas.

El doctor Wernicke fué, pues, un gran maestro en la cátedra; y con ser esto mucho y bastar para cubrir de justo renombre su indiscutible personalidad, fué algo más todavía; fué un sembrador de ideas, fué un orientador de estudiosos, fué el fundador de una escuela que tiene discípulos que honran a la ciencia nacional, discípulos que rodean acongojados, en este momento, el cuerpo inanimado del maestro y del amigo.

He de citar un nombre como demostración de mi aserto y me permitirán los vivos que tribute este homenaje a uno tan sólo, porque hace mucho tiempo que nos ha abandonado para siempre; un nombre que no se puede recordar sin profunda melancolía, porque si produjo

mucho, más, mucho más esperábamos de él todavía, uno de los discípulos preferidos: Alejandro Posadas.

Pero no es esto, todo: el doctor Wernicke era uno de nuestros más altos exponentes de rectitud y de moralidad profesional: tanto, que no ha habido institución médica de nuestro país que no lo contara en sus tribunales de honor. Su espíritu, superior a todo mercantilismo, supo evitar sin esfuerzo la tentación del lucro, que hubiera sido fácil para él, dada la notoriedad de su persona y el alto rango de sus enfermos, que habrían satisfecho, encantados, exigencias infinitamente superiores a sus modestas notas de honorarios, que nada podía inducirle a abultar.

Dentro de este orden de ideas se coloca su desinterés como profesor, pues es notorio que sólo cobraba su sueldo para dedicarlo íntegramente a los gastos de su laboratorio y de su sala de hospital, y que jamás quiso tampoco iniciar los trámites para la jubilación que legítimamente le correspondía.

Esta es, rápidamente bosquejada, la fecunda labor del doctor Roberto Wernicke, como docente y como médico.

La Facultad de ciencias médicas, por intermedio de uno de sus más modestos representantes, se inclina ante los despojos de su eminente profesor. Ella no olvidará jamás el nombre de este forjador de ideas, de este iniciador de la enseñanza moderna en la Escuela de medicina, en su época más brillante, en la época de los grandes e inolvidables maestros.

Aunque es verdad que el destino nos congrega hoy frente a su ataúd, el pensamiento rebelde, el cariño y la gratitud, se niegan a acatar el fallo del tiempo destructor, y en nuestro corazón, en el corazón de todos los que hemos estado incluídos en la esfera de su irradiación mental, la personalidad del doctor Wernicke perdura, como perdurará eternamente en las obras a las cuales ha vinculado su alma en una larga vida de estudio, de enseñanza y de trabajo.

Al entregar a la tierra la envoltura mortal de este luchador, desaparecidos los rasgos materiales de su persona, su individualidad científica y moral se yergue ante nuestra vista, destacándose con marcados relieves, iluminada por los reflejos de sus brillantes y múltiples cualidades.

La Facultad de ciencias médicas, contristada ante el cadáver del esclarecido maestro, rinde culto a su memoria, y al evocar su nombre más allá de la tumba, deshoja a la puerta de su sepulcro las flores de su gratitud.

## ARQUITECTO ÁNGEL SILVA

† el 29 de octubre de 1922

La misma racha mortífera que se ensaña con nuestros asociados, agostando vidas no sólo apreciadas sino que también queridas, nos ha arrebatado la de nuestro consocio Ángel Silva.

Es verdad que la existencia de los seres tiene un ciclo fatal, de indeterminada amplitud, y que la sucesión de los años nos conduce irremediablemente hacia su fin; es verdad que los ancianos vamos pasando para dar lugar a los más jovenes que llegan. El arquitecto Ángel Silva era anciano, sí, pero con un vigor físico y fortaleza moral que prometían para él una más prolongada peregrinación por este realmente penoso valle de lágrimas. No fué así.

El arquitecto Ángel Silva era un profesional inteligente y laborioso, es decir, útil por su vigorosa mentalidad, por su carácter escencialmente altruísta, fruto de un corazón sano. Su generosa bondad trasponía con frecuencia los límites del propio hogar para llevar su apoyo material y moral al ajeno.

No voy a detallar su acción técnica porque sería tarea larga. Me concretaré a decir que después de haber cursado la carrera de agrimensor en el extinguido Departamento topográfico de Buenos Aires, recibiéndose en 1872, se diplomó también un año después como maestro mayor de obras, título que le fué ratificado por la Facultad de ciencias exactas en 1878. La competencia que demostró en las construcciones que realizara, le hicieron acreedor al título de competencia en arquitectura, autorizado por ley del honorable Congreso nacional.

Una de sus actuaciones más destacadas fué la de inspector general de geodesia del hoy extinto Departamento de obras públicas de la Nación, en el que le tocó intervenir en las importantes divisiones parcelarias de nuestras pampas; en el trazado del meridiano V° que realizara el ingeniero Juan Pirovano, y en muchas otras delicadas operaciones geodésicas que la dirección general del indicado departamento reconoció sinceramente al señor Silva, cuando renunció dicho cargo.

Entre otros puestos que recordamos en este momento ocupó el de miembro del Consejo nacional de educación y de varios consejos escolares; miembro de la Comisión valuadora de la capital, de la que fué presidente en substitución del doctor Francisco Seeber; fué ingenie-

ro de sección en el ferrocarril del Oeste; jefe de la oficina de delineaciones de la Municipalidad de la capital y tasador de los bancos Hipotecario nacional y Provincial.

En otro sentido fué miembro distinguido del ejército nacional, llegando a jefe del primer batallón de guardias nacionales con el grado de teniente coronel; vocal de la Intendencia de guerra; miembro y presidente de varias asociaciones, etc.

Por lo que a nosotros toca, recordamos con agradecimiento que fué uno de los fundadores de la Sociedad Científica Argentina, a la que siempre profesó una sincera simpatía y le prestó su valioso y constante concurso.

Con el fallecimiento del arquitecto don Ángel Silva hemos perdido, pues, un profesional distinguido, competente y honesto, un amigo leal y bondodoso y un consocio muy meritorio.

Sólo nos resta dar la eterna despedida al estimado compañero y desear a su distinguida familia la resignación que imponen los hechos irreparables.

S. E. B.

## DOCTOR PEDRO N. ARATA

† el 15 de noviembre de 1922

Otro meritorio consocio, otro destacado intelectual nos ha abandonado, dejando tras sí la profunda huella de su honda labor, el doctor Pedro N. Arata, cuyo solo nombre basta para indicar uno de los más ilustrados argentinos que consagraron sus fecundas actividades al progreso de la ciencia y de sus aplicaciones en el país.

El doctor Arata nació en esta capital el 29 de octubre de 1849. Ha fallecido, pues, a los setenta y tres años de edad, provecta, si se quiere, pero que hubiera podido continuar su labor provechosa por muchos años más, dada su fortaleza física y su potencialidad mental, a no haber mediado el fatal morbo que le acometió repentinamente. Era hijo de don Nicolás Arata, de nacionalidad italiana, y de doña Emilia Unzue, argentina. Siguiendo el uso de las familias extranjeras en aquellos tiempos, en los que no existían escuelas adecuadas en el país, el padre envió su hijo a Italia, donde comenzó sus estudios, a los que debió especialmente, de paso sea dicho, el profundo conocimiento del latín, el que conservó durante toda su vida. Vuelto al país continuó los preparatorios en la Universidad de Buenos Aires, terminados los

cuales, y siendo ya licenciado en farmacia, ingresó en 1873 a la Facultad de medicina, en la que se graduó de doctor en 1879.

La tesis que presentara sobre *Análisis inmediato de los vegetales*, demostraba ya que la tendencia científica del doctor Arata era ciertamente la química general y aplicada, que tan alta nombradía debía grangearle, tanto en nuestro ambiente intelectual cuanto en el del exterior. Esto explica por qué nuestro ilustrado consocio prefirió la química a la medicina.

Inició su carrera docente en 1872, como profesor suplente de química en la Universidad de Buenos Aires, donde fué designado profesor titular en 1875. La Facultad de ciencias exactas físicas y naturales le nombró en 1880 profesor y académico, y en 1890 hizo otro tanto la de ciencias médicas. Arata contribuyó con decisión y constancia al desarrollo de la química teórico-práctica en el país durante cuarenta y dos años, en cuyo transcurso de tiempo demostró no sólo su alta intelectualidad, sino que también su método realmente científico y su decir claro y conciso, a la vez fruto indiscutible de una vasta erudición, debida al estudio profundo y continuado del acervo científico que le ofrecía su grande biblioteca, reputada con justicia, entre las particulares, una de las más completas e importantes existentes en nuestro país.

La actuación científica del doctor Arata tuvo el premio que se merecía, pues, a moción del señor consejero doctor José Arce, la Facultad de medicina, en mayo de 1912, le nombró profesor honorario de la misma, justo homenaje a tan digna labor, homenaje que el doctor Arata agradeció con la modestia que en todo tiempo caracterizó al ilustre profesor.

Las ciencias agronómicas y veterinarias le deben la importancia que hoy tienen en el país, gracias a su obra trascendental, la creación del Instituto de agronomía y veterinaria, en 1904, en el que desempeñó el cargo de rector y profesor, el que luego se transformó en la actual Facultad de agronomía y veterinaria, de la que tuvo el honor de ser su primer decano.

Esta es, sin duda, una de las obras que más ha contribuido a la fama de su personalidad, fama que ha ido siempre acrescentándose en virtud del éxito obtenido en las múltiples misiones que le encomendaran los poderes públicos en los cuales ratificó su amplio criterio y competencia.

Tan es así que la Academia de ciencias de Madrid nombróle miembro correspondiente, lo mismo que la Sociedad de naturalistas de Dor-

part, la de ciencias naturales de Palermo (Italia), la científica de Chile y las de química de Berlín, París, Turín, Milán, Madrid, etc. Por su parte, la municipalidad de Buenos Aires le honró con el título de doctor en química, *honoris causa.*

Como escritor científico el doctor Arata figura desde el año 1869 hasta 1904, es decir, 35 años de intensa labor no interrumpida, como lo demuestra el diagrama publicado por el doctor Enrique Herrero Ducloux, en su trabajo sobre *Estudios químicos en la República Argentina.*

Fué una época propicia para la química en el país, en la que Arata actuó contemporáneamente con Parodi hasta 1887, con Puiggari hasta 1890 y con Kyle hasta 1903, prosiguiendo el doctor Arata hasta 1904.

Los nombres de estos químicos representan con justicia el mayor brillo adquirido en aquellos tiempos tradicionales para la química nacional.

Los trabajos del doctor Arata abarcan una gran parte del vasto programa de las ciencias químicas y no poco de las relativas a temas de historia natural, debido ciertamente a la múltiple y variada labor realizada por nuestro sabio consocio. Recordaremos aquí sus *Apuntes de química,* texto del que se hicieron tres ediciones; su ya mencionada tesis sobre *Análisis inmediato de los vegetales,* y sus trabajos sobre numerosos ejemplares de vegetales; sus estudios sobre aguas potables y cloacales; sobre vinos, maderas, y edulcorantes, etc.

Otras misiones de relevante importancia le fueron confiadas al doctor Arata por nuestros poderes públicos. Entre otras recordaremos la misión especial, en 1911, para solucionar en Italia la delicadísima situación que se había originado con las autoridades sanitarias de la península, y su designación para ocupar el alto cargo de presidente del Consejo nacional de educación.

Por otra parte, el doctor Arata fué presidente del Consejo consultivo del Departamento nacional de higiene; presidente de la Comisión redactora de la segunda edición del *Codex medicamentarius de la República Argentina,* que tuvo el placer de ver en vigor en los últimos días de su existencia; presidente de la Comisión vitivinícola (1903, 1904) para salvar la industria madre de la provincia de Mendoza; y otras más.

Para no ser demasiado extensos vamos a terminar diciendo pocas palabras sobre su actuación como miembro de la Sociedad Científica Argentina.

No nos detendremos ya en lo tocante a sus modalidades como hom-

bre y como intelectual. Gran parte de su labor científica figura honrosamente en las páginas de los *Anales de la Sociedad Científica Argentina*; y sus virtudes morales, afabilidad, prudencia, afectividad, hombría de bien, fueron en él proverbiales. Vamos a decir tan sólo que Arata fué uno de sus socios más antiguos y activos. A este respecto me parece de mayor eficacia repetir lo que en los postreros días de su proficua vida nos manifestara en la última visita que le hicimos.

Refiriéndose a la Sociedad Científica Argentina, nos dijo:

« He simpatizado siempre con nuestra Sociedad porque ella fué el primer esfuerzo colectivo de los cultores del libro de la ciencia en nuestro país; fué la primera y genuina representante de la incipiente ciencia nacional, que ha luchado contra la indiferencia pública, y ha creado el ambiente de alta cultura de que hoy puede vanagloriarse nuestro actual mundo intelectual.

« Le he prestado todo el concurso científico y personal que me fué posible, y tengo la satisfacción de haber contribuído a salvar nuestra institución en tiempos calamitosos, en los que los propios asociados desertaban descorazonados. Una de las medidas por mí aconsejadas para evitar el derrumbe, aceptada por mis consocios, fué la incorporación del elemento estudiantil de las facultades universitarias a nuestra asociación. Este elemento joven, estudioso y entusiasta, con su vigorosa savia mental, con su activa y constante colaboración, evitó la muerte de nuestra institución.

« Pocos de mis consocios lo recuerdan ya: evité también la obligada suspensión de los *Anales* como resultado de la decadencia social, haciéndome cargo durante largo tiempo de su preparación y publicación. Hoy tengo la satisfacción de ver que ese interesante índice de nuestra cultura científica consta ya de cerca de cien tomos que figuran en las principales asociaciones y bibliotecas del mundo civilizado, como portavoz de nuestra propia civilización... »

Al añorar estas circunstancias de su vida social en nuestra cincuentenaria institución, su voz se veló perceptiblemente. « Lamento, prosiguió, no poder asistir a la celebración de su primer cincuentenario, pues mi indisposición no me lo permite; pero hago votos por la prosperidad de la venerable asociación a la que presté durante tantos años mi modesto concurso... »

Modesto concurso!... No, el doctor Arata fué uno de sus miembros más conspicuos, por su labor científica y su concurso personal, y creemos que nuestra asociación haría acto de justicia colocando su retrato en nuestro salón social.

Y ahora, paz en la tumba del sabio y laborioso consocio y amigo, y resignación para sus apesadumbrados deudos, a quienes enviamos nuestras más sinceras condolencias.

S. E. B.

Damos a continuación el sentido discurso pronunciado, a pedido y en nombre de la Sociedad Científica Argentina, por el doctor Gregorio Aráoz Alfaro en el acto del sepelio del doctor Arata.

« Señores :

« Si es para todos doloroso venir a dar el postrer adiós a los muertos que se quiere y se respeta, cuánto más penoso tiene que ser cumplir ese deber piadoso para quien, viviendo en el dolor y la amargura, transpone casi diariamente los umbrales de esta mansión de soledad y de silencio con el alma despedazada y el corazón henchido de sollozos.

« Pero aun así, no he querido desoír el pedido de traer ante el túmulo de este muerto ilustre el respetuoso homenaje de la Sociedad Científica Argentina, de la que fué no sólo fundador y miembro prominente, sino también firme sostén en momentos de vacilación y de lucha. Y ha de serme permitido agregar a aquella expresión colectiva de tan alto cuerpo científico, la mía, íntima y muy sentida, de profundo pesar por la desaparición de este hombre sabio y grande, al que sentíame espiritualmente ligado por un altísimo respeto y una profunda afección.

« Los grandes maestros se van... Ayer era Roberto Wernicke, hoy es Pedro Arata, cuyos mortales despojos entregamos a la tierra. Y los dos eran de los últimos sobrevivientes de la gran generación que nos precedió, de esa generación que creó la Escuela médica de que nos enorgullecemos actualmente, venciendo dificultades sin cuento, y orientándola decididamente por los modernos senderos del laboratorio, de la sana y paciente observación, de la investigación experimental continuada.

« Pláceme reunir en este recuerdo esas dos grandes figuras médicas desaparecidas, tan distintas bajo ciertos aspectos, tan fundamentalmente semejantes, empero, en el alto saber y en la noble dedicación a la enseñanza y al trabajo, cuyas altas siluetas destacábanse igualmente prestigiosas en los claustros de la vieja Facultad.

« En el campo científico general, Pedro Arata era, en los últimos tiempos, el único representante de ese haz luminoso de hombres supe-

riores de que formaron parte Burmeister, Ameghino, Kyle, Berg, Puiggari, que no solamente iniciaron en nuestro país los estudios naturales y biológicos sino que también consiguieron infundir verdadero espíritu científico en las instituciones universitarias en que les fué dado actuar y suscitar con su edificante ejemplo en muchos hombres jóvenes, la ardorosa vocación por las nobles ciencias que cultivaban.

« Salvo Ameghino y Arata, todos ellos fueron extranjeros, pero extranjeros que amaron intensamente nuestro país y a los que debemos gratitud eterna porque trabajaron afanosamente por nuestra cultura.

« Arata, como Ameghino, era argentino, de origen italiano, de esa hermosa, recia y fecunda estirpe italiana, a que tanto debe nuestra patria de sus progresos materiales como de su formación intelectual y aun política. Pero mientras Ameghino estudiaba silenciosamente para entregar más tarde al libro las observaciones y las hipótesis que habían de honrar tanto la ciencia argentina, Arata era no sólo el cultor empeñoso sino también el generoso divulgador de la química y la microscopía, en la cátedra, en la revista, en el diario, en el libro, el propagandista siempre en acción, que hacía tantos prosélitos con los prestigios de su saber indiscutido como con la simpatía atrayente de su inteligencia, elegante y ágil.

« Profesor desde los diez y ocho años, profesor por natural tendencia de su espíritu comunicativo y expansivo, trayendo de la vieja Italia en que se formara, al par que la sólida preparación científica, la vasta cultura literaria y clásica tan poco apreciada entre nosotros, pero que es la única capaz de abrir al alma los grandes horizontes y de dar a la mente la flexibilidad y la gracia, profesor de institutos secundarios y superiores, director y consejero de facultades y universidades, fundador y fuerte columna de la Sociedad Científica Argentica cuyos *Anales* dirigió, fundador y sabio organizador de las oficinas químicas municipal y nacional, personalidad dirigente en la Academia de medicina, en el Departamento nacional de higiene y en todas las altas instituciones culturales del país, Arata sembró en todas partes, a manos llenas, la semilla fecunda de su gran saber y llevó a todos lados, con su verbo luminoso y amable, los principios orientadores de la investigación científica y las normas prácticas para que la ciencia pudiera servir a la riqueza y al bienestar de los pueblos.

« Como escritor científico, Arata fué una de nuestras figuras descollantes. Multitud de cuestiones de química y de física y muchos

problemas de higiene han recibido de él soluciones o contribuciones importantes; obras y tratados suyos han sido los libros familiares de varias generaciones de estudiosos. He tenido el honor de trabajar con él en más de una comisión científica, y me ha sido dado así apreciar de cerca su profunda erudición y la admirable agilidad de su espíritu.

« Tenía esa versación y ese encanto que no pueden ser sólo producto de las vastas lecturas. Lector infatigable y políglota fué, sin duda, y casi seguramente el hombre que entre nosotros más y mejor haya leído libros y revistas científicos y literarios. Su biblioteca es única en el país; era su lujo y su orgullo; conocíala a conciencia, gozándose hasta en estas últimas semanas en hablar de sus buenos y hermosos libros y en indicar su ubicación precisa así como las páginas que quería especialmente citar.

« Pero, además de eso, había disfrutado del trato directo y familiar con muchas de las grandes personalidades del viejo mundo; mantenía con ellas constante correspondencia y era amigo personal de nuestros sabios ilustres. Y en ese comercio y en esa convivencia con altos espíritus había concluído de formar el suyo, puliéndolo en sus más variadas facetas, de suerte que en la conversación como en la cátedra cautivaba a su auditorio con el encanto de su verba chispeante y galana, elegante y profunda a la vez, rica de esa filosofía *sui generis,* optimista y sana, que le mantuvo enhiesto y sereno hasta las horas finales de su vida.

« En los últimos tiempos, inmovilizado ya por el mal que lo minaba, irguiendo todavía su altísima y hermosa silueta detrás de la gran mesa de trabajo, leía siempre con avidez y con encanto, se interesaba en todas las cuestiones de actualidad, hablaba con entusiasmo de las adquisiciones más recientes y de sus proyecciones futuras.

« Químico eminente, uno de los pocos verdaderos sabios que hemos tenido, fué también profundamente argentino, con esa argentinidad que a menudo parece más acentuada que entre los mismos criollos puros, en los hijos de italianos que tan bien se asimilan al espíritu del país. Y no sólo sirvió a la patria en la cátedra, en las oficinas y consejos técnicos, en los congresos científicos, en la revista y en el libro, que hicieron prestigioso su nombre en todos los centros ilustrados del mundo, sino que supo también servirla dignamente en cargos de alta labor, de pesada responsabilidad y de verdadera lucha como el que, viejo ya, aceptó desempeñar en el Consejo nacional de educación, a pedido de su gran amigo, el gran presidente Sáenz Peña.

« Por él y al rededor de él formóse una verdadera *escuela química argentina,* cuyos discípulos numerosos son hoy ya maestros insignes, que no sólo honran al país sino que contribuyen también poderosamente al desolvimiento progresivo de su industria y de su riqueza.

« Larga, hermosa y fecunda ha sido la vida de este hombre que bien podemos presentar como modelo y ejemplo a las generaciones que nos siguen.

« Los jóvenes de nuestro tiempo olvidan fácilmente los esfuerzos de los que nos precedieron y se halagan demasiado con los adelantos recientes que creen producto exclusivo de su propia acción. Pero la historia de todas las ciencias está ahí para mostrarnos que el verdadero progreso no es nunca la obra de un día, que es el resultado de la tarea obstinada y continua de hombres y generaciones sucesivas.

« La piedra que hoy colocamos para alzar el nuevo piso del magno edificio, debe descansar sobre cimientos sólidos y sobre fuertes columnas para que pueda desafiar las injurias del tiempo.

« Hombres como Pedro Arata fueron ese cimiento y esas columnas en tiempos duros y difíciles, en tiempos de pobreza y estrechez, en que gobiernos, ciertamente ilustrados y patriotas, debatíanse en la incultura y a veces en la anarquía, en que era menester luchar fieramente contra los prejuicios y la ignorancia para echar los fundamentos de la formación científica del país.

« Por eso tales hombres son un modelo y un símbolo que debemos presentar, repito, a la consideración y el aplauso de nuestros sucesores.

« Y por eso la Sociedad Científica Argentina, la vieja corporación en que lucharon por sus nobles ideales los primeros y más esforzados campeones de nuestra cultura, se inclina reverente ante la tumba de Pedro Arata, que contribuyó eficazmente a sostenerla en horas difíciles, e inscribe su nombre entre los grandes ciudadanos que prestaron al país servicios eminentes y entre los más ilustres obreros de la ciencia y de la cultura argentinas. »

## CORONEL SALVADOR VELASCO

† el 25 de noviembre de 1922

Otra injusticia de lo que llamamos « el destino ». Un hombre relativamente joven, útil ; un intelectual, un profesional competente y laborioso, ha abandonado inesperadamente este ingrato mundo.

El coronel Salvador Velasco nació en 9 de Julio, el 26 de diciembre de 1865. Ingresó en el Colegio militar de la Nación el 3 de febrero de 1881, en el que cursó cinco años de estudios, obteniendo las más altas clasificaciones y mereciendo menciones especiales y honoríficas en todos los años, como lo confirma la siguiente carta del general Julio de Vedia, jefe en aquel entonces de la comisión de estudios del Colegio, fechada en Buenos Aires, noviembre 24 de 1884 :

« *Señor don Salvador Velasco :*

« Sin esperar al término de los exámenes, me apresuro a escribirle estas cuatro letras, para felicitarlo por el brillante resultado obtenido en ellos, por su hijo Salvador.

« Pero hay algo más importante para mí que sus clasificaciones por estudios, y es el excelente concepto privado, que dice así :

« Salvador Velasco : conducta : muy buena ; inteligencia : muy clara ; contracción al estudio : mucha ; espíritu militar : amor a la carrera.

« Soy de la escuela de los que creen que vale más una onza de amor y de bondad que una libra de ciencia. La inteligencia que no va unida a las cualidades del corazón, la considero una calamidad; felizmente, su hijo reune las dos condiciones.

« Soy como siempre su afmo. amigo y S. S.

« *Julio de Vedia.* »

El joven Velasco egresó del colegio con el grado de teniente 2° de artillería.

Cursó en la Facultad de ciencias exactas sus estudios de ingeniero civil, con brillantes clasificaciones, habiendo obtenido su diploma en 1893 ; al mismo tiempo siguió los cursos que allí se dictaban para optar al título de ingeniero militar, que obtuvo en el mismo año.

En agosto de 1890 fué nombrado para desempeñar el cargo de tesorero de la Sociedad Científica Argentina, en su XIX período administrativo.

Por decreto fechado el 5 de octubre de 1892, el presidente de la Nación le nombró ayudante de la comisión de límites con Chile. Este puesto lo desempeñó hasta el año 1895, haciendo tres viajes a la Cordillera, para efectuar estudios y demarcaciones.

En 1895 fué ascendido a mayor, y con fecha 28 de septiembre nombrado profesor de geografía militar en el Colegio militar de la

Nación. El 7 de octubre de ese año fué nombrado catedrático de fortificación en dicho establecimiento, y profesor de la misma materia de la clase de oficiales en comisión del mencionado instituto. Fué también profesor de matemáticas en el Colegio nacional, sección sur, en el año 1897; y profesor substituto de geodesia y de fortificación en la Facultad de ciencias exactas, cátedra que renunció en 1910.

En 1898 inició la construcción de cuarteles en Mendoza, y luego en Campo de Mayo. Fundó, como jefe, el batallón 2° de ingenieros en el Azul. Dirigió también la construcción de cuarteles en Córdoba, Tucumán, La Plata, Diamante, Mercedes, etc., mientras desempeñaba la Superitendencia de construcciones militares.

En febrero del año 1922, siendo jefe de la Segunda división general de ingenieros, se realizó, bajo su dirección, la licitación para la construcción de los cuarteles en Santa Fe, San Luis, Azul, y Villa Mercedes.

En el año 1921 inició la construcción del Colegio militar, cuyo anteproyecto está hecho desde hace más de diez años.

Desde el año 1911 hasta su lamentable deceso fué profesor de matemáticas en la Escuela industrial de la Nación.

Como se ve, la obra realizada por el coronel Velasco, su foja de servicios, es no sólo honrosa sino que también importante bajo sus dos aspectos : el técnico y el económico, y en ella nuestro malogrado consocio ha prodigado su labor consciente, acertada, y por ende provechosa para su patria.

Paz en la tumba del consocio caído, y resignación para sus deudos.

S. E. B.